

Федеральное государственное бюджетное научное учреждение «Федеральный  
исследовательский центр Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова  
Российской академии наук»

Хазанов Григорий Ефимович

Исследование затухания гравитационно-капиллярных волн в океане в присутствии  
поверхностных пленок и фрагментированного льда

1.6.17. Океанология

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель  
доктор физико-математических наук,  
Ермаков Станислав Александрович

Нижний Новгород 2023

## Оглавление

Введение.....	4
Глава 1. Теория затухания гравитационно-капиллярных волн (ГКВ) на поверхности жидкости, в присутствии вязкоупругой пленкой конечной толщины. Эффект двойного резонанса .....	12
1.1. Введение .....	12
1.2. Основные уравнения и приближения .....	20
1.3. Продольные волны (Марангони) .....	22
1.4. Гравитационно-капиллярные волны.....	27
1.5. Коэффициент затухания ГКВ и эффект двойного резонанса.....	34
1.6. Выводы к главе 1 .....	42
Глава 2. Теоретическое и лабораторное моделирование затухания ГКВ на воде с неоднородными по толщине пленками .....	44
2.1. Введение .....	44
2.2. Теоретические расчеты коэффициента затухания как функции толщины пленки и сравнение с экспериментом.....	46
2.3. Лабораторное моделирование неоднородных пленок .....	50
2.4. Экспериментальное исследование затухания ГКВ на сильно неоднородных пленках.....	52
2.5. Простая физическая модель затухания на неоднородных пленках.....	59
2.6. Эксперименты с нефтью .....	60
2.7. Выводы к главе 2 .....	63
Глава 3. Физическое моделирование затухания ГКВ на поверхности воды в присутствии фрагментированного льда. ....	65
3.1. Введение .....	65
3.2. Лабораторный эксперимент .....	72
3.3. Физический механизм затухания. Теоретическая оценка величины затухания .....	76
3.4. Модельный натурный физический эксперимент .....	78

3.5. Выводы к главе 3 .....	81
Глава 4. Численное моделирование затухание ГКВ на поверхности воды в присутствии фрагментированного льда в среде «OpenFOAM» .....	82
4.1. Введение .....	82
4.2. Основные уравнения .....	83
4.2.1. Генерация волн .....	84
4.2.2. Движение тела .....	87
4.2.3. Геометрия задачи .....	89
4.3. Результаты численных расчетов и сравнение с модельным экспериментом .....	92
4.4. Выводы к главе 4 .....	95
Заключение .....	96
Литература .....	97

## Введение

### Актуальность темы

Анализ характеристик волн на поверхности воды, покрытой пленками органических поверхностно-активных веществ, масла/нефтепродуктов, очень важен в контексте проблемы загрязнения океана и дистанционного зондирования [Alpers and Huehnerfuss, 1989; Scott and Thomas, 1999; Brown and Fingas, 2003; Brekke and Solberg, 2005; Gade, 2006; Fingas, 2018].

Разливы нефти, также как и биогенные пленки, проявляются на спутниковых оптических, инфракрасных (ИК), или пассивных микроволновых снимках в виде цветных, темных или ярких областей, в зависимости от геометрии, условий освещения, толщины пленки, длины волны электромагнитного излучения. Спутниковый микроволновый радар с синтезированной апертурой (РСА) является одним из наиболее эффективных инструментов для обнаружения/ мониторинга пленок на морской поверхности, являясь, в отличие от оптических систем, не зависящим от погоды и круглосуточным прибором для дистанционного зондирования океана. Эффективность РСА определяется, в частности тем фактом, что обратное рассеяние радара в Ku - L-диапазонах микроволн в основном обусловлено ветровыми волнами сантиметрового-дециметрового масштаба, на которые могут сильно влиять поверхностные пленки [Cini et al., 1983; Ermakov et al., 1986; Alpers and Huehnerfuss, 1989; Gade et al., 1998b; Hansen et al., 2016; Ermakov et al., 2018]. Подавление коротких ветровых волн поверхностными пленками, которое характеризуется относительной интенсивностью обратного рассеяния (контрастом), существенно зависит от характеристик пленки, а также от длины волны, скорости ветра, структуры морских неоднородных течений. Такие зависимости, если их тщательно изучить, можно было бы использовать для получения информации о характеристиках пленки при измерении обратного рассеяния микроволн, особенно для радиолокаторов, работающих одновременно в нескольких диапазонах длин волн [см., Fiscella et al., 1985; Gade et al., 1998a; Skrunes et al., 2015; Ermakov et al., 2018]. Поэтому исследование затухания коротких гравитационно-капиллярных волн (ГКВ), обусловленное наличием поверхностных пленок конечной толщины, является важной частью задачи дистанционного зондирования морских пленок, которая до сих пор не является решенной.

Особенностью пленок, толщины которых составляют десятки-сотни характерных длин молекул ПАВ, является неоднородность по толщине, что, в частности, имеет место для пленок нефтепродуктов. Толщины при этом разнятся довольно сильно, от десятков ангстрем до единиц мм, что может оказать существенное влияние на характер затухания ГКВ. Неоднородности морских пленок характеризуются широким диапазоном масштабов, что подтверждается многочисленными исследованиями по измерениям толщин нефтяных slickов, в местах крупных разливов [Cheemalapati and Forth, 2017]. Таким образом, интерес представляет характер затухания волн в пленках конечной толщины, а также в пленках с существенной неоднородностью. При этом целесообразно было бы характеризовать пленку в области элемента разрешения локатора некоей эффективной толщиной и упругостью, которая теперь не будет иметь прежнего физического смысла, так как среда в этой области неоднородна, и в дальнейшем рассматривать эту область как однородную с такими эффективными параметрами. Это позволит построить модель рассеяния микроволнового излучения, необходимую для описания затухания ГКВ сантиметрового диапазона в реальных системах, что весьма важно для интерпретации данных дистанционного зондирования.

Важной задачей океанологии является также анализ сигнала обратного радиолокационного рассеяния в области, покрытой несплоченным льдом. Как известно, морской лед на начальном этапе своего формирования в прикромочной зоне может существовать в разных формах, включая ледяное сало, снежуру, блинчатый лед и другие [Massom, Stammerjohn, 2010; Johannessen, Hibler, 1983]. Перечисленные выше начальные формы льда (НФЛ) приводят к затуханию волн на морской поверхности и, соответственно, влияют на интенсивность микроволнового рассеяния на морской поверхности; в результате, идентификация участков поверхности, покрытой НФЛ и находящихся в области между сплоченным льдом и открытой водой, может быть довольно затруднительной. Другой аспект проблемы затухания волн в присутствии НФЛ заключается в том, что области сильного затухания волн на радиолокационных панорамах океана после прохождения зон, покрытых НФЛ, могут быть ошибочно интерпретированы как, например, нефтяные загрязнения. Механизмы затухания поверхностных волн в присутствии НФЛ пока изучены недостаточно, включая, в частности, связь эффективной вязкости ледяного сала с объемной концентрацией частиц льда, а также зависимость затухания от размеров льдин, особенно при сопоставимости этих размеров с длиной поверхностной волны.

Основными механизмами затухания волн при их взаимодействии со льдом принято считать рассеяние, а также вязкую диссипацию волн. Для описания затухания волны, взаимодействующей

с ледяной структурой, используются главным образом две группы моделей – учитывающие рассеяние волн отдельными льдинами [Masson, LeBlonde, 1989; Kohout and Meylan, 2008] и основанные на описании ледяного покрова как вязкой жидкости или вязкоупругого материала [Weber, 1987; Keller, 1998; Wang, Shen, 2010b]. Сравнение влияния разных механизмов на величину затухания остается предметом исследований [Williams et al., 2013] и этот вопрос до сих пор не изучен до конца. В частности, недостаточно изучен вопрос о затухании волн в условиях, когда размеры льдин сравнимы с длинами поверхностных волн. Анализ, проведенный в данной работе, даст лучшее понимание физических механизмов затухания волн в присутствии льда и будет способствовать дальнейшему развитию физических моделей затухания волн в океане.

### **Цели и задачи исследования.**

Основными целями данной работы являются: исследование затухания гравитационно-капиллярных волн на поверхности воды в присутствии вязкоупругих пленок конечной толщины, как однородных, так и неоднородных, разработка физической модели затухания гравитационно-капиллярных волн в присутствии морских пленок, а также исследование затухания гравитационных волн на поверхности воды, в присутствии фрагментированного льда. Перечисленные задачи важны для решения проблемы дистанционного зондирования океана.

Достижение этих целей потребовало решения следующих задач:

- а) Развитие теории затухания гравитационно-капиллярных волн при наличии пленок конечной толщины, основанной на приближенном описании вихревой и потенциальной компонент ГКВ, а также волн Марангони на поверхности воды, покрытой пленкой.
- б) Получение аналитических формул для коэффициента затухания ГКВ на поверхности воды, покрытой слоем вязкой жидкости конечной толщины с упругими границами.
- в) Лабораторное моделирование формирования сильно неоднородных пленок на воде, экспериментальное исследование и развитие физической модели затухания волн на сильно-неоднородных пленках.
- г) Лабораторное и натурное моделирование затухания гравитационных волн в присутствии имитаторов льда.

д) Разработка методики и численное моделирование затухания волн на воде в присутствии имитаторов льда с использованием пакета “OpenFOAM” для численного моделирования задач механики сплошных сред.

### Научная новизна

Исследования, описанные в настоящей диссертационной работе, новы и оригинальны, включая следующие результаты:

1. Построена приближенная теория затухания гравитационно-капиллярных волн при наличии пленок конечной толщины на поверхности воды. Впервые показано, что вихревые компоненты ГКВ могут быть формально описаны как “вынужденные” продольные волны (волны Марангони), возбуждаемые потенциальной компонентой ГКВ. Для пленок конечной толщины обнаружен эффект двойного резонанса - двухпиковая зависимость коэффициента затухания ГКВ от волнового числа.
2. Впервые аналитически получено, что зависимость коэффициента затухания ГКВ от толщины пленки носит резонансный характер и характеризуется значительным максимумом при толщинах пленки, сопоставимых с масштабом вязкого пограничного слоя в пленке. Показано, что зависимость коэффициента затухания от волнового числа ГКВ для толстой пленки с различной упругостью границ раздела заметно шире, чем для тонкой пленки.

В лабораторных условиях промоделированы сильно неоднородные по толщине пленки чистых ПАВ и нефти, характеризуемые, в частности, наличием толстых “линз”, соседствующих с областями тонкой пленки. Впервые предложено физическое объяснение эффекта возрастания коэффициента затухания ГКВ с ростом относительной площади “линз” в рамках модели “линз-стенок”, заключающееся в уменьшении площади поверхности тонкой пленки и соответствующем увеличении влияния стенок - границ линз. Введена “эффективная упругость” двухфазной пленки – тонкого слоя с линзовой фазой.

3. В ходе натуральных и лабораторных экспериментов по изучению затухания волн на воде в присутствии имитаторов фрагментированного льда впервые обнаружено наличие локального максимума коэффициента затухания волн с длинами порядка размеров “льдин”.
4. В результате численного моделирования взаимодействия поверхностной волны с льдинами получено удовлетворительное количественное описание результатов экспериментов и

впервые дана физическая интерпретация эффекта резонансного затухания волн на фрагментированном льду.

### **Положения, выносимые на защиту**

1. Затухание гравитационно-капиллярных волн (ГКВ) на поверхности воды в присутствии вязко-упругой пленки конечной толщины определяется диссипацией в вязких погранслоях вблизи границ “вода-пленка” и “пленка-воздух”. При пространственном разделении этих погранслоев в случае толстой пленки, коэффициент затухания ГКВ как функция волнового числа, при определенных параметрах упругости на границах раздела, имеет два максимума (эффект двойного резонанса).
2. Коэффициент затухания ГКВ немонотонно меняется с толщиной и имеет локальный максимум, когда толщина пленки сравнима с толщиной вязкого погранслоя в пленке. Затухание ГКВ на сильно неоднородных по толщине пленках (при наличии тонкой пленки и линз макроскопической толщины), увеличивается с ростом относительной площади линзовой фазы. Эффект можно объяснить влиянием границ линз как дополнительных стенок, уменьшающих эффективную площадь тонкой пленки, в которой затухание существенно меньше, чем в толстой.
3. Коэффициент затухания гравитационных волн на поверхности воды в присутствии фрагментированного льда характеризуется наличием локального максимума при длинах волн сопоставимых с размером льдин.
4. “Резонансное” затухание волн на воде в присутствии фрагментированного льда связано с возрастанием присоединенной массы льдин, если частоты волн близки к частотам собственных вертикальных и вращательных колебаний льдин.

### **Научная и практическая значимость работы**

Результаты диссертационной работы углубляют понимание механизмов затухания гравитационно-капиллярных волн на поверхности воды в присутствии пленок ПАВ конечной толщины, неоднородных по толщине пленок и фрагментированного льда.

Полученные аналитические формулы для коэффициента затухания ГКВ на поверхности воды, покрытой слоем вязкой жидкости конечной толщины с упругими границами, могут иметь значение



для разработки методов дистанционного зондирования для обнаружения разливов нефти и различения толстых и тонких пленок, в том числе биогенных. Коэффициент затухания для толстых пленок характеризуется более широким профилем зависимости от волнового числа, чем для случая тонкой пленки. Эта функция потенциально может быть использована для задач различения пленок с различными значениями толщины, например, при измерении сигнала обратного рассеяния микроволн в нефтяных разливах.

Полученные в ходе экспериментального и численного моделирования зависимости затухания гравитационных волн от отношения длины волны к размеру тела, могут помочь в понимании физических механизмов затухания, а также представляют пользу для дальнейшего развития методов корректной интерпретации спутниковых изображений морской поверхности, покрытой несплоченным льдом.

Результаты работы использовались при выполнении проектов РФФИ (проект 20-05-00561), соглашения №075–15–2020–776 с Минобрнауки РФ, Госзадания (проект 0030-2021-0006), Госзадания (проект 0729-2020-0037), РГО (проект №17\_2022-Р), РНФ (проект 23-17-00167).

### **Апробация результатов**

Основные результаты диссертации докладывались на семинарах ИПФ РАН, научных конференциях по радиофизике в ННГУ (2020,2023, Нижний Новгород), международных конференциях "Современные проблемы дистанционного зондирования земли из космоса" ИКИ РАН (2021,2022, Москва), конференции "Нелинейные волны" (2022, Нижний Новгород), международной конференции «Волны и вихри в сложных средах» (2022, Москва), всероссийской школе-семинаре "Волновые явления: физика и применения" (2023, Москва), международной конференции «SPIE Remote Sensing conference» (2021), международной конференции «The International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS)» (2022).

Основные научные результаты, изложенные в диссертации, с достаточной степенью полноты опубликованы в 12 печатных работах, из которых 2 в реферируемых журналах из текущего списка ВАК:

1. Ermakov S.A., Khazanov G.E., Resonance damping of gravity–capillary waves on water covered with a visco-elastic film of finite thickness: A reappraisal. — *Physics of Fluids*, 2022, vol. Volume 34, № 9, P. 10.1063/5.0103110

2. Хазанов Г.Е., Ермаков С.А., Доброхотов В.А., Лещев Г.В., Купаев А.В., Даниличева О.А., Исследование затухания гравитационных волн на фрагментированном льду. — «Современные Проблемы Дистанционного Зондирования Земли из Космоса», Т. 20, №1, с. 229-241, 2023.
3. Khazanov G.E., Ermakov S.A., Vostryakova D.V., Dobrokhotov V.A., Lazareva T.N., Damping of Gravity Waves Due to Ice Floes. Wave Tank Study and Numerical Modeling. — IGARSS 2022 - 2022 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2022, vol. 1, P. 3908–3910
4. Khazanov G. E., Ermakov S. A., Dobrokhotov V.A., Vostryakova, D.V., Lazareva T.N., Wave tank modeling of the damping of gravity waves due to ice floes in application to ocean remote sensing. — SPIE Proc., 2021, vol. Volume 11857, P. 8.
5. G. E. Khazanov, S. A. Ermakov, Elastic properties of inhomogeneous surfactant films in application to ocean remote sensing. — SPIE Proc., 2021, vol. Volume 11857, P. 6.
6. Хазанов Г.Е., Ермаков С.А., Доброхотов В.А., Затухание гравитационных волн на фрагментированном льду. Натурный эксперимент и численное моделирование. - Труды школы-семинара "Волны-2023". Гидродинамические волны и течения., 2023, С. 29.
7. Хазанов Г.Е., Ермаков С.А., Доброхотов В.А., Вострякова Д.В., Лабораторное и численное моделирование затухания гравитационных волн на поверхности воды, покрытой несплоченным льдом. – Тезисы докладов XX научной школы «Нелинейные волны - 2022», 2022 С. 285.
8. Хазанов Г.Е., Ермаков С.А., «Затухание гравитационно-капиллярных волн на поверхности воды в присутствии сильно неоднородных пленок поверхностно активных веществ», В книге: Труды XXV научной конференции по радиофизике, 2021.
9. Вострякова Д.В., Хазанов Г.Е., Ермаков С.А., Доброхотов В.А., Лабораторное моделирование затухания гравитационных волн на поверхности воды, покрытой несплоченным льдом, // Труды XXV научной конференции по радиофизике, 2021. С. 396-399.
10. Хазанов Г.Е., Доброхотов В.А., Лещев Г.В., Ермаков С.А. Экспериментальное и численное моделирование затухания поверхностных волн на фрагментированном льду. // Материалы 20-й Международной конференции «Современные проблемы дистанционного зондирования земли из космоса». Москва: ИКИ РАН, 2022. С. 224.

11. Ермаков С.А., Хазанов Г.Е. Анализ затухания гравитационно-капиллярных волн на воде с пленкой конечной толщины в приложении к задачам радиолокационной диагностики нефтяных разливов // Материалы 20-й Международной конференции «Современные проблемы дистанционного зондирования земли из космоса». Москва: ИКИ РАН, 2022. С. 161.

12. Ermakov S.A., Khazanov G.E., «Double-resonance damping of gravity-capillary waves on water covered with a visco-elastic film of finite thickness » В книге: Waves and vortices in complex media. 2022. С. 15-17.

### **Личный вклад**

Все результаты диссертации получены при непосредственном активном участии автора, в том числе, в части развития аналитической теории затухания ГКВ, анализа результатов и обработки данных. Автору принадлежат результаты численного моделирования задачи взаимодействия гравитационных волн с имитаторами льда. Проведение лабораторного и натурного модельных экспериментов, а также обработка результатов выполнено автором совместно в составе коллектива: Доброхотов В.А., Доброхотова (Вострякова) Д.В., Лещев Г.В.

# **Глава 1. Теория затухания гравитационно-капиллярных волн (ГКВ) на поверхности жидкости, в присутствии вязкоупругой пленкой конечной толщины. Эффект двойного резонанса**

## **1.1. Введение**

Анализ характеристик волн на поверхности воды, покрытой пленками органических поверхностно-активных веществ, масла/нефтепродуктов, очень важен в контексте проблемы загрязнения океана и дистанционного зондирования [см., например, работы Alpers and Huehnerfuss, 1989; Scott and Thomas, 1999; Brown and Fingas, 2003; Brekke and Solberg, 2005; Gade, 2006; Fingas, 2018 и ссылки в них].

Разливы нефти, также как и биогенные пленки, проявляются на спутниковых оптических, инфракрасных (ИК), или пассивных микроволновых снимках в виде цветных, темных или ярких областей, в зависимости от геометрии, условий освещения, толщины пленки, длины волны электромагнитного излучения, как описано в [Fingas, 2018]. И, прежде всего, в виде областей пониженной яркости на радиолокационных изображениях спутника/самолета [см., например, Espedal et al., 1998; Gade et al., 1998a; Skrunes et al., 2014; Zhang et al., 2011; Minchew et al., 2012]. Спутниковый микроволновый радар с синтезированной апертурой (РСА) является одним из наиболее эффективных инструментов для обнаружения/мониторинга пленок на морской поверхности, являясь, в отличие от оптических систем, не зависящим от погоды и круглосуточным прибором для дистанционного зондирования океана. Эффективность РСА определяется, в частности, тем фактом, что обратное рассеяние радара в Ku - L-диапазонах микроволн в основном обусловлено ветровыми волнами сантиметрового-дециметрового масштаба, на которые могут сильно влиять поверхностные пленки [см. статьи Cini et al., 1983; Ermakov et al., 1986; Alpers and Huehnerfuss, 1989; Gade et al., 1998b; Hansen et al., 2016; Ermakov et al., 2018]. Подавление коротких ветровых волн поверхностными пленками, которое характеризуется относительной интенсивностью обратного рассеяния (контрастом), существенно зависит от характеристик пленки, а также от длины волны, скорости ветра, структуры морских неоднородных течений, как было показано, например, [Gade et al., 1998a; Ermakov et al., 1996; Ermakov et al., 1992; Da Silva et al., (1998, 2000)]. Такие зависимости, если их тщательно изучить, можно было бы использовать для получения информации о характеристиках пленки при измерении обратного рассеяния микроволн,

особенно для радиолокаторов, работающих одновременно в нескольких диапазонах длин волн [см., Fiscella et al., 1985; Gade et al., 1998a, Skrunes et al., 2015; Ermakov et al., 2018]. Поэтому исследование затухания коротких гравитационно-капиллярных волн, обусловленное наличием поверхностных пленок, является важной частью задачи дистанционного зондирования морских пленок.

Проблема затухания волн на воде, покрытой органической пленкой, имеет долгую историю, начиная с давних времен, соответствующие ссылки можно найти, например, в [Davies and Vose, 1965; Franklin et al., 1774] описывают некоторые систематические эксперименты, проведенных в прудах, в ходе которых продемонстрировано, что даже небольшое количество масла (чайная ложка) может эффективно гасить короткие ветровые волны. Гидродинамическая теория затухания волн за счет пленок поверхностно-активных веществ была разработана в серии работ: [Levich, (1940, 1941); Dorrestein, 1951; Hansen and Mann, 1964; Lucassen and Hansen, 1966; Lucassen-Reynders and Lucassen, 1969; Cini et al., (1983, 1987); Fiscella et al., 1985; Dysthe and Rabin, 1986; Earnshaw and McLaughlin, 1991; Brown et al., 2002; Ermakov, 2003; Rajan and Henderson, 2018; Rajan, (2020a,b, 2021)]. Было показано, что вязкоупругие пленки поверхностно-активных веществ могут сильно повышать коэффициент затухания ГКВ (скорость затухания), но слабо влияют на реальную часть дисперсионного соотношения, в частности, на фазовую скорость ГКВ. С математической точки зрения, это связано с тем, что наличие пленки поверхностно-активного вещества почти не изменяет нормальные граничные условия на поверхности воды, за исключением того, что уменьшается коэффициент поверхностного натяжения. Таким образом, наличие пленки слабо влияет на действительную часть частоты ГКВ, как функцию волнового числа - дисперсионное отношение ГКВ, особенно для гравитационно-капиллярных волн с длиной более, например, 1 см. Однако, тангенциальные граничные условия сильно меняются, при наличии пленки поверхностно-активного вещества, поскольку дополнительная тангенциальная сила, равная градиенту коэффициента поверхностного натяжения, возникает, когда концентрация поверхностно-активного вещества модулируется орбитальной компонентой скорости ГКВ. Тангенциальная сила пропорциональна градиенту концентрации поверхностно-активного вещества и упругости пленки (модулю растяжения), и, последний является основным параметром, определяющим скорость затухания ГКВ.

Одной из наиболее интересных особенностей затухания ГКВ, впервые выявленной в работе [Dorrestein, 1951] и изученной позже в ряде работ (см. приведенные выше статьи), была

немонотонная зависимость затухания ГКВ от упругости пленки. А именно, коэффициент затухания достигал своего максимального значения при определенных конечных значениях упругости, а не при бесконечной упругости, как можно было бы ожидать. Немонотонное поведение коэффициента затухания было подтверждено также в лабораторных экспериментах [см., например, Dysthe and Rabin, 1986; Dysthe et al., 1986; Cini et al., 1987; Bock, 1987; Henderson, 1998; Ermakov and Kijashko, 2006; Behroozi et al., 2007; Rajan, 2022].

[Lucassen, (1968, 1982); Lucassen and Van Den Tempel, 1972] в своих работах указали, что в дополнение к гравитационно-капиллярным волнам в вязкой жидкости, покрытой эластичной мономолекулярной пленкой, может существовать другой тип волнового движения. Этот волновой режим соответствует квазигоризонтальному движению в колебательном вязком слое под поверхностью, и такое движение было охарактеризовано как продольное, или волна Марангони (ВМ). Основной возвращающей силой в таких волнах является градиент поверхностного натяжения, обусловленный изменением концентрации поверхностно-активного вещества - эффект Марангони.

Была выявлена интересная особенность, заключающаяся в том, что максимум скорости затухания ГКВ соответствовал тем ВМ, частоты и длины волн которых были почти такими же, как у ГКВ, т.е. когда дисперсионные кривые для двух волновых мод пересекались. Следует, однако, отметить, что это пересечение в случае реальной упругости пленки и поверхностного натяжения происходит только для действительных частей дисперсионных соотношений ГКВ и ВМ, а не одновременно для мнимых частей, т.е., для скоростей затухания.

[Lucassen, 1968] выдвинул гипотезу, что максимум коэффициента затухания ГКВ может быть объяснен некоторым резонансом между ГКВ и волнами Марангони. Lucassen, однако, осторожно заметил, что гипотеза о “резонансе” между ГКВ и ВМ была лишь попыткой качественно объяснить максимум затухания ГКВ, и объяснение “не подразумевает, что два типа волн интерферируют друг с другом”.

Позже [Lucassen-Reynders and Lucassen, 1969] утверждали, что решение для капиллярных пульсаций будет содержать слагаемые, зависящие от модуля поверхностного расширения, тогда как свойства продольной волны будут зависеть также от поверхностного натяжения, а не только от модуля поверхностного расширения. Именно эта связь между двумя режимами вибрации упругой поверхности обеспечивает физическое основание максимума затухания пульсаций. Гипотеза о том, что максимум затухания ГКВ обусловлен резонансом между двумя волновыми модами, стала

очень распространенной в литературе. Согласно [Cini and Lombardini, 1978; Cini et al., 1987; Alpers and Huehnerfuss, 1989] и многим другим, максимальное затухание ГКВ происходит потому, что ВМ поглощают энергию из ГКВ, и этот процесс наиболее эффективен, когда частоты и волновые числа этих двух мод близки друг к другу.

[Earnshaw and McLaughlin, 1991; Brown et al., 2002; Brown, 2005] в своих работах численно проанализировали дисперсионное соотношение для волн на поверхности воды, покрытой вязкоупругой пленкой. Было показано, что характеристики капиллярных и упругих волн вблизи резонанса могут резко измениться, если предположить, что поверхностное натяжение и упругость являются комплексными, т.е., содержащими как реальное поверхностное натяжение/упругость, так и мнимые части, которые представляют собой поверхностную “сдвиговую” и упругую вязкости. Однако [Earnshaw and McLaughlin, 1991] отметили, что “нет четкого консенсуса относительно природы этих поверхностных вязкостей”. Они также заявили, что данные вязкости приводят к эффекту смешения мод, волновых режимов при резонансе, и эффект “возникает только тогда, когда определенная поверхностная вязкость, влияющая на сдвиг по нормали к поверхности, превышает критическое значение”. Точка слияния соответствует преобразованию гравитационно-капиллярных (поперечных) волн в продольные (упругие) волны и наоборот. Эффект смешения мод сначала был проиллюстрирован численно для очень высоких частот волн (сотни Гц). Было показано, что чем выше частота, тем меньшую критическую поверхностную вязкость следует вводить для реализации эффекта смешивания режимов. [Brown et al., 2002] также продемонстрировали эффект смешивания мод на относительно низких частотах около 5,6 Гц, предполагая довольно большую поверхностную вязкость.

[Earnshaw and McLaughlin, 1991] подчеркнули, что “капиллярные и упругие волны лишь приблизительно поперечны и продольны по своей природе и что, в общем, не правильно пренебрегать связью между этими степенями свободы”. Сильное сцепление и смешивание режимов, как уже упоминалось, происходит, когда поверхностные вязкости отличны от нуля. Но если поверхностная вязкость стремится к нулю, то, согласно [Earnshaw and McLaughlin, 1991], связь очень слабая.

Следует отметить, что в условиях резонанса не только коэффициент затухания ГКВ достигал своего максимума, но и значительно изменяется затухание продольных волн. [Earnshaw and McLaughlin, 1991; Brown et al., 2002; Rajan, 2021], продемонстрировали, что коэффициент затухания ВМ немонотонен при учете поверхностного натяжения, и этот эффект особенно силен, когда мнимая компонента комплексного поверхностного натяжения превышает критическое

значение. Для этого случая коэффициент затухания  $VM$  уменьшается в режиме смешивания мод, приближаясь к значениям затухания ГКВ. При нулевой поверхностной вязкости влияние поверхностного натяжения на затухание  $VM$  невелико.

Другая интерпретация резонансного поведения коэффициента затухания для случая бесконечно тонкой (мономолекулярной) нерастворимой пленки была разработана [Dysthe and Rabin, 1986, а затем Ermakov, 2003]. Они использовали приближенный упрощенный физический подход, основанный на анализе различных компонент ГКВ, а именно потенциальной и вихревой, а также продольных волн (Марангони), на воде, покрытой чисто упругой пленкой, которая характеризовалась реальными значениями упругости и поверхностного натяжения. Было показано, что вихревая компонента ГКВ, содержащаяся в тонком вязком пограничном слое под поверхностью воды, характеризуется большими вертикальными градиентами орбитальной скорости волны. Эта компонента связана с потенциальной частью ГКВ, скорость и волновое число которой удовлетворяют дисперсионному соотношению ГКВ. Вертикальная структура вихревой компоненты аналогична структуре  $VM$ , поэтому её можно было бы назвать  $VM$ , дополненной потенциальной компонентой ГКВ. Было показано, что амплитуда вихревой части пропорциональна потенциальной составляющей ГКВ и может быть математически описана как “вынужденная” волна Марангони, возбуждаемая потенциальной частью ГКВ. Возбуждение оказалось наиболее эффективным при некотором соотношении между упругостью и волновым числом и частотой ГКВ. Это соотношение, как можно показать, формально аналогично фазовому резонансу между ГКВ и  $VM$ . С физической точки зрения максимум затухания соответствует наибольшей амплитуде вихревой части ГКВ и, следовательно, наибольшему вертикальному градиенту под пленкой. Вихревая компонента ГКВ, максимальная при резонансе, приводит к максимальному рассеянию вязкой энергии ГКВ. Следует подчеркнуть, что [Dysthe and Rabin, 1986 и Ermakov, 2003] проанализировали проблему затухания ГКВ для реальной упругости и поверхностного натяжения и для случая, когда длины волн ГКВ значительно превышают толщину пограничного слоя. В этом приближении, мы можем считать, вслед за [Earnshaw and McLaughlin, 1991 and Brown et al., 2002], что связь ГКВ и  $VM$  слабая, и максимум затухания ГКВ может быть объяснен потерями энергии в вихревой части ГКВ.

В завершение этого обсуждения, можно выдвинуть гипотезу о том, что два физических механизма могут быть ответственны за особенности затухания ГКВ в присутствии пленки. Один из них доминирует в диапазоне высоких частот/волновых чисел и поверхностных вязкостей и связан с



обменом энергией между сильно связанными ГКВ и ВМ в режиме смешивания мод (в резонансном режиме). Другой может доминировать при низких частотах и незначительной поверхностной вязкости, когда ГКВ и ВМ слабо связаны, а затухание ГКВ происходит из-за потерь энергии в поверхностно-вязком пограничном слое из-за вихревой компоненты ГКВ (“вынужденная” ВМ). Мы предполагаем, что в общем случае оба этих механизма могут способствовать затуханию ГКВ.

Пленки бесконечно малой толщины редко встречаются в реальных условиях в море. Иногда морские биогенные пленки можно рассматривать как мономолекулярные. Но в целом морские пленки, особенно пленки нефти/нефтепродуктов на поверхности воды, имеют конечную толщину, иногда довольно большую - миллиметры и более. Такие “толстые” пленки следует характеризовать как слои вязких жидкостей. Верхняя и нижняя границы вязкого слоя могут быть эластичными, если молекулы поверхностно-активного вещества адсорбированы на поверхности/границе раздела и если натяжение поверхности/границы раздела зависит от концентрации поверхностно-активного вещества. Существуют классификации пленок по толщине, разделяющие их на несколько групп по признаку их оптического изображения. В частности: «сияющие» или «блестящие» (sheen) пленки имеют самую маленькую толщину, до 1 мкм. Пленки толщиной более одного 1мкм и менее 0,1 мм «радужный блеск» и пленки толще 0,1 мм являются темными.

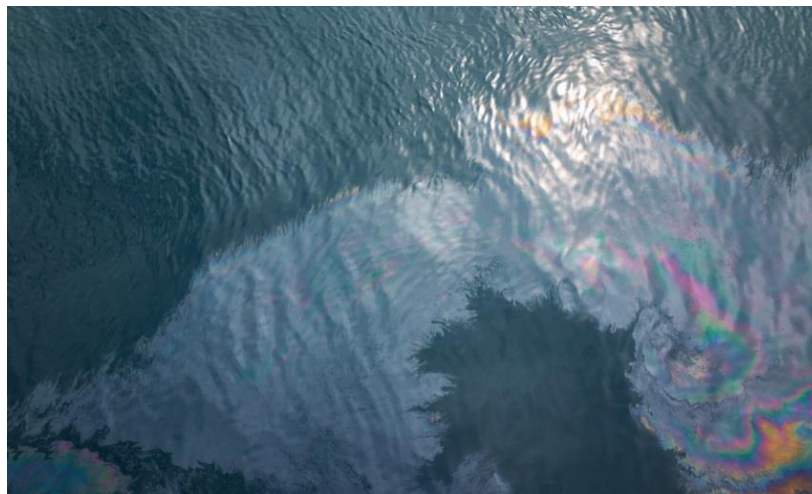


Рис. 1 Фото нефтяного пятна конечной толщины, имеющее радужный блеск в Черном море.

Затухание ГКВ за счет вязкоупругих слоев жидкости исследовалось не так подробно, как для мономолекулярных пленок. [Jenkins and Jakobs, 1997; Sergievskaya et al., 2019; Rajan, (2020a, 2021, 2022)] выполнили численный анализ затухания ГКВ при введении параметров вязких слоев, таких как граничная и поверхностная упругости и коэффициент растяжения, объемная вязкость и поверхностная вязкость при «сдвиге» и толщина слоя. [Sergievskaya et al., 2019] также провели

лабораторные измерения затухания ГКВ в присутствии слоев нефти и масляной эмульсии, которые продемонстрировали наличие сильного максимума коэффициента затухания при толщине слоя около 0,5-1 мм, также были оценены границы раздела и поверхностные упругости слоев нефти/масляной эмульсии. Однако новые особенности коэффициента затухания, полученные в численных расчетах и в эксперименте, оставались не до конца понятными, и для объяснения результатов цитируемых работ был необходим физический анализ. Такой анализ, основанный на новом физическом подходе, проводится в данной работе. Этот подход является продолжением подхода [Ермаков, 2003]. В настоящей работе были получены аналитические формулы для коэффициента затухания ГКВ на поверхности воды, покрытой слоем вязкой жидкости с упругими границами, и выявлен новый эффект “двойного резонанса”. Идея, лежащая в основе подхода, заключается в том, что вихревая компонента ГКВ может быть формально описана как “вынужденная” волна Марангони, генерируемая потенциальной частью ГКВ. В случае вязкоупругого слоя “вынужденная” волна Марангони имеет более сложную структуру по сравнению со случаем пленки бесконечно малой толщины. А именно, “вынужденная” волна для толстой пленки характеризуется двумя “модами”, локализованными вблизи верхней и нижней упругих границ раздела, и одна или другая доминирует в зависимости от волнового числа ГКВ, что приводит к двухпиковой зависимости коэффициента затухания.

В параграфе 1.2 данной главы мы представляем основные уравнения и граничные условия для волновых движений малой амплитуды в двухслойной вязкой жидкости – пленке конечной толщины, плавающей на поверхности воды.

В параграфе 1.3 изучаются чисто вихревые волны в двухслойной вязкой жидкости - продольные волны (Марангони). Последние, в предельном случае очень тонкой пленки, описываются как одиночная мода Марангони, локализованная в воде непосредственно под пленкой. В случае достаточно толстой пленки волна Марангони состоит из двух мод – одна расположена под верхней границей пленки, другая - в пограничных слоях, образованных ниже и выше границы раздела вода-пленка.

В параграфе 1.4 дан анализ гравитационно-капиллярных мод, показано, что вихревая компонента ГКВ может быть приблизительно (но с высокой точностью) описана как решение уравнений для волн Марангони с “внешней силой”, определяемой потенциальной частью ГКВ.

В параграфе 1.5 приведены выражения для коэффициента затухания гравитационно-капиллярных волн. Показано, что в случае толстой пленки моды Марангони возбуждаются

резонансным образом, если волновое число ГКВ близко к одному из волновых чисел мод Марангони. Затухание, определяемое в основном вихревой компонентой ГКВ, может иметь двухпиковый характер в зависимости от волнового числа. Продемонстрированы зависимости коэффициента затухания ГКВ от волнового числа, а также приведены сравнения с численными результатами других авторов

В параграфе 1.6 приведены выводы к главе 1

## 1.2. Основные уравнения и приближения

Анализ волн в вязкой двухслойной жидкости основан на линейризованном уравнении Навье-Стокса и уравнении непрерывности, которые могут быть записаны для каждого слоя в виде:

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} = -\frac{\nabla p_i}{\rho_i} + g + \frac{\eta_i}{\rho_i} \Delta v \quad (1)$$

$$\operatorname{div}(\vec{v}_i) = 0 \quad (2)$$

Здесь  $v_i$  - скорость,  $p_i$  - давление,  $\rho_i$  - плотность воды,  $\eta_i$  - динамическая вязкость,  $g$  - ускорение свободного падения, индекс  $i = (w, f)$  означает либо нижний уровень жидкости бесконечной глубины - воду (w) либо верхний уровень жидкости - пленку (f) толщины  $h$ .

Мы будем искать решения для этой системы как суммы потенциальной (p) и вихревой (r) компонент. Предполагается, что потенциальная компонента соответствует идеальной жидкости, вихревая появляется из-за вязкости жидкости. Скорость жидкости может быть записана как: (индекс  $i$  для краткости опущен)

$$\vec{v} = \vec{v}^p + \vec{v}^r \quad (3)$$

$$\vec{v}^p = \nabla \Phi(x, z, t) \quad (4)$$

$$\vec{v}^r = \operatorname{rot} \vec{\Psi} \quad (5)$$

В (4) и (5)  $\Phi(x, z, t)$  и  $\vec{\Psi} = \{0, \Psi(x, z, t), 0\}$  обозначают скалярный и векторный потенциалы скорости соответственно, движение волны рассматривается как двумерное, т.е. в зависящее от горизонтальной ( $x$ ) и вертикальной ( $z$ ) координат, последняя направлена вверх,  $z = 0$  соответствует невозмущенной поверхности воды. Из (1), (2), (4), (5) следует:

$$\Delta \Phi = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{\eta}{\rho} \Delta \Psi \quad (7)$$

$$-\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \rho g z - p = 0 \quad (8)$$

Уравнение (6) следует из уравнения непрерывности (2), уравнение (8) из уравнения (1), если принять вязкость равной нулю. Подставляя (6) и (8) в (1) получаем  $\text{rot}(\partial \bar{\Psi} / \partial t - \eta / \rho \cdot \Delta \bar{\Psi}) = 0$ . Если мы рассмотрим x- и z- компоненты последнего уравнения, то легко сделать вывод, что  $\partial \bar{\Psi} / \partial t - \eta / \rho \cdot \Delta \bar{\Psi}$  не может зависеть ни от x, ни от z и может быть приравнено к нулю, что приводит к (7) (подробно, [Levich (1962)]). Уравнения (6)-(8) следует дополнить следующими граничными условиями.

Линеаризованные кинематические граничные условия на границе раздела «вода-пленка»  $z = \xi_{fa}$  и на верхней границе «пленка воздух»,  $z = h + \xi_{fa}$ , соответственно, ниже:

$$\vec{v}_w^p + \vec{v}_w^r = \vec{v}_f^p + \vec{v}_f^r, \quad z = \xi_{wf} \quad (9)$$

$$w_w = \frac{\partial \xi_{wf}}{\partial t}, \quad z = \xi_{wf} \quad (10)$$

$$w_f = \frac{\partial \xi_{fa}}{\partial t}, \quad z = h + \xi_{fa} \quad (11)$$

Динамические условия для нормальных и тангенциальных давлений:

$$p_w = p_f - \sigma_{wf} \frac{\partial^2 \xi_w}{\partial x^2} + 2\eta_w \frac{\partial w_w}{\partial z} - 2\eta_f \frac{\partial w_f}{\partial z}, \quad z = \xi_{wf} \quad (12)$$

$$p_f = p_a - \sigma_{fa} \frac{\partial^2 \xi_f}{\partial x^2} + 2\eta_f \frac{\partial w_f}{\partial z}, \quad z = h + \xi_{fa} \quad (13)$$

$$-\eta_f \left( \frac{\partial u_f}{\partial z} + \frac{\partial w_f}{\partial x} \right) + \eta_f \left( \frac{\partial u_w}{\partial z} + \frac{\partial w_w}{\partial x} \right) = \frac{\partial \sigma_{wf}}{\partial x} = \frac{\partial \sigma_{wf}}{\partial \Gamma_{wf}} \frac{\partial \Gamma_{wf}}{\partial x}, \quad z = \xi_{wf} \quad (14)$$

$$\eta_f \left( \frac{\partial u_f}{\partial z} + \frac{\partial w_f}{\partial x} \right) = \frac{\partial \sigma_{fa}}{\partial x} = \frac{\partial \sigma_{fa}}{\partial \Gamma_{fa}} \frac{\partial \Gamma_{fa}}{\partial x}, \quad z = h + \xi_{fa} \quad (15)$$

В (9)-(15),  $w_w, w_f, u_w, u_f$  обозначают вертикальную и горизонтальную скорости в воде и пленке, и  $\xi_{wf}, \xi_{fa}$  – профиль возвышения поверхности на границах раздела ”вода-пленка“ и ”пленка–воздух” соответственно.

Кроме того, линеаризованные уравнения сохранения массы для концентраций поверхностно-активных веществ:  $\Gamma_{wf}, \Gamma_{fa}$  на границах можно записать в виде:

$$\frac{\partial \Gamma_{wf}}{\partial t} + \Gamma_{0wf} \frac{\partial u_w}{\partial x} = 0, \quad z = \xi_{wf} \quad (16)$$

$$\frac{\partial \Gamma_{fa}}{\partial t} + \Gamma_{0fa} \frac{\partial u_f}{\partial x} = 0, \quad z = h + \xi_{fa} \quad (17)$$

Здесь,  $\sigma_{wf} \equiv \sigma_{wf}(\Gamma_{wf}), \sigma_{fa} \equiv \sigma_{fa}(\Gamma_{fa})$  означают коэффициенты поверхностного натяжения, и  $\Gamma_{0wf}, \Gamma_{0fa}$  невозмущенные концентрации поверхностно-активных веществ на границах раздела, соответственно.

### 1.3. Продольные волны (Марангони)

Сперва, рассмотрим чисто вращательные движения ( $v^L = \text{rot} \Psi^L \neq 0, v^p = \nabla \Phi = 0$ ) на поверхности воды покрытой пленкой, которые могут быть описаны уравнением (7) для векторного потенциала. При поиске решения (7) как  $\Psi_w^L \propto \exp(mz + i(\omega t - kx))$  можно легко получить:

$$m_w = \pm \frac{1+i}{\sqrt{2}} \sqrt{-ik^2 + \rho_w \omega / \eta_w} \approx \pm \frac{1+i}{d_w} \quad (18)$$

в воде, и

$$m_f = \pm \frac{1+i}{\sqrt{2}} \sqrt{-ik^2 + \rho_f \omega / \eta_f} \approx \pm \frac{1+i}{d_f} \quad (19)$$

В пленке.

Последние равенства в (18) и (19) действительны, при  $kd_w \ll 1$ , и  $kd_f \ll 1$ , где  $d_w = \sqrt{(2\eta_w)/(\rho_w \omega)}$  и  $d_f = \sqrt{(2\eta_f)/(\rho_f \omega)}$  означают толщину вязкого погранслоя в воде и в

пленке соответственно. Волновые числа, для которых выполняются вышеуказанные условия, приведены в Таблице I.

**Таблица I.** Максимальные значения волновых чисел, удовлетворяющих соотношению  $kd_f \leq 0.2$ .

	$\rho_f$ , г/см <sup>3</sup>	$v_f/v_w$	maxk, рад/см (max( $kd_f$ )=0.2)
Олеиновая кислота	0.89	~25	2.1
Нефть	0.9	~10	5.8
Керосин	0.81	2-5	10.3
Олеиновый спирт	0.85	~28	1.9
Дизель	0.86	3-6	10.6
Додециловый спирт	0.82	~188	0.5
Вода	1	1	112

Вертикальная компонента скорости:  $w^L = \partial\Psi^L/\partial x \propto ik\Psi^L$ , горизонтальная компонента скорости  $u^L = \partial\Psi^L/\partial z \propto \Psi^L/d$ , следовательно, вертикальные скорости малы по сравнению с горизонтальными,  $w^L \propto u^L O(kd_w, kd_f)$ . Таким образом, движение жидкости в чисто вихревых волнах является квазигоризонтальным, и волны называются “продольными” волнами (ВМ).

Уравнения, описывающие продольные волны, могут быть получены при дифференцировании (14) и (15) по  $t$  и пренебрегая вертикальными скоростями и их горизонтальными градиентами. Отметим, что колебания давления также незначительны при этом движении, и нормальные граничные условия могут быть опущены. Наконец, мы получаем следующие уравнения для продольных волн (ниже все функции в граничных условиях для волновых движений малой амплитуды будут оцениваться на невозмущенных границах раздела).

$$\eta_w \frac{\partial^2 u_w^L}{\partial z \partial t} - \eta_f \frac{\partial^2 u_f^L}{\partial z \partial t} - E_{wa} \frac{\partial^2 u_w^L}{\partial x^2} = 0, \quad z = 0 \quad (20)$$

$$\eta_f \frac{\partial^2 u_f^L}{\partial z \partial t} - E_{fa} \frac{\partial^2 u_f^L}{\partial x^2} = 0, \quad z = h \quad (21)$$

$$u_w^L - u_f^L = 0, \quad z = 0 \quad (22)$$

Здесь  $E_{wf} = -\Gamma_{0wf} \times \partial \sigma_{wf} / \partial \Gamma$  и  $E_{fa} = -\Gamma_{0fa} \times \partial \sigma_{fa} / \partial \Gamma$  - упругости на границах раздела “вода-пленка” и “пленка-воздух”, соответственно. Мы будем искать решение (20)-(22) в воде бесконечной глубины как:

$$u_w^L = U_w^L e^{\frac{(1+i)z}{d_w} + i(\omega t - kx)}, \quad -\infty < z \leq 0 \quad (23)$$

т.е. остается экспонента с положительной  $Re(m_w)$ , в то время, как скорость в верхнем слое равна:

$$u_f^L = U_{f1}^L e^{\frac{1+i}{d_f} z - i(\omega t - kx)} + U_{f2}^L e^{-\frac{1+i}{d_f} z - i(\omega t - kx)}, \quad 0 \leq z \leq h \quad (24)$$

Используя (20) и (21), и соотношение:

$$U_w^L = U_{f1}^L + U_{f2}^L \quad (25)$$

Которое следует из кинематического граничного условия на  $z = 0$  мы получаем однородную систему линейных уравнений для  $U_{f1}^L$  and  $U_{f2}^L$  нетривиальное решение которого соответствует нулевому детерминанту. Это условие дает нам дисперсионное соотношение для ВМ, которое в общем случае является довольно громоздким. Здесь мы представляем решения дисперсионного соотношения для ВМ в двух предельных случаях: для тонких и толстых пленок.

Для случая “тонкой” пленки, то есть когда толщина пленки мала по сравнению с толщиной вязкого пограничного слоя ( $h \ll d_f$ ), мы получаем единственное решение дисперсионного уравнения ВМ.

$$k^2 = k_{M(h \rightarrow 0)}^2 \equiv (1-i) \sqrt{\frac{\rho_w \eta_w}{2} \frac{\omega^{3/2}}{E_{wf} + E_{fa}}} \quad (26)$$



Следовательно, в этом случае существует единственная мода ВМ, и эта мода идентична продольным волнам в воде под пленкой бесконечно малой толщины [см, Lucassen, (1968, 1982)] с эффективной упругостью, являющейся суммой упругостей на границах раздела “вода-пленка“ и ”пленка-воздух“.

$$U_{f2}^L = U_{f1}^L \frac{E_{wf} \sqrt{\rho_f \eta_f / 2} + E_{fa} (\sqrt{\rho_f \eta_f / 2} - \sqrt{\rho_w \eta_w / 2})}{E_{wf} \sqrt{\rho_f \eta_f / 2} + E_{fa} (\sqrt{\rho_f \eta_f / 2} + \sqrt{\rho_w \eta_w / 2})} \approx U_{f1}^L \quad (27)$$

Последнее уравнение справедливо при  $\eta_w \ll \eta_f$ . Для такой одиночной моды мы имеем

$u_f^L = 2U_{f1}^L \exp(-i(\omega t - k_1 x))$  на  $z > 0$  и  $u_w^L = 2U_{f1}^L \exp(\frac{1+i}{d_w} z - i(\omega t - k_2 x))$  на  $z < 0$ , таким образом, профиль горизонтальной скорости для этого режима почти постоянный в пленке и экспоненциально спадающий в воде.

В другом предельном случае ( $h \gg d_f$ ), т.е. для “толстой” пленки дисперсионное уравнение имеет два корня, а именно:

$$k_1^2 = k_{M(fa)}^2 \equiv (1-i) \sqrt{\frac{\rho_f \eta_f}{2}} \cdot \frac{\omega^{3/2}}{E_{fa}} \quad (28)$$

$$k_2^2 = k_{M(wf)}^2 \equiv (1-i) \left[ \sqrt{\frac{\rho_w \eta_w}{2}} + \sqrt{\frac{\rho_f \eta_f}{2}} \right] \frac{\omega^{3/2}}{E_{wf}} \quad (29)$$

Следовательно, в этом случае возникают две продольные волновые моды. Одна мода локализована вблизи верхней границы пленки ( $k_1^2 = k_{M(fa)}^2$ ) так, как будто под ней нет границы раздела “вода-пленка”. Другая мода - “привязана” к границе раздела “вода-пленка” и не чувствительна к верхней границе пленки. Действительно, это следует из уравнений для  $U_{f1}^L$ ,  $U_{f2}^L$  что для моды с  $k_1$   $U_{f2}^L/U_{f1}^L = 0$ , так что  $u_f^L = U_{f1}^L \exp(\frac{1+i}{d_f} (z-h) - i(\omega t - k_1 x))$  и  $u_w^L = U_{f1}^L \exp(-\frac{1+i}{d_f} h + \frac{1+i}{d_w} z - i(\omega t - k_1 x)) \approx 0$ . С другой стороны, для моды с  $k_2$   $U_{f1}^L/U_{f2}^L = 0$ , так что  $u_f^L = U_{f2}^L \exp(-\frac{1+i}{d_f} z - i(\omega t - k_2 x))$ ,  $u_w^L = U_{f2}^L \exp(\frac{1+i}{d_w} z - i(\omega t - k_2 x))$ . Вертикальные профили горизонтальных скоростей в жидкости для этих двух продольных режимов изображены на Рис. 2.

Мнимая часть волновых чисел ВМ (26), (28)-(29) описывает затухание распространяющейся ВМ, а коэффициент затухания монотонно зависит от частоты ВМ. Более подробный анализ [Rajan, 2020b], учитывающий малые вертикальные движения в ВМ, предсказывает снижение коэффициента затухания ВМ, который соответствует максимуму затухания ГКВ (см. также [Earnshaw и McLaughlin, 1991]). Однако эффект уменьшения затухания ВМ не является сильным, если упругость и поверхностное натяжение принимают действительные значения, как в нашем анализе. Поэтому мы не будем рассматривать здесь этот эффект.

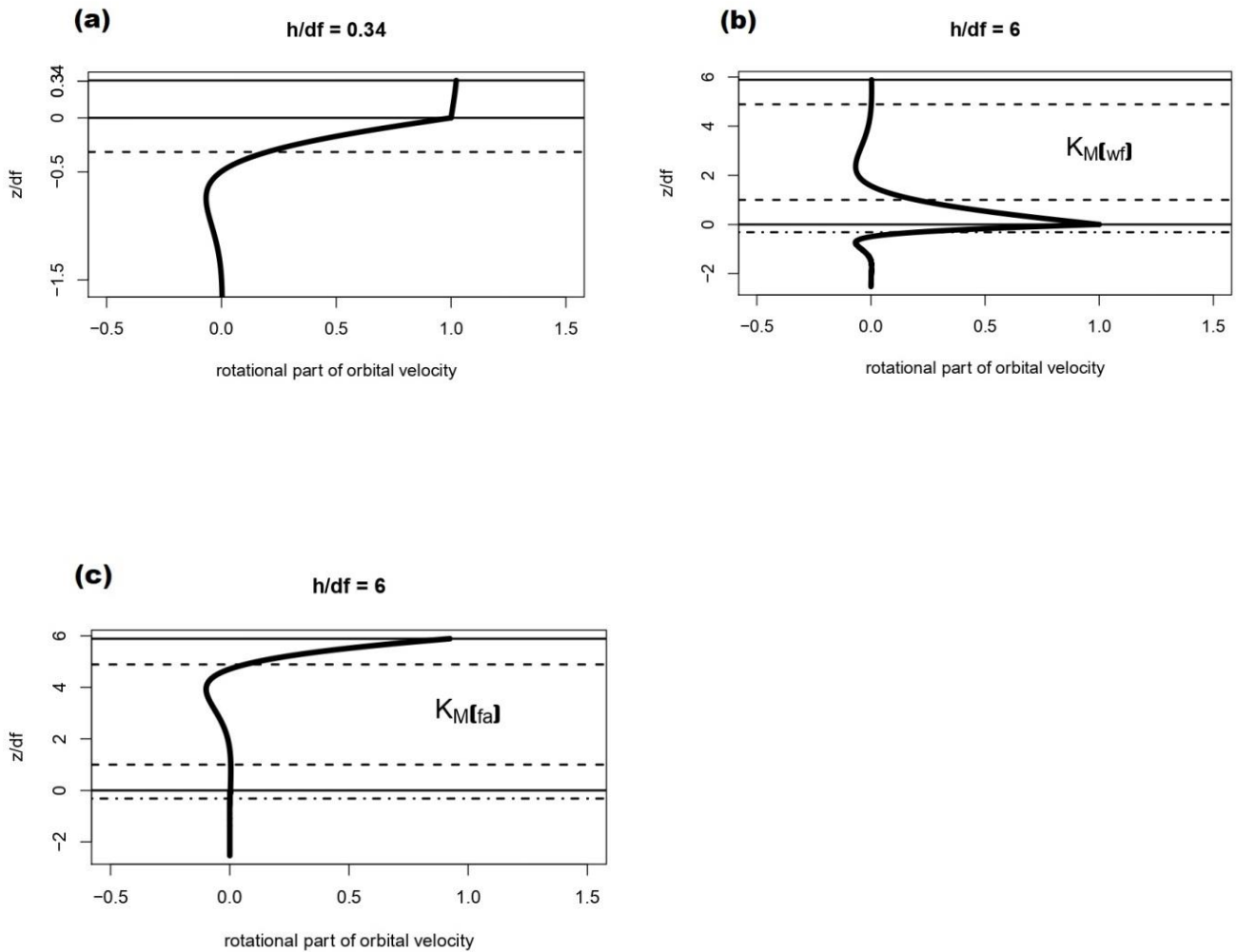


Рис. 2. Профили безразмерной скорости в продольных волнах (Марангони) в зависимости от безразмерной глубины для а) одиночной моды для тонкой пленки, ( $h \ll d_f$ ),  $k_{M(h \rightarrow 0)}^2$ , и б), в) двух мод в толстой пленке,  $h \gg d_f$ , с  $k_{M(fa)}^2$ , и  $k_{M(wf)}^2$ .  $\sigma_{wf} = 20$  мН/м,  $E_{wf} = 45$  мН/м,  $\sigma_{fa} = 30$  мН/м,  $E_{wf} = 12$  мН/м .

## 1.4. Гравитационно-капиллярные волны

Теперь проанализируем другой тип волнового движения в вязкой жидкости, покрытой слоем другой вязкой жидкости с упругими границами. Это движение называется поперечными или гравитационно-капиллярными волнами и содержит как вихревую, так и потенциальную части. Ниже мы продемонстрируем, что вихревая компонента может быть формально описана как движение, возбуждаемое потенциальной частью.

### А. Потенциальная компонента ГКВ

Решение уравнения Лапласа для нижней жидкости(вода) с бесконечной глубиной можно записать в виде:

$$\Phi_w = \overline{\Phi_w} e^{kz+i(\omega t-kx)} \quad (30)$$

Где  $\overline{\Phi_w}$  – амплитуда потенциала. В верхней жидкости (пленка) потенциал ищется как:

$$\Phi_f = \overline{\Phi_{f1}} e^{kz+i(\omega t-kx)} + \overline{\Phi_{f2}} e^{-kz+i(\omega t-kx)} \quad (31)$$

Следует отметить, что вертикальная  $w_w^p$  и горизонтальная  $u_w^p$  компоненты скорости, как следует из уравнения непрерывности для волн, распространяющихся по поверхности бесконечно глубокой воды, связаны друг с другом следующим образом:

$$w_w^p = i u_w^p \quad (32)$$

таким образом, показывая, что вертикальная и горизонтальная компоненты потенциальной скорости в глубокой воде имеют равные амплитуды.

Соотношение между  $\overline{\Phi_w}$ ,  $\overline{\Phi_{f1}}$  и  $\overline{\Phi_{f2}}$  можно найти из граничных условий (см. ниже). При подстановке в (9), (12), (13) полных скоростей как суммы потенциальных и вихревых компонент и пренебрегая малыми членами, содержащими вертикальные вихревые скорости, а также членами

$2\eta_w * \partial w_w / \partial z$ ,  $2\eta_f * \partial w_f / \partial z$  в (12) и (13) которые по порядку  $O(k^2 d_w^2, k^2 d_f^2)$  граничные условия (12), (13) можно приближенно записать в виде:

$$w_w^p \approx w_f^p, \quad z = 0 \quad (33)$$

$$p_w \approx p_f - \sigma_{wf} \frac{\partial^2 \xi_{wf}^p}{\partial x^2}, \quad z = \xi_{wf}^p \quad (34)$$

$$p_f \approx p_a - \sigma_{fa} \frac{\partial^2 \xi_{fa}^p}{\partial x^2}, \quad z = h + \xi_{fa}^p \quad (35)$$

Где  $\xi_{wf}^p$  и  $\xi_{fa}^p$  означают вертикальные потенциальные смещения поверхности вода-пленка и пленка-воздух соответственно. Таким образом, из (34) и (35) можно заключить, что вихревая компонента давления мала и ею можно пренебречь, и давление определяется главным образом потенциальной частью волнового движения. Тогда потенциальная компонента ГКВ описывается с высокой точностью теми же уравнениями и граничными условиями, что и ГКВ в идеальной (невязкой) жидкости. Давления в (34), (35) можно исключить, используя (8). После вычисления граничных условий на невозмущенных границах раздела и дифференцирования по  $t$ , получены следующие уравнения.

$$-\rho_w \frac{\partial^2 \Phi_w}{\partial t^2} - \rho_w g \frac{\partial \Phi_w}{\partial z} = -\rho_f \frac{\partial^2 \Phi_f}{\partial t^2} - \rho_f g \frac{\partial \Phi_f}{\partial z} - \sigma_{wf} \frac{\partial^3 \Phi_w}{\partial x^2 \partial z}, \quad z = 0 \quad (36)$$

$$-\rho_f \frac{\partial^2 \Phi_f}{\partial t^2} - \rho_f g \frac{\partial \Phi_f}{\partial z} = -\sigma_{fa} \frac{\partial^3 \Phi_f}{\partial x^2 \partial z}, \quad z = h \quad (37)$$

$$\frac{\partial \Phi_w}{\partial z} = \frac{\partial \Phi_f}{\partial z} \quad z = 0 \quad (38)$$

Подставляя (30), (31) в (36)-(38) получаем систему однородных линейных уравнений для  $\overline{\Phi_{f1}}$ ,  $\overline{\Phi_{f2}}$  и  $\overline{\Phi_w}$ . Приравнявая определитель последней системы к нулю, получаем следующее дисперсионное соотношение для потенциальной компоненты ГКВ:

$$\omega^4 \left( 1 + \frac{\Delta\rho}{\rho_w + \rho_f} e^{-2kh} \right) + \omega_{fa}^2 \Omega_{wf}^2 (1 - e^{-2kh}) - \omega^2 \left[ \omega_{fa}^2 \left( 1 - \frac{\Delta\rho}{\rho_w + \rho_f} e^{-2kh} \right) + \Omega_{wf}^2 (1 + e^{-2kh}) \right] \quad (39)$$

Где

$$\omega_{fa}^2 = gk + \frac{\sigma_{fa}}{\rho_f} k^3 \quad (40)$$

Хорошо известное дисперсионное соотношение для гравитационно капиллярных волн в невязкой глубокой жидкости с плотностью  $\rho_f$  и коэффициентом поверхностного натяжения  $\sigma_{fa}$  и

$$\Omega_{wf}^2 = \frac{\Delta\rho}{\rho_w + \rho_f} gk + \frac{\sigma_{wf}}{\rho_w + \rho_f} k^3 \quad (41)$$

представляет собой квадрат частоты волн на границе раздела двух невязких жидкостей бесконечной глубины. Разница плотностей  $\Delta\rho = \rho_w - \rho_f$  как правило мала,  $\Delta\rho \ll (\rho_w + \rho_f)/2$ .

Решение уравнения (39) можно легко найти в двух предельных случаях:

a)  $kh > (\gg) 1$

$$\omega_1^2 = \omega_{fa}^2 \quad (42)$$

$$\omega_2^2 = \Omega_{wf}^2 \quad (43)$$

b)  $kh \ll 1$

$$\omega_1^2 \approx gk + (\sigma_{fa} / \rho_f + \sigma_{wf} / \rho_w) k^3 \quad (44)$$

$$\omega_2^2 \approx \Omega_{wf}^2 4kh \left[ 1 + 2 \frac{\Omega_{wf}^2}{\omega_{fa}^2} \right]^{-1} \quad (45)$$

Таким образом, можно заключить, что в двухслойной жидкости, с учетом разницы плотностей между жидкостями, возникают два режима потенциального движения волны, которые

соответствуют гравитационно-капиллярному режиму и режиму внутренней волны (ВВ) с частотами (42) и (43) при  $kh > (\gg)1$ , или (44) и (45) при  $kh \ll 1$ , соответственно.

Из системы следует соотношение для  $\overline{\Phi}_{f1}$  и  $\overline{\Phi}_{f2}$

$$\overline{\Phi}_{f2} \approx \overline{\Phi}_{f1} \frac{\omega^2 \cdot \Delta\rho / (\rho_f + \rho_w) - \Omega_{wf}^2}{\omega^2 - \Omega_{wf}^2} \quad (46)$$

Для ВВ моды с частотой (45) при  $kh \ll 1$  амплитуды  $\overline{\Phi}_{f2} \approx \overline{\Phi}_{f1}$ , следовательно, орбитальная скорость почти постоянна в пределах верхнего слоя. Если  $kh > (\gg)1$ , тогда  $\overline{\Phi}_{f1} \approx 0$  и скорость экспоненциально спадает при  $z > 0$ . В нижней жидкости бесконечной глубины скорость в моде ВВ уменьшается экспоненциально.

Для моды ГКВ:

$$\overline{\Phi}_{f2} = -\gamma_i \cdot \overline{\Phi}_{f1}, \quad i=1,2 \quad (47)$$

где

$$\gamma_1 \equiv \gamma(kh \ll 1) = \frac{\sigma_{wf} / (\rho_w + \rho_f) k^3}{\omega_{fa}^2 + [\frac{\sigma_{wf}}{\rho_w} - \sigma_{wf} / (\rho_w + \rho_f)] k^3} \quad (48)$$

$$(49)$$

$$\gamma_2 \equiv \gamma(kh > 1) = \frac{\sigma_{wf} k^3 / (\rho_w + \rho_f)}{\omega_{fa}^2 - \sigma_{wf} k^3 / (\rho_w + \rho_f)}$$

Значения  $\gamma_i$  – для характерных величин:  $\sigma_{fa} \approx \sigma_{wf} \propto 30 \text{ мН/м}$ ,  $\rho_w = 1 \text{ г/см}^3$ ,  $\rho_f = 0.9 \text{ г/см}^3$  представлены в Таблице II.

**Таблица II.** Характерные значения  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  для различных длин волн ГКВ.

Длины волн ГКВ, см	1	2	3,14
$\gamma_1$	0.21	0.1	0.05
$\gamma_2$	0.38	0.13	0.058

Можно видеть из таблицы II, что  $\overline{\Phi_{f2}} \ll \overline{\Phi_{f1}}$  и, следовательно,  $\overline{\Phi_w} \approx \overline{\Phi_{f1}}$  для длин волн ГКВ 2 см и длиннее, следовательно, потенциальную часть ГКВ в двухслойной жидкости с небольшой разницей плотностей можно рассматривать как практически ГКВ в однородной жидкости.

### В. Вихревая компонента ГКВ

Вихревая компонента описывается уравнением диффузионного типа (см. (7)), которое справедливо как для векторного потенциала, так и для вихревой компоненты скорости. Поскольку вихревые компоненты вертикальной скорости и колебания давления очень малы (см. выше), они могут быть описаны с использованием только тангенциальных граничных условий (14), (15). Подставляя скорости в (14), (15) как сумму вихревой и потенциальной компонент и группируя вихревые скорости в левой части граничных условий и потенциальные скорости в правой части, мы приходим к следующим уравнениям:

$$\eta_w \frac{\partial^2 u_w^r}{\partial z \partial t} - \eta_f \frac{\partial^2 u_f^r}{\partial z \partial t} - E_{wf} \frac{\partial^2 u_w^r}{\partial x^2} = E_{wf} \frac{\partial^2 u_w^p}{\partial x^2} - 2\eta_w \frac{\partial^2 u_w^p}{\partial z \partial t} + 2\eta_f \frac{\partial^2 u_f^p}{\partial z \partial t}, \quad z = 0 \quad (50)$$

$$\eta_f \frac{\partial^2 u_f^r}{\partial z \partial t} - E_{fa} \frac{\partial^2 u_f^r}{\partial x^2} = E_{fa} \frac{\partial^2 u_f^p}{\partial x^2} - 2\eta_f \frac{\partial^2 u_f^p}{\partial z \partial t}, \quad z = h \quad (51)$$

Кинематическое граничное условие (9) можно переписать принимая во внимание (47) в виде:

$$u_w^r - u_f^r = u_f^p - u_w^p = -\frac{2\gamma_i}{1 + \gamma_i} u_w^p, \quad z = 0 \quad (52)$$

В (50), (51) использованы следующие соотношения  $\partial u^p / \partial z = \partial w^p / \partial x$  между горизонтальной и вертикальной компонентами потенциальных скоростей, что следует из  $rot(\overline{u^p}) = 0$ . Левые части уравнений (50)-(52) для вихревой компоненты ГКВ такие же, как в (20)-(22) для продольных собственных мод. Отличие от (20)-(22) состоит в том, что уравнения (50)-(52) имеют ненулевые правые части. Следовательно, (50)-(52) могут быть формально интерпретированы как уравнения для “вынужденных” волн ВМ, которые возбуждается “внешними силами” пропорционально потенциальной компоненте ГКВ. Эти “внешние силы” зависят от  $x$  и  $t$  как  $\exp(i(\omega t - kx))$  с частотой  $\omega$  и волновым числом  $k$ , удовлетворяющими дисперсионному соотношению для ГКВ в невязкой жидкости (см. выше). Поэтому мы ищем вынужденное решение уравнений (50)-(52), также пропорциональное  $\exp(i(\omega t - kx))$ , а именно:

$$u_w^r = U_w^r e^{\frac{(1+i)z}{d_w} + i(\omega t - kz)}, \quad -\infty < z \leq 0 \quad (53)$$

$$u_f^r = U_{f1}^r \cdot e^{\frac{1+i}{d_f} z + i(\omega t - kz)} + U_{f2}^r \cdot e^{\frac{1+i}{d_f} z + i(\omega t - kz)}, \quad 0 < z \leq h \quad (54)$$

Подставляя (53) (54) в (50)-(52) мы получаем следующие уравнения для амплитуд вихревой компоненты скорости ГКВ

$$E_{wf} \left[ -\frac{1-i}{E_{wf}} (\sqrt{\eta_w \rho_w / 2} - \sqrt{\eta_f \rho_f / 2}) \omega^{3/2} + k^2 \right] U_{f1}^r + E_{wf} [-k_{M(wf)}^2 + k^2] U_{f2}^r = Q_{wf} \quad (55)$$

$$E_{fa} [-k_{M(fa)}^2 + k^2] e^{\frac{1+i}{d_f} h} U_{f1}^r + E_{fa} [k_{M(fa)}^2 + k^2] e^{\frac{1+i}{d_f} h} U_{f2}^r = Q_{fa}, \quad (56)$$

$$Q_{wf} = - \left[ E_{wf} k^2 + 2i\omega k (\eta_w - \eta_f) - \frac{2\gamma_i}{1 + \gamma_i} (i\omega k + k^2 E_{wf}) \right] (-ik \overline{\Phi_w}) \quad (57)$$

$$Q_{fa} = -E_{fa} k^2 (-ik) (\overline{\Phi_{f1}} e^{kh} + \overline{\Phi_{f2}} e^{-kh}) - 2\eta_f i\omega k (-ik) (\overline{\Phi_{f1}} e^{kh} - \overline{\Phi_{f2}} e^{-kh}) \quad (58)$$

Следует отметить, что правая часть из (57)-(58) может быть выражена через любую из потенциальных амплитуд  $\overline{\Phi_w}$ ,  $\overline{\Phi_{f1}}$  или  $\overline{\Phi_{f2}}$  имея соотношения между ними (см. выше). Амплитуды  $U_{f1}^L$  и  $U_{f2}^L$  получены решением уравнений (55)-(56) представлены в следующем виде:

$$U_{f1}^r = \frac{E_{fa} Q_{wf} [k_{M(fa)}^2 + k^2] e^{\frac{1+i}{d_f} h} - E_{wf} Q_{fa} [-k_{M(wf)}^2 + k^2]}{Det} \quad (59)$$



$$U_{f2}^r = \frac{E_{wf} Q_{fa} \left[ -\frac{1-i}{E_{wf}} \left( \sqrt{\frac{\eta_w \rho_w}{2}} - \sqrt{\frac{\eta_f \rho_f}{2}} \right) \omega^{3/2} + k^2 \right] - E_{fa} Q_{wf} \left[ -k_{M(fa)}^2 + k^2 \right] e^{\frac{1+i}{d_f} h}}{Det} \quad (60)$$

Амплитуду  $U_w^r$  можно выразить через  $U_{f1}^r$  и  $U_{f2}^r$  используя (52). Полученные выражения для вихревой скорости довольно громоздки, и мы приводим следующее упрощенное выражение для случая толстой пленки, т.е. когда  $h/d_f > (\gg)1$ .

$$u_w^r \approx \left[ \frac{Q_{fa} e^{\frac{1+i}{d_f} h}}{E_{fa} (k^2 - k_{M(fa)}^2)} + \frac{Q_{wf}}{E_{wf} (k^2 - k_{M(wf)}^2)} - \frac{2\gamma_{ii} (-ik) \bar{\Phi}_w}{1 + \gamma_i} \right] e^{\frac{(1+i)z}{d_w} + i(\omega t - kx)}, \quad z < 0 \quad (61)$$

$$u_f^r \approx \frac{Q_{fa} e^{\frac{1+i}{d_f} h}}{E_{fa} (k^2 - k_{M(fa)}^2)} \cdot e^{\frac{1+i}{d_f} z - i(\omega t - kx)} + \frac{Q_{wf}}{E_{wf} (k^2 - k_{M(wf)}^2)} \cdot e^{\frac{1+i}{d_f} z - i(\omega t - kx)}, \quad z < 0 \quad (62)$$

Следует подчеркнуть, что амплитуды вихревой компоненты скорости обратно пропорциональны членам резонансного типа  $(k^2 - k_{M(wf),(fa)}^2)$  это указывает на то, что амплитуды достигают своих максимальных значений, когда волновые числа ГКВ близки к волновым числам Марангони,  $k_{M(wf)}^2$  или  $k_{M(fa)}^2$ . А именно, амплитуда вихревой компоненты, локализованной в пограничном слое вблизи границы раздела воздух-пленка (первое слагаемое в правой части из (62)) пропорциональна  $(k^2 - k_{M(fa)}^2)^{-1}$ , в то время как другая часть, содержащаяся в пограничных слоях вблизи границы раздела вода-пленка, определяется главным образом  $(k^2 - k_{M(wf)}^2)^{-1}$ . Для другого предельного случая тонкой пленки, когда  $h/d_f \ll 1$  можно видеть, что  $U_w^r \propto (k^2 - k_{M(h \rightarrow 0)}^2)$  (см. ниже). Это указывает на то, что для тонкой пленки, резонанс достигается при эффективной упругости равной  $E_{wf} + E_{fa}$

## 1.5. Коэффициент затухания ГКВ и эффект двойного резонанса

Теперь мы вычислим коэффициент затухания  $\gamma$  ГКВ, используя подход Ландау и Лифшица [Landau and Lifshitz, 1987] а именно:

$$\gamma = -\frac{\dot{\varepsilon}}{2\varepsilon} \quad (63)$$

где

$$\dot{\varepsilon} = -\frac{\eta}{2} \int \overline{\left(\frac{\partial v_l}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_l}\right)^2} dz \quad (64)$$

и

$$\varepsilon = \int \overline{\rho v_l^2} dz \quad (65)$$

означают диссипацию энергии волны в единицу времени и общую механическую энергию волны (кинетическую и потенциальную), соответственно, обе из них на единицу площади. Суммирование по повторяющимся индексам  $i = (x, z)$ , черта сверху означает усреднение по времени. Поскольку вихревая компонента содержится в тонких вязких пограничных слоях, ее вклад в интеграл (65) имеет порядок  $O(kd_{f,w})$ , т.е. мала и ей можно пренебречь. Тогда энергия волны определяется в основном потенциальной компонентой и может быть записана в виде:

$$\begin{aligned} \varepsilon \approx \rho_w \int_{-\infty}^0 \overline{[(u^p)^2 + (w^p)^2]} dz + \rho_f \int_0^h \overline{[(u^p)^2 + (w^p)^2]} dz \approx \frac{k}{2} \rho_w |\overline{\Phi_w}|^2 + \\ \frac{k}{2} \rho_f |\overline{\Phi_{f1}}|^2 [e^{2kh} - 1] \approx \frac{1}{2k} \rho_w |\overline{U^p(z=h)}|^2 \end{aligned} \quad (66)$$

где  $\overline{U^p(z=h)}$  – амплитуда потенциальной компоненты скорости на  $z=h$ . Обратите внимание, что последние равенства в (66) записаны при пренебрежении небольшой разницей между  $|\overline{\Phi_w}|^2$  и  $|\overline{\Phi_{f1}}|^2$ , также как между  $\rho_w$  и  $\rho_f$ . В отличие от полной энергии ГКВ, скорость диссипации энергии

ГКВ определяется в основном вихревой компонентой, градиенты скорости которой намного больше чем потенциальной. Тогда

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon} \approx 4\eta_w \int_{-\infty}^0 \left[ \left( \frac{\partial u^p}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial u^p}{\partial x} \right)^2 \right] dz + 4\eta_f \int_0^h \left[ \left( \frac{\partial u^p}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial u^p}{\partial x} \right)^2 \right] dz + \\ \eta_w \int_{-\infty}^0 \overline{\left( \frac{\partial u_w^r}{\partial z} \right)^2} dz + \eta_f \int_0^h \overline{\left( \frac{\partial u_f^r}{\partial z} \right)^2} dz \end{aligned} \quad (67)$$

В (67) мы, тем не менее, сохранили два первых слагаемых, содержащих потенциальные градиенты скорости, чтобы обеспечить переход к случаю “отсутствия пленки”. Выражения для различных слагаемых в (67) представлены в Приложении В. Ниже мы приводим выражения коэффициента затухания для предельных случаев тонких и толстых пленок. Для тонкой пленки последний член в правой части из (67) пренебрежимо мал, так что затухание ГКВ определяется главным образом диссипацией энергии в вязком пограничном слое в воде и может быть записано как:

$$\gamma \left( \frac{h}{d_f} \ll 1 \right) = 2\nu_w k^2 + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\nu_w \omega k^2}{2}} \frac{|U_w^r|^2}{|U_w^p|^2} \approx 2\nu_w k^2 + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\nu_w \omega k^2}{2}} \left| \frac{k^2}{k^2 - k_{M(h \rightarrow 0)}^2} \right|^2 \quad (68)$$

$$\gamma \left( \frac{h}{d_f} \gg 1 \right) \approx 2 \frac{\eta_w (1 + 2\gamma_i) + \eta_f (e^{2kh} - 1)}{\rho_w (1 + 2\gamma_i) + \rho_f (e^{2kh} - 1)} k^2 + \frac{\sqrt{\frac{\eta_f \rho_f \omega k^2}{2}} (1 - \gamma_i) k^4}{|k^2 - k_{M(wf)}^2|^2} + \frac{\sqrt{\frac{\eta_f \rho_f \omega k^2}{2}} k^4 e^{2kh}}{|k^2 - k_{M(fa)}^2|^2} \quad (69)$$

Физический смысл приведенных выше выражений для коэффициента затухания будет обсужден ниже.

Из анализа, представленного в разделе 1.5, следует, что затухание ГКВ в присутствии пленки с упругими границами определяется главным образом вихревой компонентой ГКВ, амплитуда которой может быть сопоставима с амплитудами потенциальной части. Это приводит к большим градиентам в пограничных слоях и, следовательно, к усиленному по сравнению со случаем чистой

воды затуханию. Это проиллюстрировано на рис. 3, где показаны вертикальные профили горизонтальной орбитальной скорости в ГКВ при различных значениях толщины пленки.

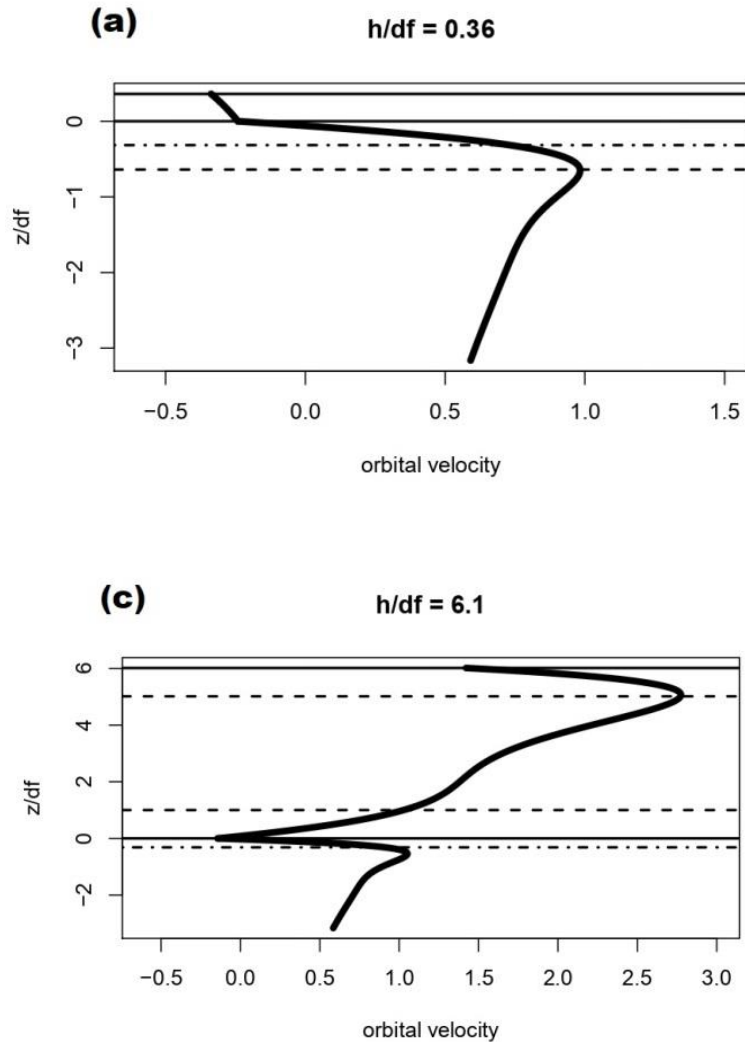


Рис. 3 Вертикальные профили горизонтальной орбитальной скорости в ГКВ при различных значениях толщины пленки  $h/d_f$  ( $k=3$  рад/см, частота ГКВ 65 рад/с в (а), и около 63 рад/с для (с) в соответствии с (44) и (39), соответственно  $\nu_f = 10\nu_w$ ,  $\sigma_{wf} = 20$  мН/м,  $\sigma_{fa} = 30$  мН/м,  $E_{wf} = 45$  мН/м,  $E_{fa} = 12$  мН/м). Пунктирные и точка-пунктирные линии обозначают толщину пограничного слоя в пленке и в воде соответственно.

Рис. 3(а) демонстрирует, что скорость внутри пленки почти постоянна в случае  $h/d_f \ll 1$ . Это связано с тем, что пограничные слои на нижней и верхней границах пленки сильно перекрываются, и коэффициент затухания определяется градиентом вихревой компоненты

скорости только ниже границы раздела вода-пленка. Эта ситуация идентична случаю пленки нулевой толщины.

Формула (68) для коэффициента затухания в случае тонкой пленки содержит «резонансный» фактор:  $K_{M(h \rightarrow 0)} \equiv |k^2 [k^2 - k_{M(h \rightarrow 0)}^2]^{-1}|$ . Этот фактор достигает максимального значения, когда  $k$  близко к  $k_{M(h \rightarrow 0)}^2$ , но максимум остается конечным, поскольку  $k_{M(h \rightarrow 0)}^2$  комплексное и условие точного резонанса  $k^2 - k_{M(h \rightarrow 0)}^2 = 0$  для действительных  $k$  не может быть удовлетворено (см. ниже). “Резонанс” реализуется между потенциальной и вихревой компонентами ГКВ, вихревую часть, как мы упоминали выше, можно назвать “вынужденной” волной Марангони, локализованной в пограничном слое непосредственно под поверхностью воды. При промежуточных и больших толщинах пленки,  $h/d_f > (\gg)1$ , пограничные слои в пленке частично или полностью разделены, как показано на рис.2 (с), и, следовательно, образуются большие градиенты скорости как в пленке, так и ниже границы раздела вода-пленка, поскольку амплитуды вихревой компоненты того же порядка, что и потенциальная составляющая.

Формула (69) для коэффициента затухания, толстой пленки, ясно указывает на то, что могут существовать два резонанса. Один резонанс возникает, когда волновое число ГКВ  $k$  близко к волновому числу  $k_{M(fa)}^2$  вынужденной моды ВМ, локализованной вблизи верхней границы раздела под поверхностью  $z=h$ . Другой резонанс возникает  $k^2 \approx k_{M(wf)}^2$ , т.е. когда “вынужденная” ВМ локализована вблизи границы раздела вода-пленка. Функция  $K_{M(j)} = k^4 / |k^2 - k_{M(j)}^2|^2$ , где  $j$  обозначает  $(wf)$ , или  $(fa)$ , или  $(h \rightarrow 0)$  нарисована на Рис. 4. Функция  $K_{M(j)}^2$  достигает максимума  $\max K_{M(j)} = 2$  при  $k = \sqrt{2 \operatorname{Re}(k_{M(j)}^2)} \approx 1.29 \operatorname{Re}(k_{M(j)})$  Обратите внимание, что последнее равенство может быть легко получено с учетом того, что,  $\operatorname{Re}(k_{M(j)}^2) = -\operatorname{Im}(k_{M(j)}^2)$  и что  $\operatorname{Re}(K_{M(j)}) = \sqrt{\operatorname{Re}(k_{M(j)}^2)} 2^{1/4} \cos(\pi/8)$ , что следует из (26), (28)-(29).

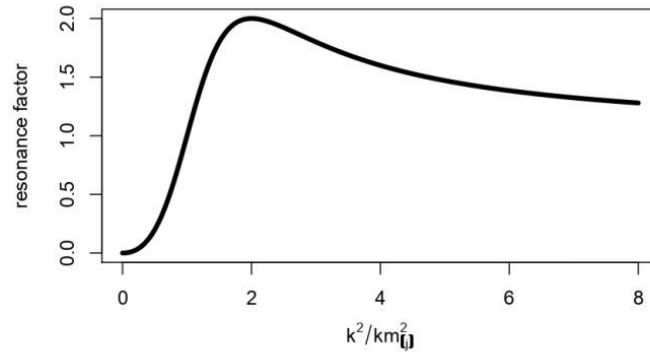


Рис. 4.  $K_{M(j)}$  - фактор в зависимости от  $k^2/Re(k_{M(j)}^2)$

Стоит еще раз подчеркнуть, что эти резонансы не означают никакого взаимодействия и какого-либо обмена энергией между собственными модами ГКВ и волнами Марангони. Это связано с тем, что между различными собственными волновыми модами, которые не связаны в линейной теории, не происходит взаимодействия, за исключением случаев с ненулевой поверхностной вязкостью, как упоминалось во введении. Напротив, потенциальная и вихревая компоненты ГКВ в вязкой жидкости связаны друг с другом, являясь двумя частями одной и той же собственной волновой моды ГКВ. “Резонансное” затухание ГКВ объясняется тем фактом, что амплитуды вихревой части и, следовательно, градиенты скорости достигают своих максимальных значений, когда частота/волновые числа ГКВ удовлетворяют определенным (“резонансным”) условиям.

Примеры относительного коэффициента затухания ГКВ, нормированного по затуханию на поверхности чистой воды, представлены на рис. 5 как функции волнового числа. Можно видеть наличие двух максимумов при некоторых значениях толщины пленки. Однако следует подчеркнуть, что максимальные значения не совсем соответствуют резонансным волновым числам. Это связано с тем, что резонансные члены, имеющие максимумы при  $k^2 = k_{M(wf)}^2$  and  $k^2 = k_{M(fa)}^2$  (см. (69)) перекрываются, и максимумы результирующей скорости затухания ГКВ смещаются по сравнению с резонансными  $k$ -значениями. Тем не менее, левый максимум связан с “вынужденным” ВМ с большей упругостью, в то время как правый максимум приходится на меньшую упругость. Для случая на рис. 5 мы предположили, что упругость границы раздела вода-пленка больше, чем у границы раздела воздух-пленка. Если упругость границы раздела воздух-пленка становится меньше, второй резонансный максимум становится меньше и смещается

в сторону более высоких волновых чисел. Второй максимум затухания ГКВ исчезает, когда соответствующая упругость стремится к 0 (см. рис. 5). Следует отметить, что при ненулевых  $E_{wf}$  и  $E_{fa}$  даже если второй максимум не виден отчетливо, кривая затухания ГКВ шире, чем для пленки только с одной ненулевой упругостью поверхности раздела. Это может служить “признаком” пленки с двумя упругими границами.

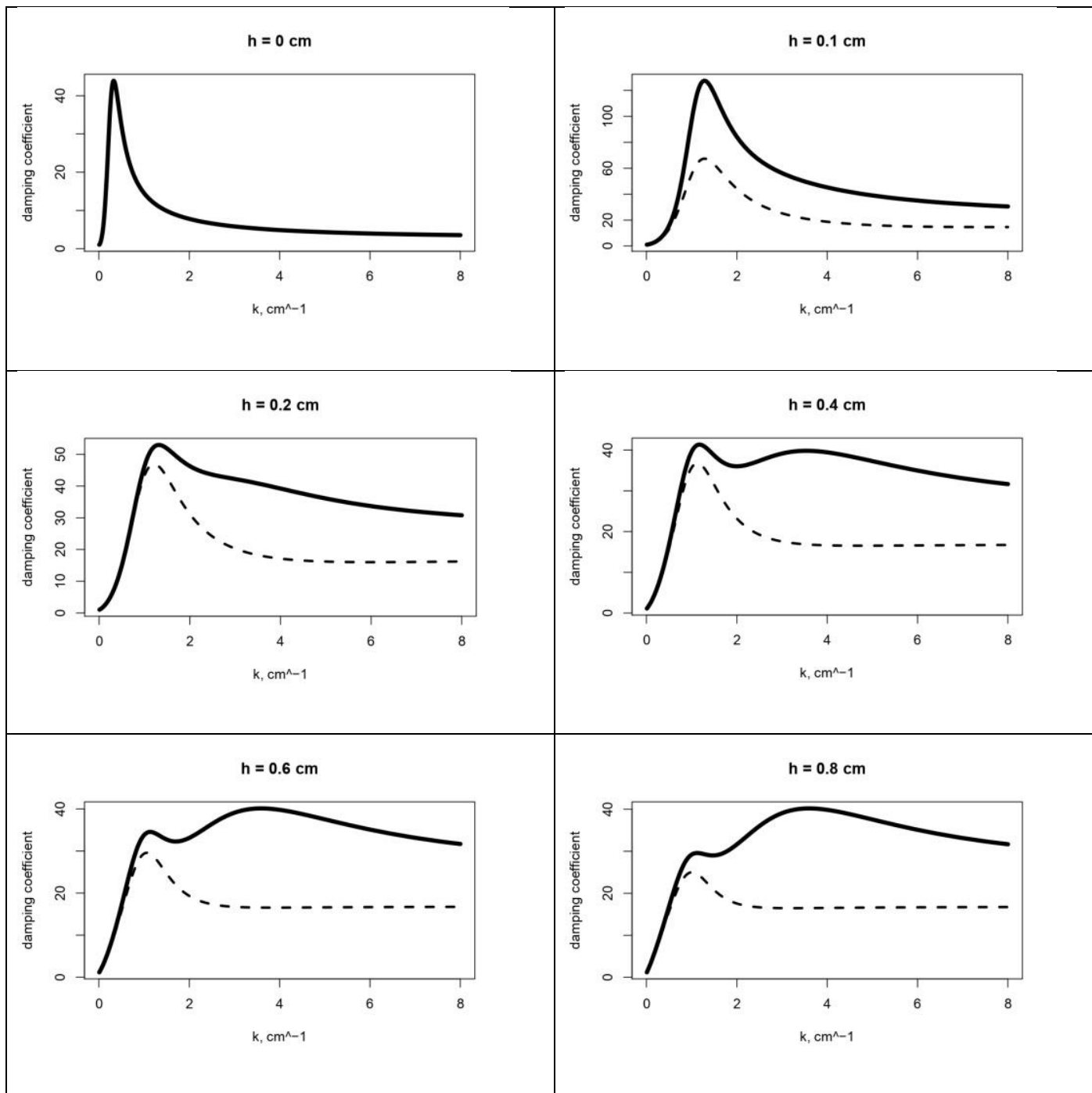
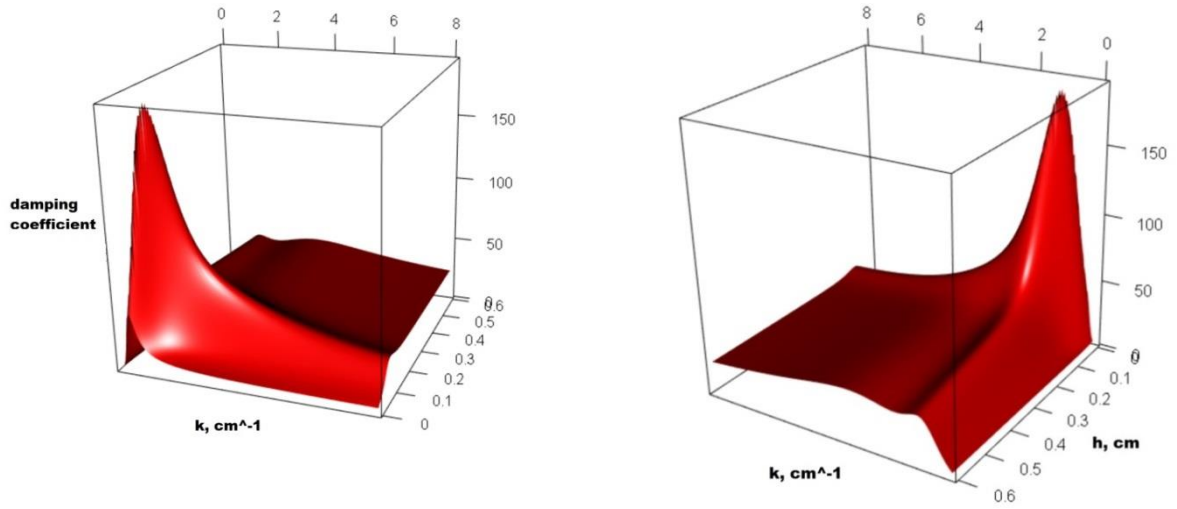
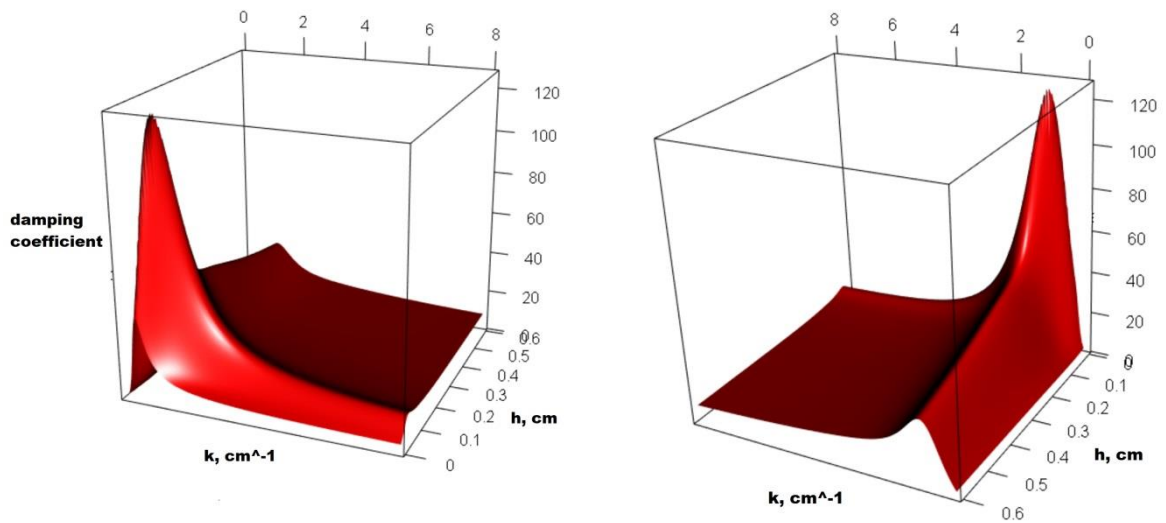


Рис. 5. Относительных коэффициент затухания ГКВ как функция волнового числа для различных толщин пленки. Сплошная линия  $E_{wf} = 65$  мН/м,  $E_{fa} = 15$  мН/м, пунктирная линия  $E_{wf} = 65$  мН/м,  $E_{fa} = 0$  мН/м.  $\sigma_{wf} = 20$  мН/м,  $\sigma_{fa} = 30$  мН/м,  $\nu_w = 0.01$  см<sup>2</sup>/с,  $\nu_f = 15\nu_w$ ,  $\rho_f = 0.85$  г/см<sup>3</sup>.



(a)



(b)



Рис. 6 3-d относительного коэффициента затухания  $\sigma_{wf} = 20$  мН/м,  $\sigma_{fa} = 30$  мН/м,  $\nu_w = 0.0085$  см<sup>2</sup>/с,  $\nu_f = 15\nu_w$ ,  $\rho_f = 0.85$  г/см<sup>3</sup>, and (a)  $E_{wf} = 65$  мН/м,  $E_{fa} = 15$  мН/м(сверху), (b)  $E_{wf} = 65$  мН/м,  $E_{fa} = 0$  мН/м(снизу).

Очевидно, что кривая коэффициента затухания с одним пиком возникает не только в том случае, если одна из упругостей равна 0, но также и в том случае, если  $E_{wf}$  и  $E_{fa}$  одинаковы или близки друг к другу. Коэффициент затухания ГКВ для такого случая показан на рис. 7. Параметры, выбранные в наших расчетах на рис. 7, такие же, как в [Jenkins and Jacobs, 1997] для сравнения с последними.

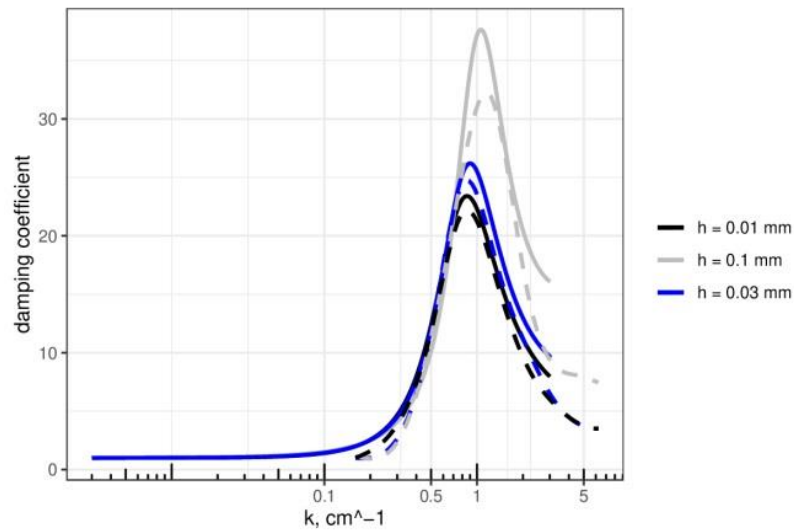


Рис. 7. Относительный коэффициент затухания как функция волнового числа.  $E_{fa} = E_{wf} = 15$  мН/м,  $\sigma_{wf} = 15$  мН/м,  $\sigma_{fa} = 25$  мН/м,  $\nu_w = 0.0085$  см<sup>2</sup>/с,  $\nu_f = 100\nu_w$ ,  $\rho_f = 0.85$  г/см<sup>3</sup>. Сплошные линии – наша теория, пунктирные линии - данные [Jenkins and Jakobs, 1997].

Коэффициент затухания, рассчитанный в соответствии с нашей теорией, показан на рис. 7 в более узком диапазоне волновых чисел, чем в работе [Jenkins and Jakobs, 1997]. Диапазон был ограничен волновыми числами около 2 рад/см, чтобы выполнить условие  $kd_f \ll 1$ . Мы можем заключить, что наша теория в целом согласуется с результатами.

## 1.6. Выводы к главе 1

На основе анализа вихревой и потенциальной компонент ГКВ разработан приближенный подход к задаче затухания гравитационно-капиллярных волн при наличии пленок конечной толщины на поверхности воды. Было показано, что вихревые компоненты могут быть формально описаны как “вынужденные” продольные волны (Марангони), которые “возбуждаются” потенциальной составляющей ГКВ. Выявлен резонансный характер амплитуды вынужденной ВМ, демонстрирующий, что наибольшие амплитуды “вынужденной” ВМ на данной частоте возникают, когда волновое число ГКВ близко к волновому числу собственных продольных волн, существующих в пограничных слоях в окрестности упругих границ раздела “вода-пленка” и “пленка-воздух”.

Для тонких пленок, толщина которых мала по сравнению с толщиной вязких пограничных слоев, существует одна “вынужденная” ВМ, а коэффициент затухания имеет максимум, когда волновые числа ГКВ и ВМ близки друг к другу; ВМ в этом случае расположена в пограничном слое непосредственно под поверхностью воды. Для толстой пленки структура “вынужденной” ВМ характеризуется существованием двух пространственно разделенных “вынужденных” мод ВМ: одна локализована в пограничном слое непосредственно под верхней границей пленки, а другая вблизи границы раздела вода-пленка. В результате, при определенных параметрах упругости, толщины и вязкости пленки, возникает двойная резонансная зависимость коэффициента затухания ГКВ от волнового числа из-за резонанса с каждой из этих “вынужденных” мод ВМ. Зависимость коэффициента затухания от волнового числа ГКВ для толстой пленки с различной упругостью границ раздела заметно шире, чем для тонкой пленки. Это может быть использовано как “признак” толстой пленки с двумя упругими границами. Полученные зависимости для коэффициента затухания в целом согласуются с численными расчетами [Jenkins and Jacobs, 1997].

Данные результаты могут иметь важное значение для разработки методов дистанционного зондирования при обнаружении разливов нефти и различения толстых и тонких пленок, в том числе биогенных. Действительно, как уже упоминалось выше, коэффициент затухания для толстых пленок характеризуется более широкой зависимостью от волнового числа, чем для тонкой пленки. Эта особенность потенциально может быть использована для задач различения пленок с различными значениями толщины, например, при зондировании пленок в океане многочастотными радиолокаторами микроволнового диапазона, интенсивность обратного рассеяния микроволн

существенно зависит от коэффициента затухания ветровых волн, а значит и от толщины пленки. При этом целесообразно применять поляризационные радары, работающие на вертикальной и горизонтальной поляризациях, что при наклонном зондировании при умеренных углах падения излучения позволяет выделять компоненты сигнала, интенсивность которых пропорциональна спектру волнения на брэгговских длинах волн. Последние для микроволнового излучения отвечают ветровой ряби сантиметрового диапазона длин, которая наиболее сильно подавляется пленками. Соответствующие эксперименты пока еще редки [см., Ермаков et al., 2018], поэтому для анализа возможностей оценки толщины пленок необходимы дальнейшие исследования с использованием многочастотных поляризационных радаров.

## Глава 2. Теоретическое и лабораторное моделирование затухания ГКВ на воде с неоднородными по толщине пленками

### 2.1. Введение

Особенностью пленок, толщины которых существенно превышают толщины мономолекулярных пленок (25-30 Å), является их неоднородность по толщине, что в частности обычно имеет место для пленок нефтепродуктов, либо иных антропогенных загрязнений морской поверхности. Величины толщин при этом разнятся довольно сильно и могут достигать нескольких миллиметров [Fingas, 2018]. Существуют классификации нефтяных пленок по толщине, разделяющие их на несколько групп по их оптическим изображениям. В частности: «сияющие» или «блестящие» (sheen) пленки имеют самую маленькую толщину, до 1 мкм. Пленки толщиной от одного 1 мкм и до 0,1 мм характеризуются «радужным блеском», пленки толще 0,1 мм являются темными. В реальных морских условиях неоднородности имеют широкий диапазон масштабов, что подтверждается многочисленными исследованиями по измерениям толщин нефтяных slickов, в местах крупных разливов [Cheemalapati and Forth, 2017]. Наличие неоднородностей по толщине может оказать существенное влияние на характер затухания ГКВ.

Рис. 8 иллюстрирует фрагменты нефтяных пятен в Мексиканском заливе. Можно видеть области темной пленки с большими значениями толщины (толщиной  $> 0,1$  мм) и участки радужной пленки (см. также рис 1), что говорит о наличии существенных неоднородностей по толщине.

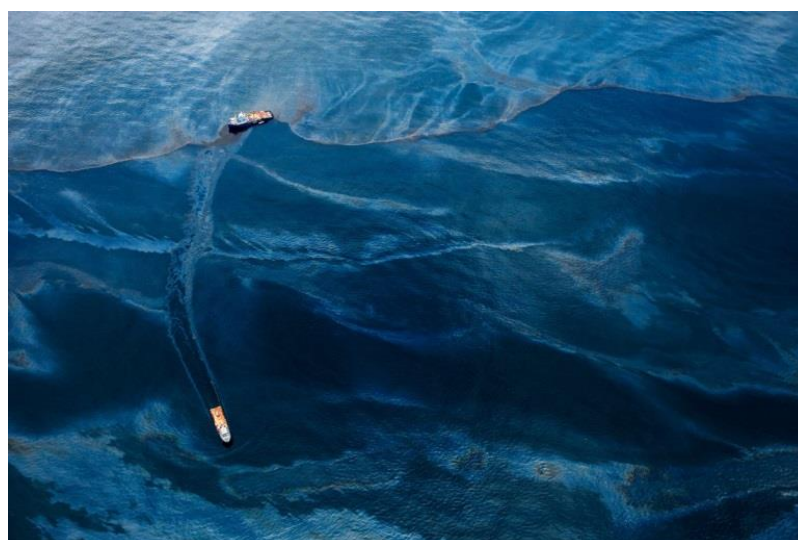


Рис. 8 Пример сильно неоднородной нефтяной пленки (разлив в Мексиканском заливе)

На рис. 9 представлены радиолокационные снимки пленок растительного масла и нефтяной эмульсии, разлитых на поверхности океана, которые имеют некоторую конечную толщину [Hansen et al., 2016], причем, как видно из рис. 9 пленки, особенно нефтяная, являются существенно неоднородными.

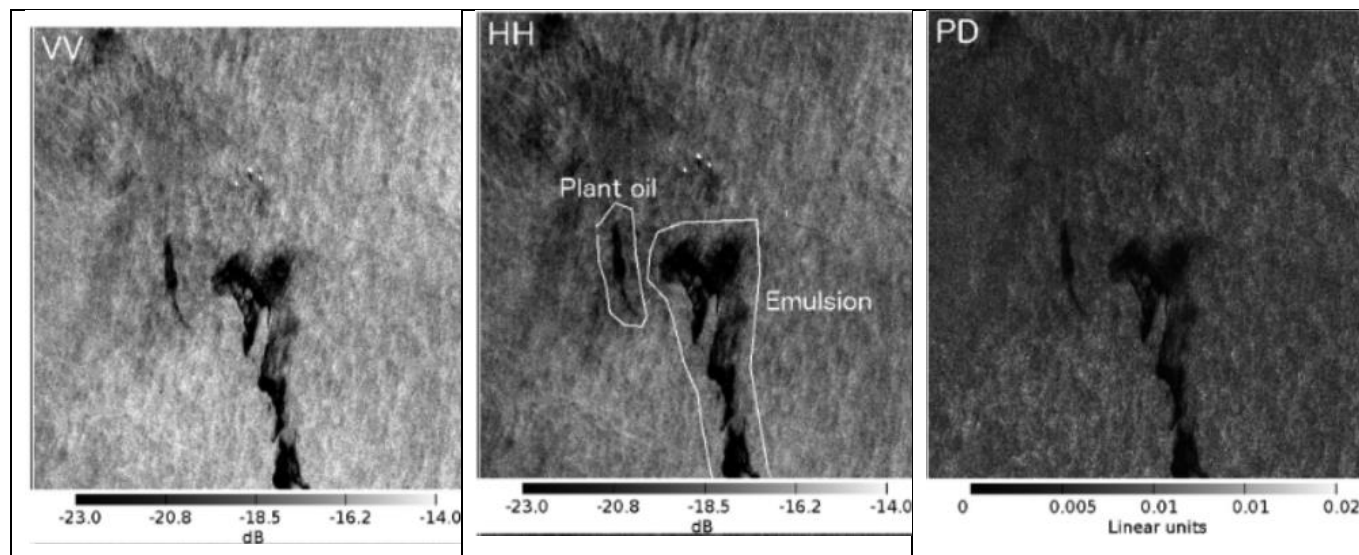


Рис. 9 Снимки с «Radastat-2» полученные 15 Июня 2012 в 6:20. Поляризации вертикальная (VV), горизонтальная (HH) и их разность. На снимках слики растительного масла («plant oil») и нефтяной эмульсии. Данные взяты из [Hansen et al., 2016].

Для областей пленок с масштабами неоднородностей, меньшими элемента разрешения радиолокатора или оптической системы, целесообразно было бы характеризовать пленку в элементе разрешения некоторой эффективной толщиной и упругостью и рассматривать пленку как однородную. Это позволит построить модель рассеяния микроволнового излучения, необходимую для описания затухания ГКВ сантиметрового диапазона в реальных системах, что весьма важно для интерпретации данных дистанционного зондирования.

В параграфе 2.2 настоящей главы продемонстрированы зависимости коэффициента затухания ГКВ толщины пленки, а также приведены сравнения с экспериментальными данными и данными радиолокационного зондирования.

В параграфе 2.3 описаны эксперименты по моделированию формирования неоднородных пленок, в том числе нефтяных, на поверхности воды.

В параграфе 2.4 описана экспериментальная методика измерения затухания гравитационно-капиллярных волн на поверхности воды, покрытой пленкой ПАВ, неоднородной

по толщине: метод параметрически возбуждаемых волн. Приведены результаты лабораторных экспериментов с неоднородными пленками простых веществ.

В параграфе 2.5 приведена и обоснована и предложена простая физическая модель для интерпретации полученных результатов.

В параграфе 2.6 приведены результаты экспериментов с нефтяной пленкой, дано сравнение с модельными теоретическими расчетами и физическая интерпретация полученных результатов.

В параграфе 2.7 приведены выводы к главе 2.

## **2.2. Теоретические расчеты коэффициента затухания как функции толщины пленки и сравнение с экспериментом.**

Как было продемонстрировано в предыдущей главе, при достаточно больших толщинах пленки, вязкие погранслои становятся пространственно разделенными и градиенты орбитальных скоростей в каждом из них вносят вклад в затухание, за счет чего, оно существенно больше, чем в случае мономолекулярной пленки. В данной главе, на основе теории, развитой в гл.1 проанализировано, как коэффициент затухания ГКВ зависит от толщины пленки. Примеры соответствующих зависимостей показаны на рис. 11 при значении упругости  $E_{wf} = 30$  мН/м и двух различных упругостях  $E_{fa} = 10$  мН/м и  $E_{fa} = 0$  мН/м. Видно, что зависимости коэффициента затухания ГКВ от толщины пленки немонотонны и характеризуются возникновением сильного локального максимума при значениях толщины от нескольких десятых долей мм до примерно 1 мм. Как показал наш анализ, максимум достигается, когда толщина пленки примерно равна толщине пограничного слоя  $d_f$ , то есть когда погранслои практически соединяются друг с другом, или близки к этому, как показано на рисунке 10.

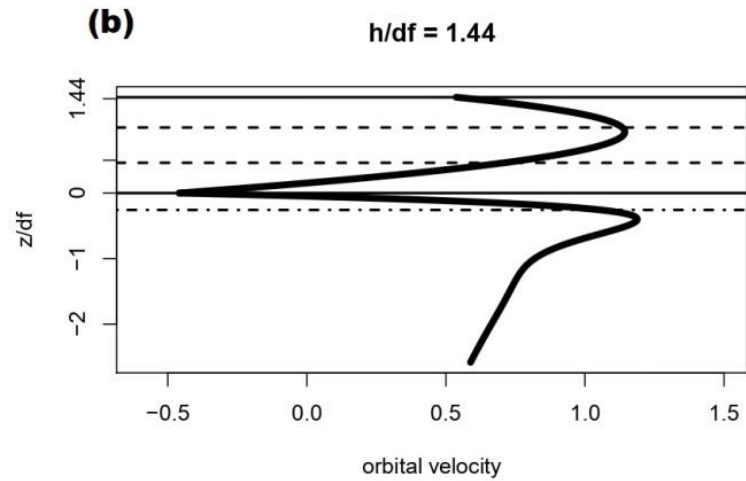
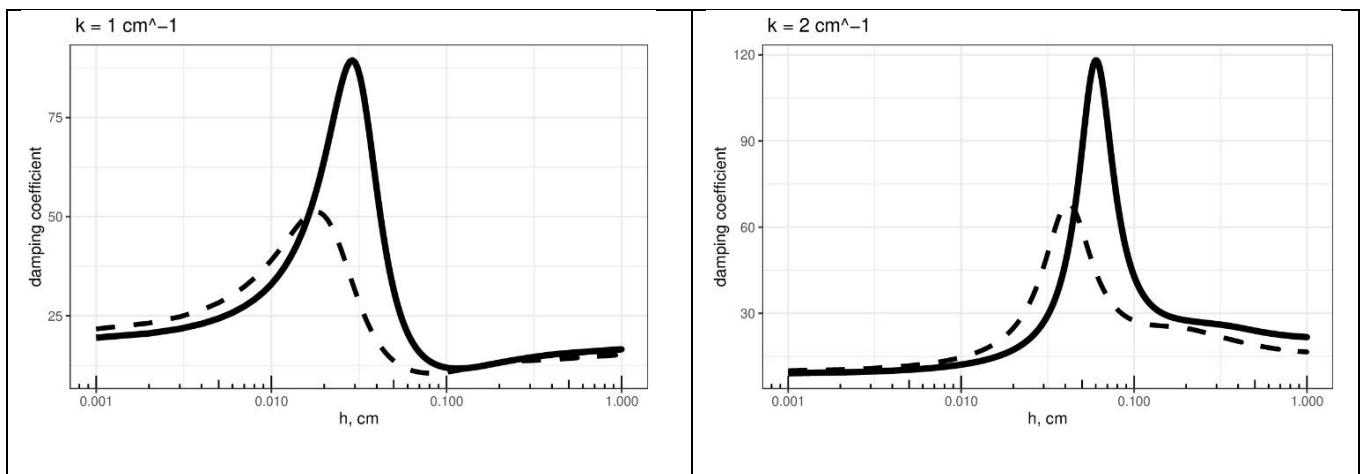


Рис. 10 Вертикальные профили горизонтальной орбитальной скорости в ГКВ при различных значениях толщины пленки  $h/d_f$  ( $k=3$  рад/см, частота ГКВ 65 рад/с,  $v_f = 10v_w$ ,  $\sigma_{wf} = 20$  мН/м,  $\sigma_{fa} = 30$  мН/м,  $E_{wf} = 45$  мН/м,  $E_{fa} = 12$  мН/м). Пунктирные и штрих-пунктирные линии обозначают толщину пограничного слоя в пленке и в воде соответственно.

Это можно объяснить следующим образом. Вертикальные градиенты орбитальной скорости внутри пленки и, следовательно, скорость диссипации энергии  $\dot{\epsilon}$  достигает больших значений при резонансе и при  $h/d_f \approx 1$ , так, чтобы коэффициент затухания был максимальным, как показано на рис. 11. При больших значениях  $h/d_f > (\gg)1$  градиенты остаются почти теми же (см. Рис. 3), в то время как часть энергии волны, содержащейся в пленке, увеличивается по сравнению со случаем более тонкой пленки. В результате коэффициент затухания уменьшается с увеличением толщины при  $h/d_f > (\gg)1$ .



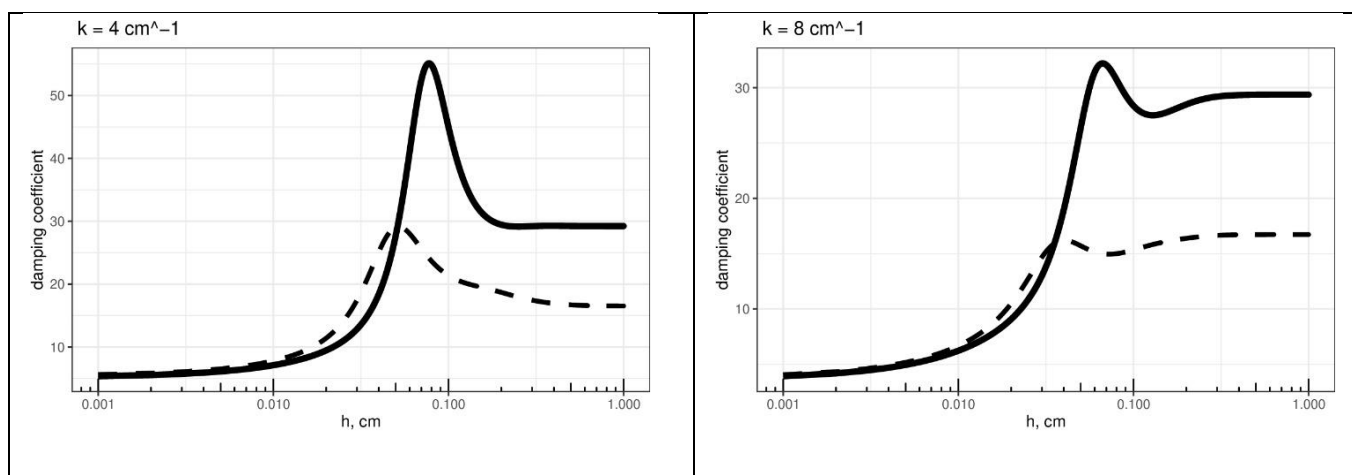


Рис. 11 Относительный коэффициент затухания ГКВ как функция толщины пленки для различных волновых чисел. Сплошная линия  $E_{wf} = 30$  мН/м,  $E_{fa} = 10$  мН/м, пунктирная линия  $E_{wf} = 30$  мН/м,  $E_{fa} = 0$  мН/м.  $\sigma_{wf} = 20$  мН/м,  $\sigma_{fa} = 30$  мН/м,  $\nu_w = 0.01$  см<sup>2</sup>/с,  $\nu_f = 15\nu_w$ ,  $\rho_f = 0.85$  г/см<sup>3</sup>.

Сравним нашу теорию с численными и экспериментальными данными, представленными в работе [Sergiyevskaya et al., 2019]. Мы рассчитали коэффициент затухания ГКВ в зависимости от толщины пленки (см. рис. 12) при некоторых значениях параметра упругости. Численные результаты [Sergiyevskaya et al., 2019] хорошо согласуются с нашими, например,  $E_{wf} = 10$  мН/м, 40 мН/м, и  $E_{fa} = 0$ , в то время как при упругостях  $E_{wf}$  около (20-30) мН/м максимумы коэффициента затухания в работе [Sergiyevskaya et al., 2019] больше, чем у нас, и выглядят слишком резкими, что может быть связано с некоторыми недостатками численной процедуры. Кроме того, численные результаты завышают экспериментальные значения максимума затухания ГКВ, в то время как наша теория лучше описывает эксперимент, особенно если мы предполагаем ненулевую, хотя и довольно малую, упругость  $E_{fa}$  (см. рис. 12).



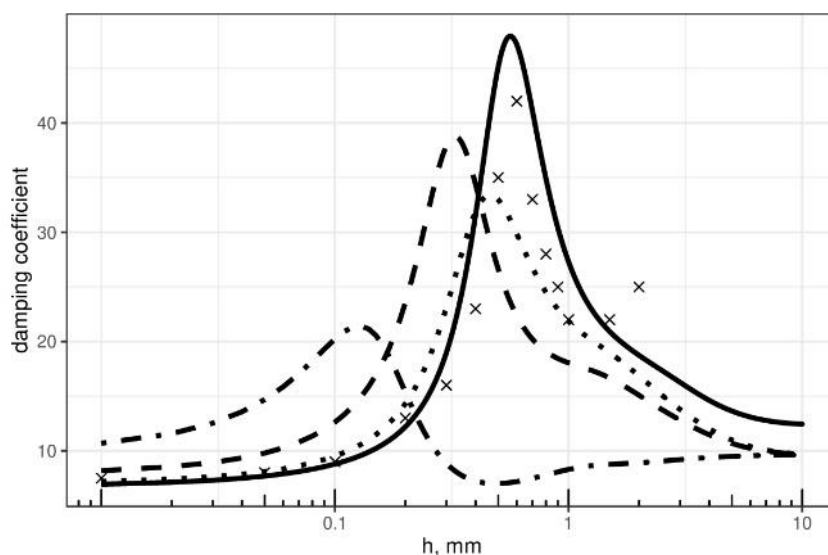


Рис. 12. Относительный коэффициент затухания как функция толщины пленки при  $E_{fa} = 0$  и различных значениях  $E_{wf}$ : 10 мН/м (точка-пунктир), 20 мН/м (пунктир), 35 мН/м (точки), и при  $E_{fa} = 5$  мН/м и  $E_{wf} = 35$  мН/м. Частота и волновое число ГКВ 10 Гц и 3 рад/см, соответственно,  $\nu_f = 0.09$  см<sup>2</sup>/с,  $\rho_f = 0.85$  г/см<sup>3</sup>,  $\rho_w = 1$  г/см<sup>3</sup>,  $\nu_w = 0.0085$  см<sup>2</sup>/с,  $\sigma_{fa} = 30$  мН/м,  $\sigma_{fa} = 20$  мН/м, Кресты – эксперимент с нефтяными пленками (see, Sergievskaya et al., 2019).

Полученные результаты можно использовать для задачи классификации пленок по толщине по данным радиолокационных контрастов. На рис. 13 представлены контрасты при различных скоростях ветра для нефтяной эмульсии и пленок растительного масла, изображенных на радиолокационных снимках на рис. 9.

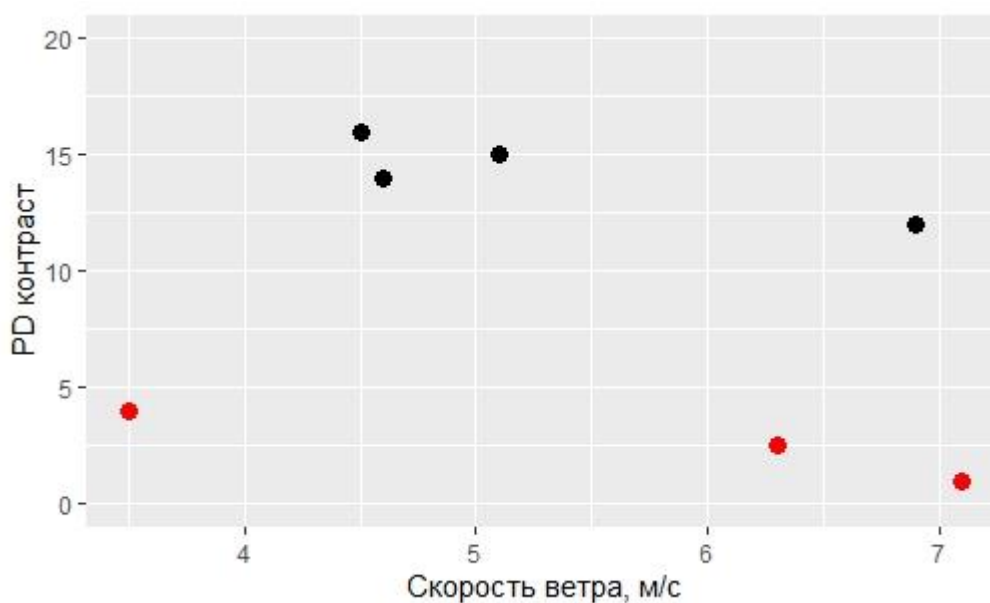


Рис. 13. Радиолокационные контрасты при зондировании поперек ветра. Красными точками обозначена тонкая пленка растительного масла, черные точки соответствуют нефтяной эмульсии. Данные взяты из [Hansen et al., 2016].

Поляризационная разность представляет собой разницу между VV и HH компонентой, каждая из которых, в свою очередь, состоит из поляризованной и неполяризованной компоненты. Последняя уничтожается при вычитании (VV-HH), и можно рассматривать поляризационную разность (PD) как результат рассеяния на брэгговских волнах, спектральная интенсивность которых определяется коэффициентом затухания и ветровым инкрементом. Если рассматривать данные радара, взятые поперек ветра, можно исключить влияние последнего, и считать, что отношение радиолокационного сигнала в пленке и в воде, равно обратному отношению коэффициента затухания в плёнке и в воде. Все точки, представленные на рис. 13, взяты для условий зондирования поперек ветра, в этих условиях можно полагать, что  $PD \sim 1/\gamma$ , где  $\gamma$  – коэффициент затухания [Ermakov et al., 2018]. Можно видеть, что затухание на толстых пленках нефтяной эмульсии заметно больше чем на тонких пленках растительного масла. Величины радиолокационного контраста, т.е. отношения PD на чистой воде и в слике при этом, как можно видеть из рис. 13, отличаются в разы, вплоть до порядка величины. Данные оценки хорошо соотносятся с теоретическими результатами, где затухание на пленках конечной толщины практически на порядок выше, чем затухание на мономолекулярных пленках.

### 2.3. Лабораторное моделирование неоднородных пленок

Для лабораторного моделирования затухания ГКВ на поверхности воды в присутствии пленок конечной толщины использовалась кювета с водой, установленная на вибростенде (рис. 14). На поверхность воды в кювете микропипеткой наносилось минимальное количество вещества. При этом создавался квазимономолекулярный слой (тонкая пленка). Далее при нанесении на уже имеющуюся пленку определенного количества чистого ПАВ либо нефти, которые не растекались равномерно по всей поверхности, а формировали устойчивый островок («линзу») конечной толщины. Такие островки будем далее называть «линзовой» фазой.



Рис. 14 Нефтяное пятно (линза) диаметром 3см, соседствующая с тонкой пленкой.

Дальнейшее добавление нефти, сопровождалось расширением пятна, которое при этом оставалось стабильным в смысле растекания по поверхности воды. «Линзовая» фаза, таким образом, увеличивалась, а площадь поверхности, покрытая мономолекулярным слоем - тонкая фаза, постепенно уменьшалась вплоть до нуля, когда нефть покрыла всю кювету. Таким образом, на финальном этапе сформировалась уже однородная пленка конечной толщины. В ходе эксперимента реализуется множество неоднородных конфигураций с различным соотношением линзовой и тонкой фаз, которые имеют своим пределом уже изученные случаи мономолекулярной пленки и пленки конечной толщины (однородной вдоль всей поверхности кюветы).

Нефть имеет свойство через некоторое время растекаться по поверхности воды. Линза «рвется» в определенном месте и нефть освобождается наружу, подобно воздуху из проколотого («двумерного») шарика.



Рис. 15 Нефтяное пятно, растекающееся по поверхности воды.

Наружу вытекает не вся нефть, большая часть остается в линзовой фазе, однако вокруг формируется более сложная неоднородность – промежуточный случай двухфазной пленки. Таким образом, можно заключить, что при увеличении толщины появляется сильная неоднородность – толщина пленки является сложной функцией координат на поверхности кюветы. Поскольку нефть является сложным веществом и процессы, происходящие с ней во времени тяжело описывать, мы обратились к более изученным случаям простых веществ, где можно однозначно определять границы раздела фаз. Так, например, на рис. 16 можно отчетливо видеть границу между линзовой и тонкой фазами олеиновой кислоты.

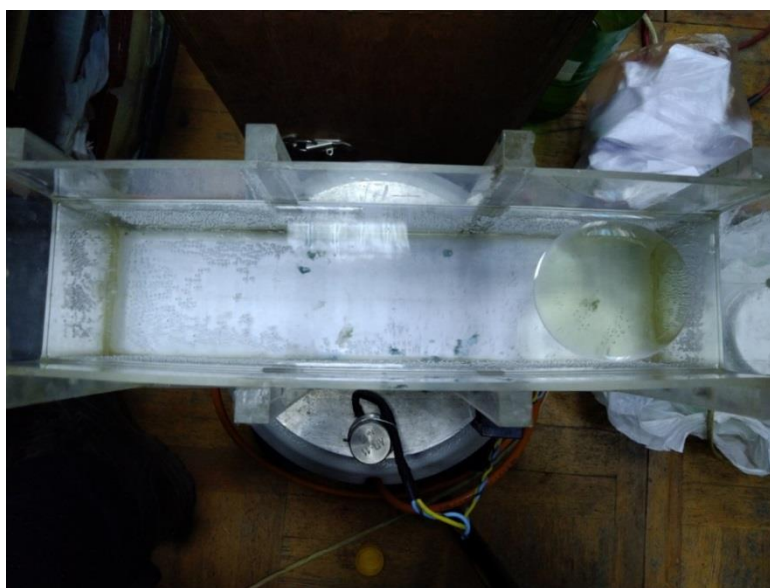


Рис. 16 Фотография пятна олеиновой кислоты размером 4,5см в диаметре.

#### **2.4. Экспериментальное исследование затухания ГКВ на сильно неоднородных пленках**

Ниже представлены данные экспериментального исследования зависимости коэффициента затухания ГКВ от толщины пленки. Для того, чтобы определить коэффициент затухания, нами использовался метод параметрически возбуждаемых волн (МПВВ) [Ермаков, книга 2010]. МПВВ - метод, в основе которого лежит параметрическое возбуждение ГКВ в кювете, расположенной на вибростенде.



Рис. 17 Экспериментальная установка. Вибростенд и кювета с водой.

Регулируя амплитуду и частоту колебаний вибростенда можно добиться параметрического возбуждения стоячих ГКВ. Как известно, параметрический резонанс достигается только при определенном соотношении частот. Условием начала возбуждения параметрических колебаний является равенство накачки и коэффициента затухания. Это условие применительно к ГКВ на поверхности жидкости в бассейне, установленном на вибрирующем основании (вибростенде), можно записать в виде:

$$\gamma_{\Sigma} = \frac{\delta g * k * th(kh)}{4\omega} \quad (70)$$

Здесь  $g$  — пороговая амплитуда ускорения вибрирующего основания,  $\omega$  — частота параметрически возбуждаемых ГКВ (частота вибраций при этом равна  $2\omega$ ).

Коэффициент затухания ГКВ определялся по измерениям порогового ускорения пьезоакселерометром, сам режим возбуждения стоячих ГКВ с частотой, равной половине частоты накачки, регистрировался визуально, по возникновению картины стоячих ГКВ. При этом затухание ГКВ можно представить в виде двух слагаемых, описывающих затухание соответственно на затухание на свободной поверхности:  $\gamma$ , в том числе при наличии пленки и вязкое затухание из-за стенок и дна бассейна:  $\gamma_{\omega}$ .

$$\gamma_{\Sigma} = \gamma + \gamma_{\omega} \quad (71)$$

Частоты стоячих ГКВ в прямоугольном бассейне шириной  $a$ , длиной  $b$  и глубиной  $h$  в пренебрежении вязкостью воды определяются из дисперсионного соотношения:

$$\omega^2 = \left(gk + \frac{\sigma k^3}{\rho}\right)th(kh) \quad (72)$$

Где  $\rho$ - плотность жидкости,  $\sigma$ - коэффициент поверхностного натяжения жидкости. Последнее слагаемое в формуле (71) при этом определяется формулой:

$$\gamma_\omega = \sqrt{\frac{\nu\omega}{2}} \left\{ \frac{1}{k^2} \left( \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 \frac{1}{b} + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \frac{1}{a} \right) * \left(1 + \frac{2kh}{sh(2kh)}\right) + \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) * \left(1 - \frac{2kh}{sh(2kh)}\right) + \frac{kh}{sh(2kh)} \right\} \quad (73)$$

Где волновые числа  $k=k_{mn}$  стоячих мод даются выражением:

$$k_{mn}^2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2, \quad m, n = 0, 1, 2 \quad (74)$$

Визуально измерялась длина стоячей ГКВ. Зная коэффициент затухания и длину волны, можно найти вязкость воды. Она находится из уравнения (71) (квадратное уравнение относительно вязкости). В случаях, когда полученное значение вязкости превосходило  $0,01 \text{ см}^2/\text{с}$ , вода дополнительно очищалась. Определив вязкость, можно найти интересующий нас относительный коэффициент затухания по формуле:

$$\gamma_{отн} = \frac{\gamma_\Sigma - \gamma_\omega}{2\nu k^2} \quad (75)$$

Важной особенностью использования МППВ для изучения затухания на неоднородных пленках является тот факт, что возбуждение происходит вначале в областях мономолекулярной (тонкой) пленки. На рис. 18 можно видеть, что колебания присутствуют только в мономолекулярной области кюветы, в самой линзе олеиновой кислоты стоячих волн не наблюдается.



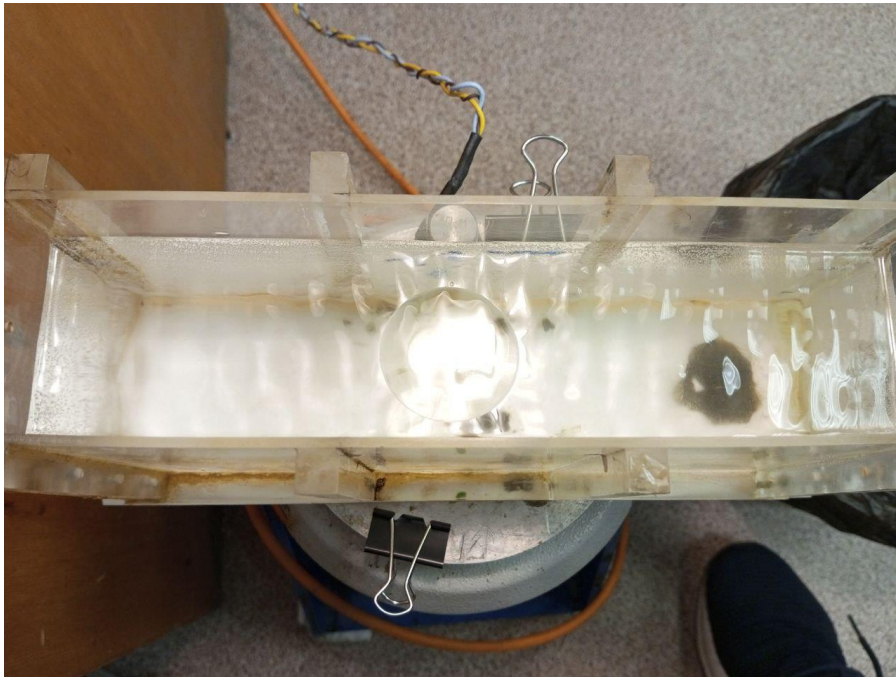


Рис. 18 Стоячие волны в кювете с водой в присутствии линзы олеиновой кислоты с размером чуть меньше ширины кюветы.

Если размер линзы меньше чем ширина кюветы, волны наблюдаются по обе стороны линзы, то есть во всей кювете. При этом если увеличить размер линзы до ширины кюветы, волны будут возбуждаться только в одной части кюветы, что можно видеть на рис. 19.

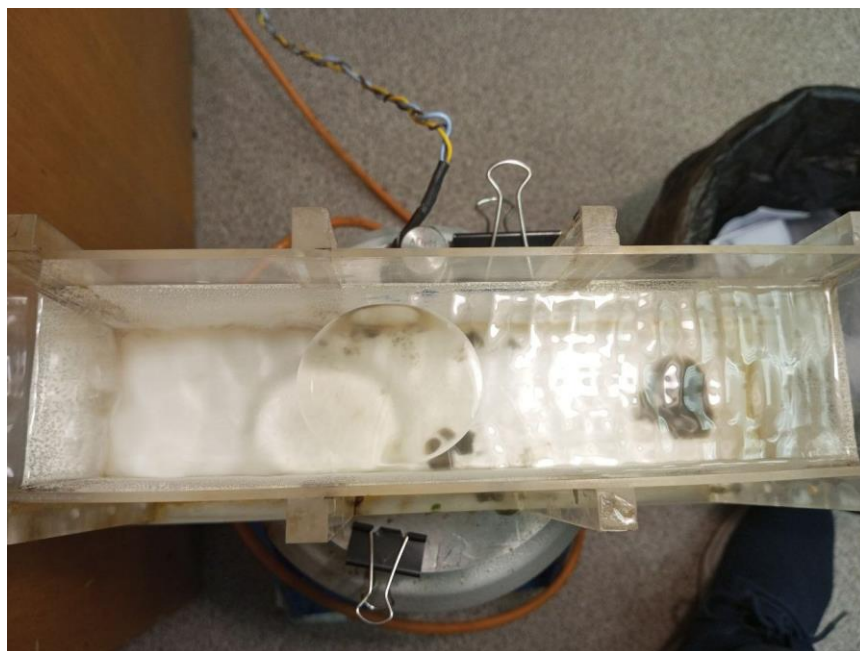


Рис. 19 Стоячие волны в правой части кюветы в присутствии линзы олеиновой кислоты с размером равным ширине кюветы.

Выбор рабочих частот происходит из того, чтобы длины волн были много меньше (меньше), чем расстояние между линзами, таким образом, чтобы волновое движение между стенкой и линзой существовало. Тогда коэффициент возбуждения можно считать по формуле, где затухание на стенках модифицируется в соответствии с размером нового эффективного бассейна, в котором линза становится стенкой.

Для создания простой неоднородности - двух ярко выраженных фаз, были взяты чистые вещества: олеиновая кислота и додециловый спирт. С помощью микропипетки, был создан квазимономолекулярный слой. Затем, поверх него, вещество добавлялось порциями, формируя линзу, которая не растекалась по всей поверхности кюветы, а сохраняла свою форму и структуру. Это выполнялось для обоих веществ.



Рис. 20 Линза додецилового спирта размером 4,5см в диаметре

Если продолжать наливать вещество, имеющийся островок будет расширяться, оставаясь стабильным в смысле растекания по всей поверхности. Как и в случае с нефтью, поверхность воды состоит из тонкой пленки и линзовой фазы, с контролируемым соотношением их площадей. График зависимостей коэффициента затухания от относительной площади линзовой фазы при разных частотах представлен ниже.



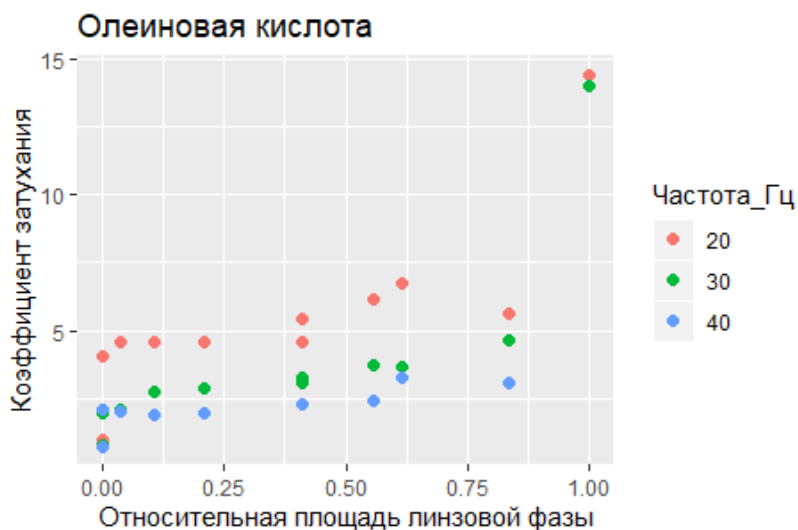


Рис. 21 Зависимость относительного коэффициента затухания ГКВ от относительной площади линзовой фазы олеиновой кислоты в кювете для различных частот генерации.

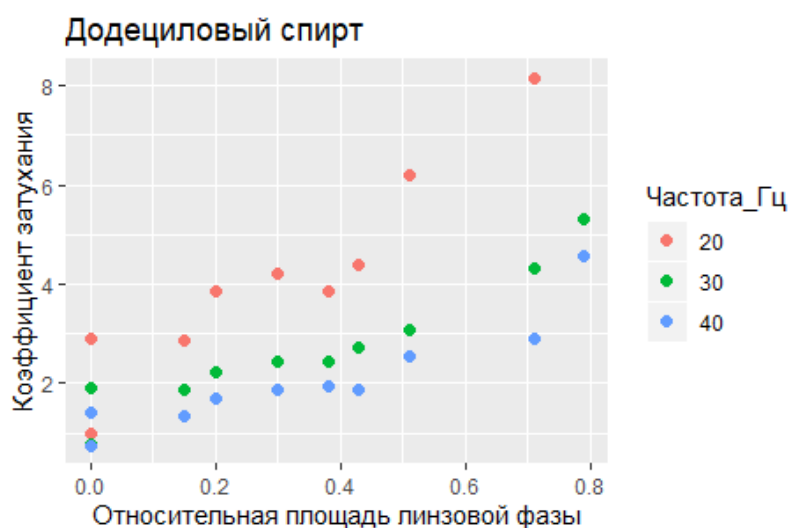


Рис. 22 Зависимость относительного коэффициента затухания ГКВ от относительной площади линзовой фазы додецилового спирта в кювете для различных частот генерации.

На обоих графиках все точки соответствуют генерации в тонкой фазе, то есть, генерации в линзовой фазе на этот момент не было. Это важный эффект - отсутствует генерация в линзовой фазе, в то время как в тонкой она уже наступила. На рисунках (20) и (21) видно, что для обоих веществ на разных частотах характерен рост коэффициента затухания при заполнении кюветы линзовой фазой вещества. Таким образом, на стадии когда параметрическое возбуждение волн происходит только в тонкой фазе, можно говорить о линзовой фазе, как об аналоге стенки, которая ограничивает распространение колебаний в кювете. И если размер линзовой фазы достигнет поперечного размера кюветы, генерация волн слева и справа от линзы, будет

возникать независимо друг от друга. Тем самым, мы, по сути, разделим бассейн на два других, с новыми размерами (рис. 19).

Дополнительно был проведен эксперимент для определения влияния структуры линзовой фазы на коэффициент затухания. Для этого на поверхность наливалось сначала определенное количество вещества в одну линзу, а затем то же количество вещества разливалось по разным линзам (при этом размеры линз были малы по сравнению с поперечным размером кюветы, а расстояния между пятнами были больше длины волны). Эксперимент проводился для различных количеств вещества, и всякий раз измерялся коэффициент затухания в тонкой фазе.

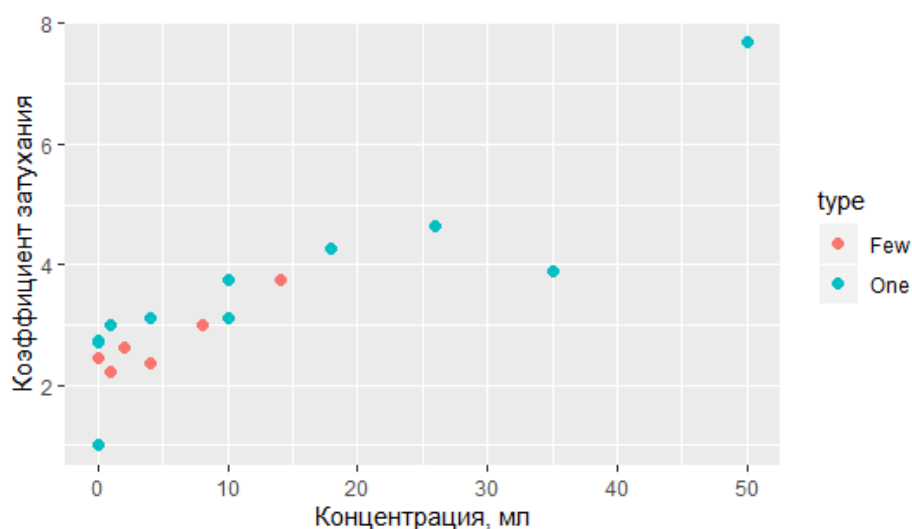


Рис. 23 Зависимости коэффициента затухания от относительной концентрации ПАВ. Красные точки соответствуют наличию нескольких капель ПАВ в различных частях лотка, которые затем сливаются в одну. Синие точки соответствуют случаю одной капли.

При дальнейшем увеличении концентрации, синие и красные точки неизбежно сольются в одну. Различия возможны только при малых значениях относительной концентрации ПАВ. Однако, как видно из графиков, разница несущественна, что позволяет нам исключить влияние структуры линзовой фазы при малой её концентрации на коэффициент затухания. Таким образом, мы можем оперировать исключительно понятиями площади тонкой и линзовой фаз, которые определяют величину и характер изменения коэффициента затухания ГКВ.

## 2.5. Простая физическая модель затухания на неоднородных пленках

Очевидно, что мы можем создать и рассматривать любое количество ограниченных поверхностей с тонкой фазой и различными размерами. Теперь, рассмотрев линзу с размерами ширины кюветы как стенку, а пространства слева и справа как новые кюветы, проверим справедливость такого приближения. Для этого будем перемещать линзу вдоль кюветы, и менять размеры новых бассейнов слева и справа от нее, всякий раз измеряя коэффициент затухания в тонких слоях этих бассейнов. Значение этого коэффициента затухания сравним с теоретически ожидаемым, если считать что линза - является стенкой. Его можно рассчитать по формуле (76). Первое слагаемое – затухание на мономолекулярной пленке в безграничном пространстве. Мы можем найти его, вычтя из экспериментально измеренного коэффициента затухания на тонком слое в кювете, затухание на стенках, подставив туда значения размеров нашей кюветы. Второе слагаемое (затухание на стенках) будет зависеть от размеров нового бассейна и рассчитывается точно так же. Формула расчета теоретических точек приведена ниже.

$$\gamma_{teor} = \gamma_{exp}(mono) - \gamma_{\omega}(a, b) + \gamma_{\omega}(a', b') \quad (76)$$

Здесь: первое слагаемое – экспериментальное значение коэффициента затухания на мономолекулярной пленке по всему размеру кюветы, второе и третье слагаемое – затухания на стенках, рассчитываемые по формуле (73),  $a, b$  – размеры всей кюветы,  $a', b'$  - размеры новых «эффективных» кювет.

Результаты сравнения теоретических и экспериментальных точек представлены ниже:

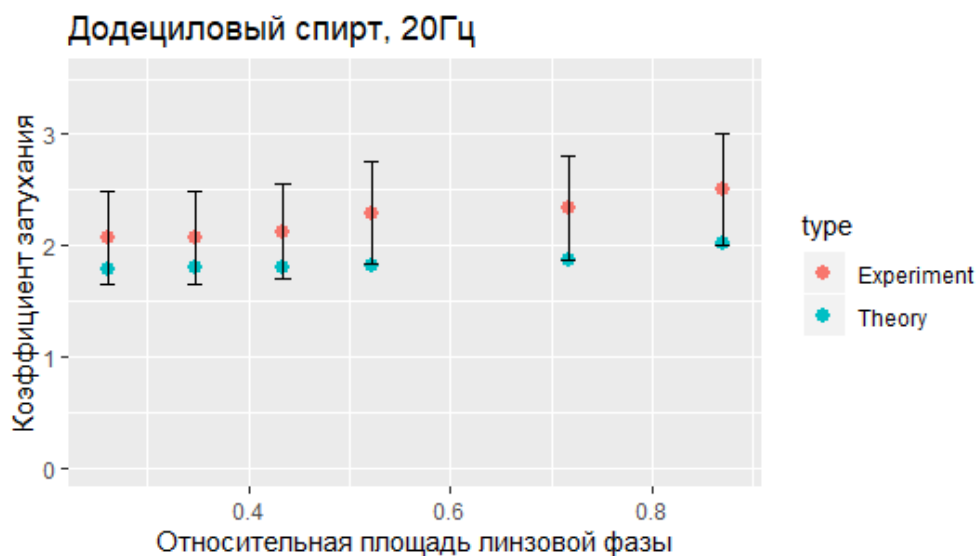


Рис. 24 Зависимость относительного коэффициента затухания ГКВ от относительной площади тонкой фазы в эксперименте с додециловым спиртом. Красные точки соответствуют экспериментальным значениям, синие точки соответствуют теоретически предсказываемым значениям. Частота генерации 20 Гц.

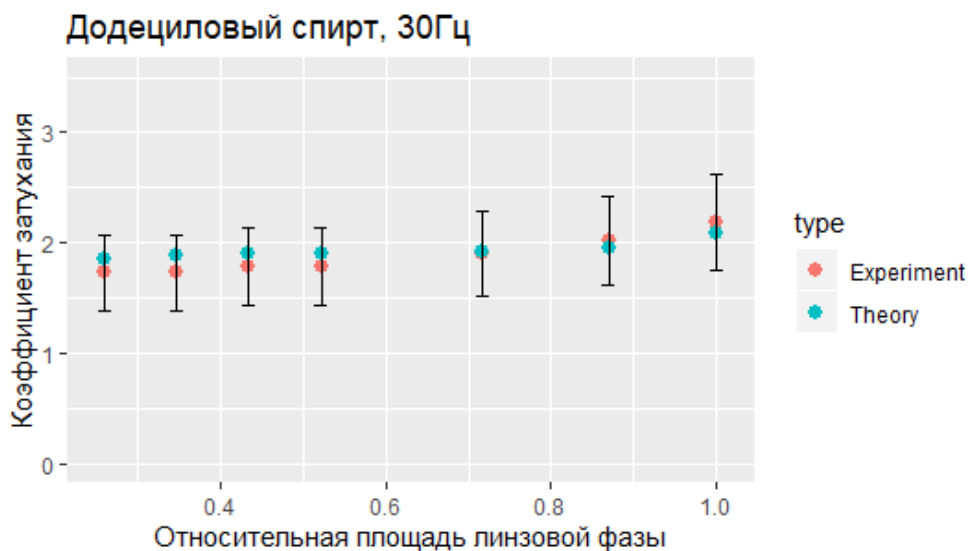


Рис. 25 Зависимость относительного коэффициента затухания ГКВ от относительной площади тонкой фазы в эксперименте с додециловым спиртом. Красные точки соответствуют экспериментальным значениям, синие точки соответствуют теоретически предсказываемым значениям. Частота генерации 30 Гц.

Как можно видеть, расхождение теоретических и экспериментальных точек - мало. Следовательно, рассмотрение линзовой фазы в качестве аналога стенки в рамках нашей модели, по крайней мере, в качестве первого приближения, вполне оправдано. Это позволяет связать рост затухания для зависимости, описывающей генерацию при наличии тонкого слоя, с уменьшением размеров новых эффективных кювет, содержащих этот тонкий слой. Коэффициент затухания при уменьшении площади растет согласно формуле (76).

## 2.6. Эксперименты с нефтью

Вернемся к затуханию ГКВ на поверхности воды в присутствии нефти, и проведем такой же эксперимент, как и в случае с простыми веществами. Методика эксперимента такая же, сначала касанием поверхности пипеткой наносился квазимономолекулярный, тонкий слой. Затем вещество добавлялось, и формировалась линза. Особенность в данном случае только в том, что эксперимент проводился быстро, поскольку нефтяное пятно может некоторое время существовать стабильно в виде линзовой фазы и не растекаться по поверхности кюветы.

Результаты зависимости коэффициента затухания от относительной площади нефтяной линзовой фазы представлены на рис. 26. Важно, что, как и в случае с олеиновой кислотой и додециловым спиртом, в эксперименте с нефтью отсутствует генерация в линзовой фазе, в то время как в тонкой она уже наступила.

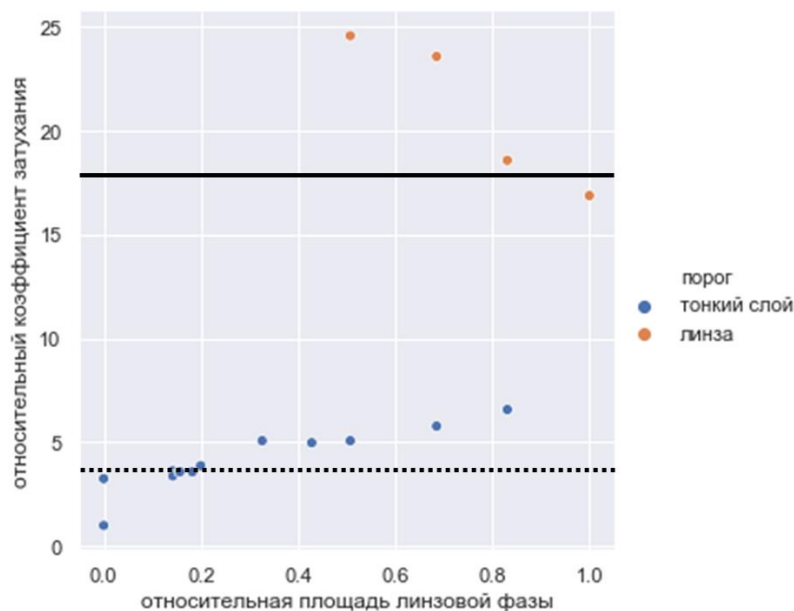


Рис. 26 Зависимость коэффициента затухания ГКВ от относительной площади, покрываемой нефтью. Синие точки соответствуют затуханию в мономолекулярном слое (тонкой фазе), красные точки соответствуют затуханию в нефтяной пленке (линзовой фазе). Частота ГКВ 15 Гц. Сплошная линия соответствует предложенной в гл.1. теории затухания на толстой пленке, штрих-пунктирная линия соответствует теоретическому затуханию на мономолекулярной пленке, обе с модельными параметрами  $E_{wf} = 35$  мН/м,  $E_{fa} = 8$  мН/м.

На рисунке представлены две ветки: синяя соответствует затуханию в тонком слое, а красная – в линзовой фазе. Как и в случаях с простыми веществами, наблюдается различие порогов возбуждения ГКВ в линзовой и тонкой фазах, а именно, отсутствие генерации в линзовой фазе, в то время как в тонкой она присутствует. Так как крайние точки соответствуют хорошо изученным случаям мономолекулярной пленки и однородной пленки конечной толщины, можно сравнить их с теоретическими значениями. Сплошная линия соответствует теоретическому затуханию на толстой пленке, штрих-пунктирная линия соответствует теоретическому затуханию на мономолекулярной пленке, обе с модельными параметрами  $E_{wf} = 35$  мН/м,  $E_{fa} = 8$  мН/м. Можно видеть, что экспериментальные данные хорошо соотносятся с теоретическими, как для маленьких, так и для больших толщин. Лабораторный эксперимент также подтверждает, что затухание на толстых пленках в несколько раз выше, чем

на мономолекулярных. Затухание же в промежуточных точках определяется меняющейся ролью стенок, которыми становятся границы линзовой фазы. Рост синей ветки, соответствующей затуханию в тонком слое, имеет то же объяснение, что и в случае с простыми веществами – уменьшение размеров новых эффективных кювет, содержащих этот тонкий слой. При этом аналогично объясняется спадание красной ветки на рис. 26 - описывающей затухание в линзовой фазе. При увеличении последней, площадь бассейна с линзовой фазой возрастает, а значит, уменьшается коэффициент затухания в ней, согласно формуле (76). Таким образом, сильное различие в величине затухания на толстых и тонких пленках, не только само по себе позволяет говорить о первых, как об аналогах стенок, в которых нет волнового движения, но и сама эта стенка увеличивает затухание в тонкой фазе за счет увеличивающейся роли стенок и уменьшения области распространения волн.

Напомним, что при радиолокационном зондировании морской поверхности, покрытой пленкой, происходит интегрирование волн по площади, облучаемой локатором. Спектральная интенсивность поверхностных ветровых волн зависит от их коэффициента затухания. Таким образом, введенная нами модель, позволяет оперировать понятиями площади тонкой и линзовой фаз, как определяющими величину и характер изменения коэффициента затухания ГКВ.

С другой стороны, можно ввести и отыскать эффективную упругость пленки как функцию относительной площади линзовой фазы и тем самым заменить имеющуюся неоднородную пленку некоторой эффективной однородной пленкой. Коэффициент затухания ГКВ для мономолекулярной пленки связан с ее упругостью формулой (77).

$$\begin{aligned} \gamma &= 2\nu k^2 D \\ D &= \frac{1 - X + XY}{1 - 2X + 2X^2} \\ X &= \frac{Ek^2}{\rho * (2\nu)^{1/2} \omega^{3/2}} \\ Y &= \frac{Ek^2}{4\rho\nu\omega} \end{aligned} \tag{77}$$

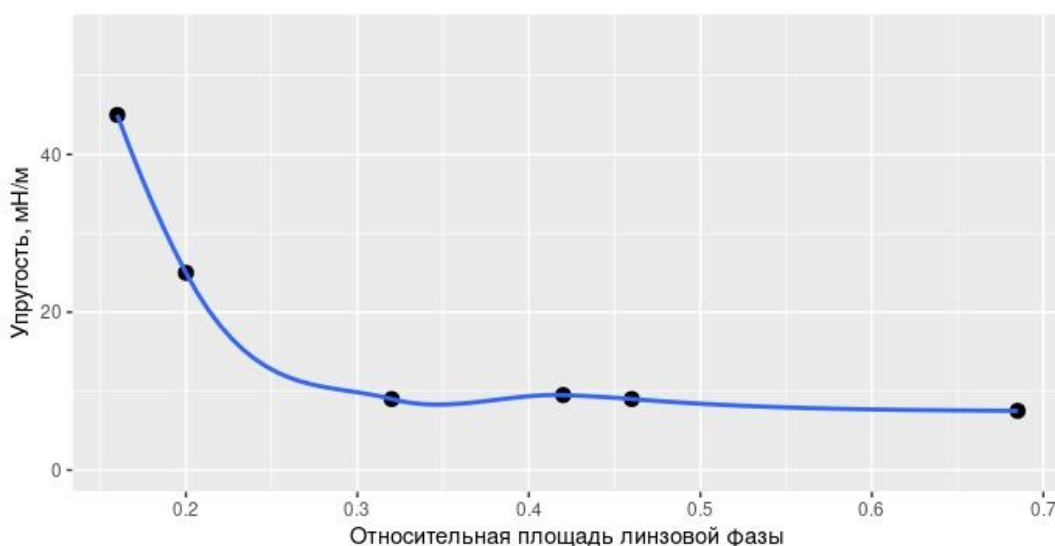


Рис. 27 Зависимость параметра упругости от относительной площади линзовой фазы для случая с нефтью.

## 2.7. Выводы к главе 2

Зависимость коэффициента затухания от толщины пленки характеризуется сильным максимумом при значениях толщины, сопоставимых с размером вязкого пограничного слоя. Наша теория также довольно хорошо описывает лабораторные измерения затухания ГКВ, проведенные [Sergievskaya et al., 2019]. Теория также хорошо соотносится с радиолокационными данными [Hansen, 2016], показано, что затухание на пленках конечной толщины практически на порядок выше, чем затухание на мономолекулярных пленках. Это может быть использовано, в том числе и для задачи классификации пленок по толщине по данным радиолокационных контрастов.

Выполнено лабораторное моделирование затухания ГКВ на поверхности воды в присутствии пленок конечной толщины, а также неоднородных пленок в ходе экспериментов с чистыми веществами и с нефтью. Для чистых поверхностно-активных веществ, при концентрациях ПАВ, превышающих концентрацию предельного мономолекулярного слоя, формируется мономолекулярный (тонкий) слой, соседствующий с линзами макроскопической толщины. Затухание волн в области линз определяется как упругостью пленки на межфазных границах, так и объемной вязкостью ПАВ и поэтому обычно значительно превышает затухание волн для случая мономолекулярных ПАВ. Построены зависимости коэффициента затухания от

относительной площади «линзовой» фазы в условиях генерации волн только в областях тонкой фазы, показано, что коэффициент затухания возрастает с ростом относительной площади линз.

Показано, что экспериментальные значения затухания ГКВ в присутствии, как мономолекулярных нефтяных пленок, так и пленок конечной толщины, находятся в хорошем соответствии с модельными теоретическими значениями. Показано, что для нефти, как и в случае с простыми веществами, коэффициент затухания возрастает с ростом относительной площади линз. Кроме того показано уменьшение затухания в толстой фазе с ростом относительной площади линзы. Предложено физическое объяснение этого эффекта в рамках модели линз-стенок, уменьшающих площадь поверхности тонкой пленки и, соответственно, увеличивающих затухание волн из-за возрастания влияния стенок. Аналогично с линзовой фазой: с ростом её площади, влияние её границ - стенок, уменьшается. Теоретические расчеты в рамках гипотезы «линз-стенок» показали хорошее согласие с экспериментом.

Введена «эффективная упругость» двухфазной пленки – тонкого слоя с линзовой фазой, которая заменяет двухфазную пленку эффективной мономолекулярной пленкой. Получена зависимость эффективной упругости от относительной площади линзовой фазы. Разработанная для чистых ПАВ физическая модель эффективной упругости сложной пленки применена для случая ПАВ сложного состава.



## Глава 3. Физическое моделирование затухания ГКВ на поверхности воды в присутствии фрагментированного льда.

### 3.1. Введение

Как известно, морской лед на начальном этапе своего формирования в прикромочной зоне может существовать в разных формах, включая ледяное сало, снежуру, блинчатый лед и другие [Massom, Stammerjohn, 2010; Johannessen, Hibler, 1983]. Перечисленные выше начальные формы льда (НФЛ) приводят к затуханию волн на морской поверхности и, соответственно, влияют на интенсивность микроволнового рассеяния на морской поверхности. Как результат, идентификация участков поверхности, покрытой НФЛ и находящихся в области между сплоченным льдом и открытой водой, может быть довольно затруднительной. Другой аспект проблемы затухания волн в присутствии НФЛ заключается в том, что области сильного затухания волн на радиолокационных панорамах моря после прохождения зон, покрытых НФЛ, могут быть ошибочно интерпретированы как, например, нефтяные загрязнения. Механизмы затухания поверхностных волн в присутствии НФЛ пока изучены недостаточно, включая, в частности, связь эффективной вязкости ледяного сала с объемной концентрацией частиц льда, а также зависимость затухания от размеров льдин, особенно при сопоставимости этих размеров с длиной поверхностной волны. Физика взаимодействия волн со льдом важна и при описании взаимодействия динамики последнего. Столкновения льдин, возникающие при распространении волн, перегруппировка льдин в кластеры, разбиение льда на более мелкие фрагменты - всё это способно значительно поменять морфологию поверхности, влияет на таяние льда и пр. [см, например, Dumas-Lefebvre et al., 2020; Boutin et al., 2018; Wadhams et al., 1979].

Систематические натурные измерения затухания волн [Doble et al., 2015; Meylan et al., 2014; Cheng et al., 2017] проводились в разные сезоны и при различных условиях, преимущественно в области блинчатого льда и шуги. При этом исследовались волны с длинами, много большими размеров льдин. Оценка затухания гравитационных волн в присутствии льда производилась на основе измерений системы буев, оснащенных вертикальными акселерометрами, по данным которых строились спектры волнения [Doble et al., 2015]. Важным результатом на этом этапе стало то [Squire and Moore, 1980; Wadhams et al., 1988], что энергия волны, проходящей вглубь битого льда, затухает практически экспоненциально с пройденной дистанцией. Измерения также показали существенную

зависимость величины затухания от периода волны: волны с наибольшим периодом переносят энергию на существенно большие расстояния вглубь битого льда, который в свою очередь работает как низкочастотный фильтр.

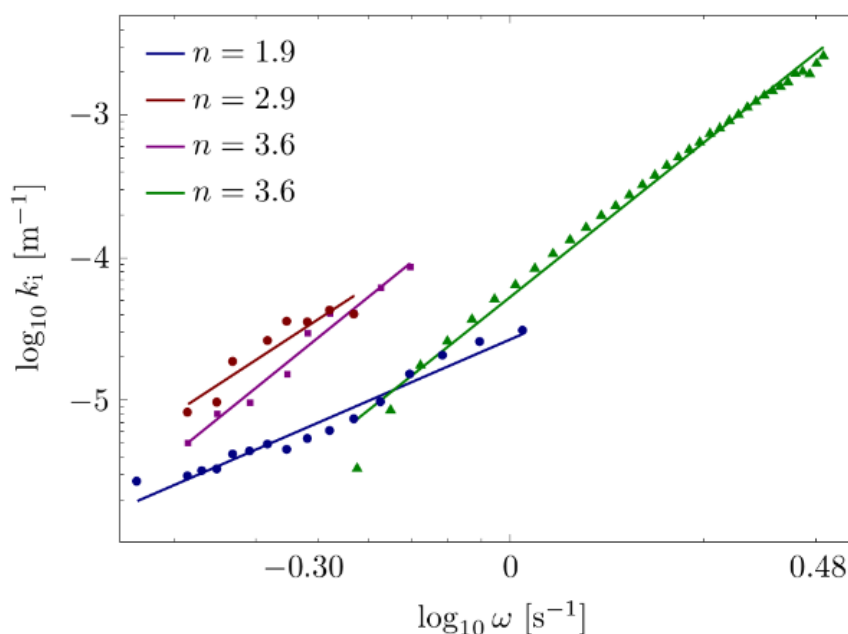


Рис. 28 Результаты натурных экспериментов. Мнимое волновое число как функция частоты волны в логарифмических осях с кривыми предсказания  $k_i \propto \omega^n$  (линии). [Meylan et al., 2014] (синий); [Doble et al., 2015] (красный); [Wadhams et al., 1988] (фиолетовый); [Cheng et al., 2017] (Зеленый).

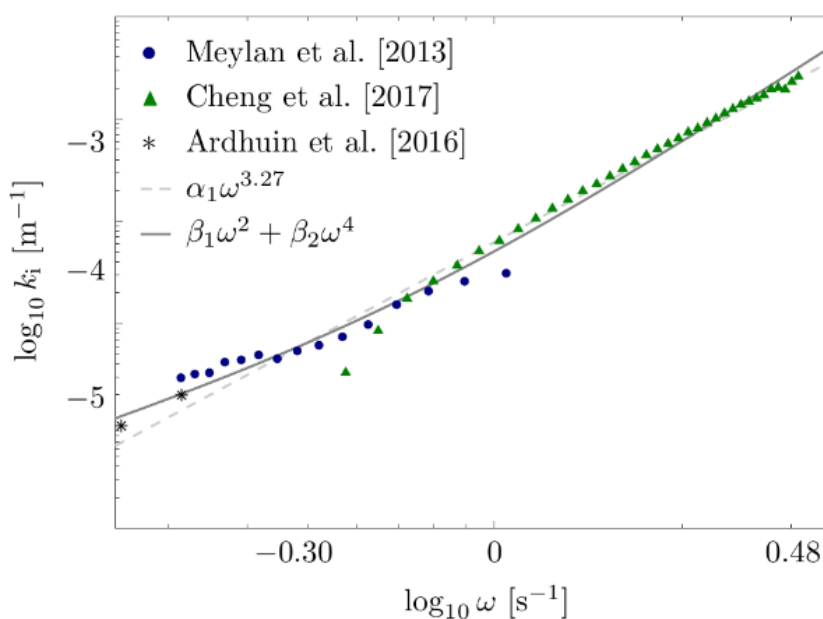


Рис. 29 Результаты натурных экспериментов. Мнимое волновое число как функция частоты волны в логарифмических осях: [Meylan et al., 2014] (синий); [Cheng et al., 2017] (зеленый).

С кривыми предсказания  $k_i = a_1 \omega^n$  (серая прерывистая линия) ;  $k_i = \beta_1 \omega^2 + \beta_2 \omega^4$  (черная сплошная линия).

Мы также рассмотрим кратко данные некоторых дистанционных наблюдений, иллюстрирующих эффект затухания волн на НФЛ. На рис. 30 приведено РСА изображение прикромочной области льдов между Гренландией и открытым океаном, полученное РСА со спутника Sentinel-1 2022.03.05.

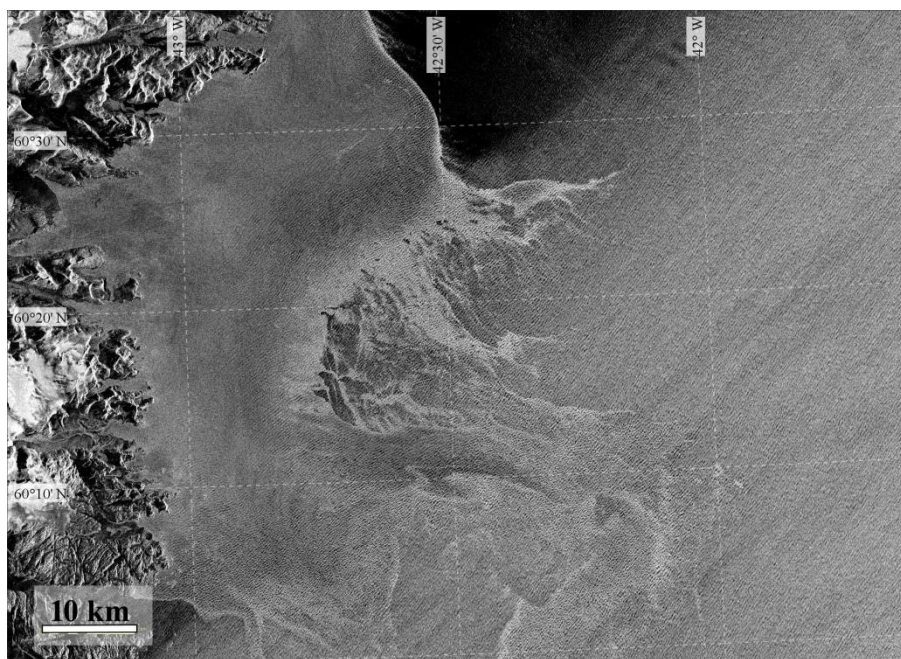


Рис. 30. Радиолокационное изображение SAR Sentinel-1 от 2022.03.05 в 09.13 по UTC в прикромочной области льда у побережья Гренландии. Характерная скорость ветра порядка 20 м/с, направление ЮВ.

Спутниковые радиолокационные данные, представленные на рис. 26, получены из центра открытого доступа для продуктов семейства Sentinel (Copernicus Open Access Hub: <https://scihub.copernicus.eu/>). Оценка скорости и направлении ветра получены из этих же радиолокационных данных по алгоритму, описанному в [Hersbach, 2003]. На изображении можно видеть волны зыби с длинами порядка 200м, распространяющиеся в северо-восточном направлении. Область, занятая льдом, находится между суши (слева) и областью открытой воды (правая половина изображения). Разрешение радиолокатора не позволяет достоверно утверждать, что лед является фрагментированным. Однако, ледяной покров на изображении характеризуется существенно неоднородной структурой с изрезанными границами. Это позволяет полагать наличие фрагментированного льда, по крайней мере, вблизи границ ледяного покрова, соседствующих с областью открытой воды. В пользу данного

предположения свидетельствует также и значительная изменчивость границ льда. Это иллюстрирует рис. 31, на котором приведено изображение данного района, полученное примерно через 12 часов. Видно, в частности, существенное различие структуры и границ ледяного покрова в полосе между  $60^{\circ}20' \text{ N}$  и  $60^{\circ}30' \text{ N}$ , что, очевидно, обусловлено дрейфом льдин под действием ветра.

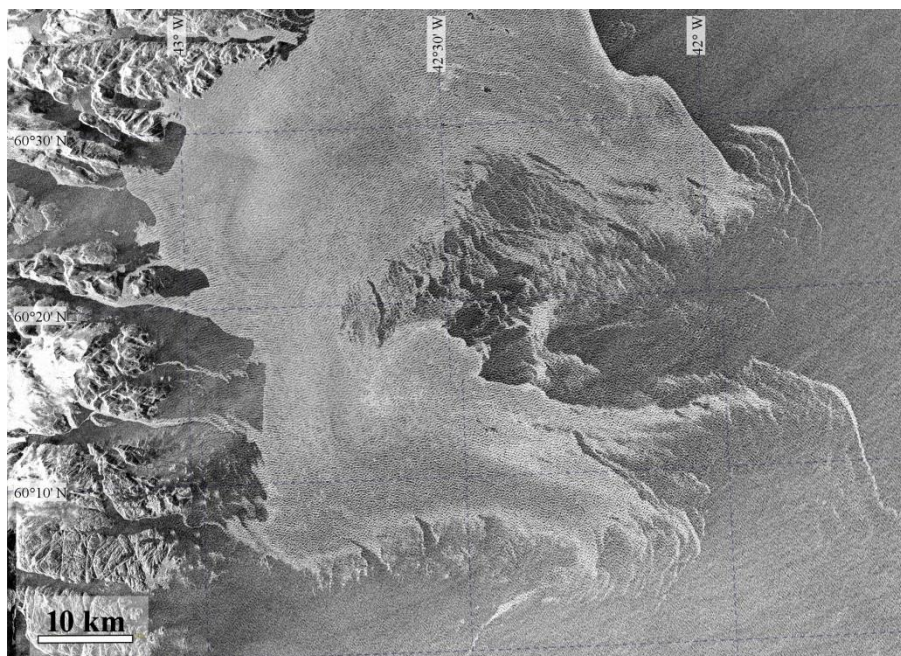


Рис. 31. То же, что на рис. 25, но 2022.03.05 в 20:28 по UTC

Для оценки эффекта затухания волн будем полагать, что вариации УЭПР на масштабах длинных волн пропорциональны их амплитудам. Оценка амплитуды вариаций УЭПР на масштабах зыби, нормированных на среднее значение УЭПР, дает значения 0.45 на разрезе 1 (т.е., после прохождения ледяной структуры в пределах отрезка 2) и 0.56 на разрезе 3 до ледяной структуры. Оценка коэффициента затухания волн по амплитуде приводит к величине порядка  $(0.33 \pm 0.03) \cdot 10^{-4} \text{ м}^{-1}$ , что неплохо согласуется с результатами работы [Meylan et al., 2018] для волн с периодом около 11 сек и длиной 200 м.

Следует отметить, что битый лед в реальных условиях оказывается существенно неоднородным, группируясь все сильнее, с увеличением расстояния от границы открытой воды, в более плотные кластеры, а слой шуги утолщается [Prinsenbergh and Peterson, 2017]. Соответственно, исследование затухания в поле неоднородного льда с различной концентрацией и разным распределением по размерам представляется весьма актуальным и является целью целого ряда работ [см., Marquart et al., 2021].



Основными механизмами затухания волн при их взаимодействии со льдом принято считать рассеяние, а также вязкую диссипацию волн. Для описания затухания волны, взаимодействующей с ледяной структурой, используются главным образом две группы моделей – учитывающие рассеяние волн отдельными льдинами [Masson, LeBlonde, 1989; Kohout and Meylan, 2008] и основанные на описании ледяного покрова как вязкой жидкости или вязкоупругого материала [Weber, 1987; Keller, 1998; Wang, Shen, 2010b]. Сравнение влияния разных механизмов на величину затухания является предметом исследований [Williams et al., 2013] и сих пор не изучен до конца. В частности, недостаточно изучен вопрос о затухании волн в условиях, когда размеры льдин сравнимы с длинами поверхностных волн. Полагается, однако, что рассеяние доминирует для волн с длинами, малыми по сравнению с размером льдины [Kohout and Meylan, 2008; Ardhuin et al., 2016], тогда как вязкое описание может определять затухание волн в присутствии малых по сравнению с длиной волны льдин.

Первая модель рассеяния (mass-loading model) была предложена в работах [Weitz, Keller, 1950; Peters, 1950] где рассматривалась двумерная задача для потенциала скорости в падающей волне и в жидкости под льдиной. Модель позволила успешно описать наблюдающееся в натуральных экспериментах экспоненциальное затухание волн по мере их распространения в область НФЛ и фильтрацию высокочастотных компонент спектра волнения. В [Wadhams and Holt, 1991] данный подход был использован для оценки возможностей определения толщины льда с помощью радиолокаторов с синтезированной апертурой (РСА). При анализе затухания волн из-за вязкой диссипации в [Weber, 1987] было предложено моделировать слой льда как высоковязкий континуум, динамика которого определяется балансом сил давления и вязких сил. Данная модель неплохо описывала результаты натуральных и лабораторных экспериментов, особенно в диапазоне высоких частот [Newyear, Martin, 1997; Wadhams et al., 1988], однако параметр эффективной вязкости, необходимый для хорошего соответствия с экспериментом, оказался слишком большим, что физически нереалистично.

Существуют две основные теоретические модели описания взаимодействия падающей волны с одиночным фрагментом льда, которые подверглись тщательной проверке экспериментальными данными. «Slope-sliding model» (SSL) и «linear potential flow model» (LPF). Первая, рассматривает горизонтальные движения тела под действием силы вязкого трения между потоком и телом. Модель основана на уравнении Морриса и модернизирована [Rumer et al., 1979], где был учтен наклон тела на гребне волны и добавлена в уравнение сила тяжести. [Shen and Ackley, 1991] применяли данный подход для исследования влияния волн на столкновения льда блинчатого типа. [Shen and Zhong, 2001] нашли точные аналитические

решения уравнения для некоторых предельных случаев. Они обнаружили, что отражение волн оказывает очень глубокое влияние на характер дрейфа. Позднее, аналогичная модель была независимо разработана [Marchenko, 1999]. В отличие от теории [Rumer et al., 1979], где рассматривались горизонтальные движения тела в стационарной системе координат, в модели [Marchenko, 1999] система координат двигалась со скоростью волны, а задача ставилась для тангенциальной компоненты скорости тела. [Grotmaack and Meylan, 2006] сравнили эти модели, и нашли неточность в подходе [Rumer et al., 1979], он не учел проекцию центростремительного ускорения в связи с кривизной волны на горизонтальную ось. Большие объекты отражают и рассеивают волны, однако когда размер льдины много меньше длины волны, волновое поле практически не модифицируется. SSL не учитывает влияние тела на возмущение волнового поля при взаимодействии и, применима для ситуаций, когда длина волны существенно превышает размер льдины.

Эксперименты в лабораторных условиях, [Meylan et al., 2015], показали, что модель «SSL» неплохо описывает экспериментальные данные амплитуды отклика тела по всем степеням свободы в поле падающей волны в длинноволновом пределе, однако становится сильно неточной, когда длина волны и размер тела становятся одного порядка. Эксперименты [Bennetts and Williams, 2015] изучали отклик тела в поле падающей волны по всем степеням свободы и обнаружили хорошее соответствие с предсказаниями LPF модели, за исключением случаев большой амплитуды волны. Однако в [Bennetts and Williams, 2015], как и в некоторых других работах [Bai and McGovern, 2014a] отмечается, что соответствие LPF с экспериментом возможно только в ограниченном диапазоне длин волн, так как модель не учитывает вязкости, которая в свою очередь оказывает существенное влияние на затухание в виду наличия пограничного слоя. Модель LFP, в общем случае, ощутимо переоценивает величину отклика тела по продольной и вертикальной координатам. В работе [Montiel et al., 2013b] также изучаются колебательные движения тонкого пластикового диска в поле падающей волны. При сопоставимых размерах длины волны и тела, существенную роль в затухании играют именно вращательные компоненты движения льдины. В работе использовался тяжелый вертикальный стержень, расположенный в центре диска, чтобы избежать линейного смещения тела и сфокусироваться на вращательных степенях свободы. Постановка эксперимента в общем случае достаточно трудоёмка и количество экспериментальных данных невелико. Интерпретации экспериментальных данных также сильно мешает эффект переливания жидкости через поверхность тела, который сложно проконтролировать. В связи с этим, а также ввиду необходимости ограничивать отдельные степени свободы и анализировать каждую в

отдельности, появляется необходимость разработки и применения методов численного моделирования задачи, которое подробно описано в следующей главе.

Затухание волн в условиях, когда размеры льдин сравнимы с длинами поверхностных волн, изучено пока недостаточно. Соответствующие исследования были недавно предприняты в условиях лабораторного эксперимента [Ermakov et al., 2020; Khazanov et al., 2021]. В данной работе, проведен детальный анализ проблемы затухания волн в присутствии льда. Рассмотрены натурные наблюдения, иллюстрирующие ослабление гравитационных волн, прошедших через область фрагментированного льда. Отметим, что в работе исследовано затухание волн для простейшего случая моноразмерных имитаторов льдин. Тем не менее, выполненный анализ, как представляется, может дать лучшее понимание физических механизмов затухания волн на льду и способствовать дальнейшему построению физических моделей затухания волн.

В параграфе 3.2 Представлены результаты лабораторного моделирования затухания гравитационных волн в присутствии имитаторов льда.

В параграфе 3.3 Дано обсуждение физического механизма затухания на основе интерпретации с присоединенной массой.

В параграфе 3.4 Представлены описание и результаты специальных натуральных экспериментов по изучению затухания ветровых волн различной длины в присутствии имитаторов льдин.

В параграфе 3.5 Приведены выводы к главе 3.

### 3.2. Лабораторный эксперимент

Эксперименты проводились в кольцевом ветро-волновом бассейне ИПФ РАН. В качестве имитатора льдин использовались кусочки моющей поролоновой губки. Увлажненная губка возвышалась над поверхностью воды примерно на одну десятую долю ее толщины, подобно льдинам. Проводились серии экспериментов с разным размером «льдин» и разной площадью покрытия. Схема экспериментальной установки и представлена на рис. 32. Регулярные волны определенных частот (от 2.5 Гц до 5 Гц) генерировались волнопродуктором (1 (а)), ветровые волны – вентилятором (1(б)). На расстоянии 1 м от волнопродуктора устанавливалась сетка (3), не препятствующая прохождению волн, но задерживающая губки на месте. Перед областью, покрытой льдинами (4), и после сетки устанавливались два волнографа (2), осуществлявшие измерения амплитуды и частот падающей и прошедшей через «ледяной покров» волн. Колебания губок фиксировалось камерой (5).

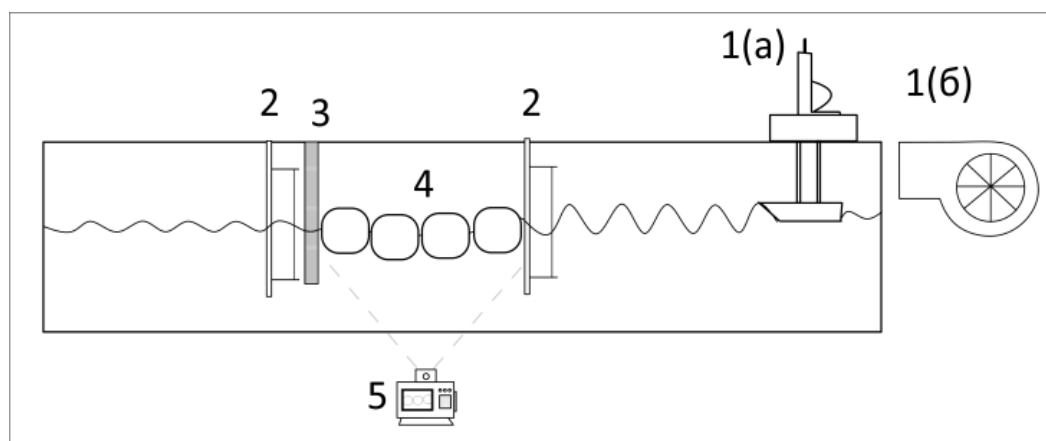


Рис. 32 Схема экспериментальной установки.

По спектрам волнений, полученным с помощью волнографов, определялись значения декремента затухания как

$$\gamma_{exp} = -\frac{1}{L} \ln \frac{A_2}{A_1} \quad (78)$$

$L$  - длина области, покрытой «льдом»,  $A_1$  и  $A_2$  - амплитуды волны до и после прохождения области «льда».

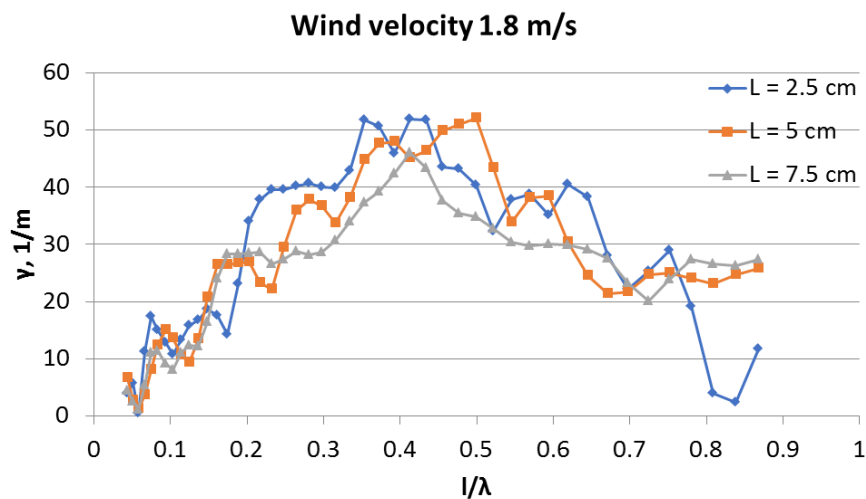
В результате были получены зависимости коэффициента затухания поверхностных волн от частот волн для различных размеров льдин и площадей, занятых льдинами. На рис. 34



представлены графики зависимости коэффициента затухания гравитационно-капиллярных волн (ГКВ) от безразмерного коэффициента – отношения длины неоднородности (размер одной губки в направлении распространения волн)  $l$  к генерируемой длине волны  $\lambda$ . Верхний график соответствует затуханию волн, вызванных ветром скоростью 1.8 м/с, нижний график – затуханию регулярных волн. Длина зоны покрытия льдом варьировалась при размещении нескольких рядов имитаторов, так что  $L=2,5$  см соответствовало одному ряду, охватывающему ширину резервуара,  $L=5$  см – два ряда и  $L=7,5$  см – три ряда (как показано на рис. 33).



Рис. 33 Имитаторы льдин. Вид сверху



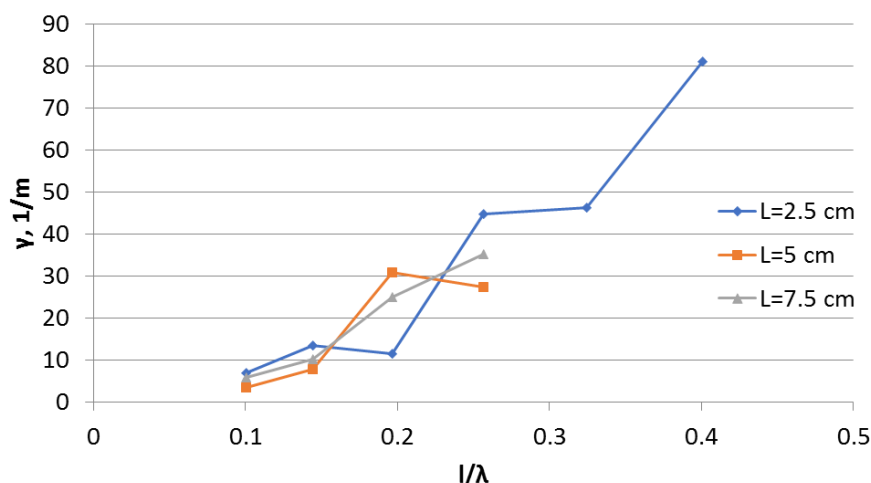


Рис. 34 Зависимость коэффициента затухания от обезразмеренной длины губки  $l/\lambda$  при различных площадях покрытия. Ветровые волны (сверху) и регулярные волны(снизу).

Как видно на графиках, для регулярных и ветровых волн коэффициент затухания при изменении площади «ледового» покрытия практически не меняется. Поскольку коэффициент затухания в экспериментах практически не зависел от длины покрытия  $L$ , при том, что имитаторы льдин находились очень близко друг к другу, касаясь соседних «льдин», можно было сделать вывод, что коллективное влияние льдин на затухание ГКВ в изученных случаях было небольшим, а затухание ГКВ определялось в основном изолированными, невзаимодействующими льдинами. Однако коэффициент затухания существенно зависит от отношения размера неоднородности к длине волны. Для ветрового волнения коэффициент затухания демонстрирует локальный максимум, когда размер льдины составляет примерно половину длины волны. Физически это соответствует тому, что волне труднее всего захватить «льдину» в том случае, когда на ее длине расположено два куска. Таким образом, максимальное количество энергии теряется на взаимодействие волны со льдиной. Однако на положение максимума может влиять также отношение длины льдины к ее толщине. Дальнейшие эксперименты были проведены с различными толщинами льдин, для определения влияния толщины на характер затухания.

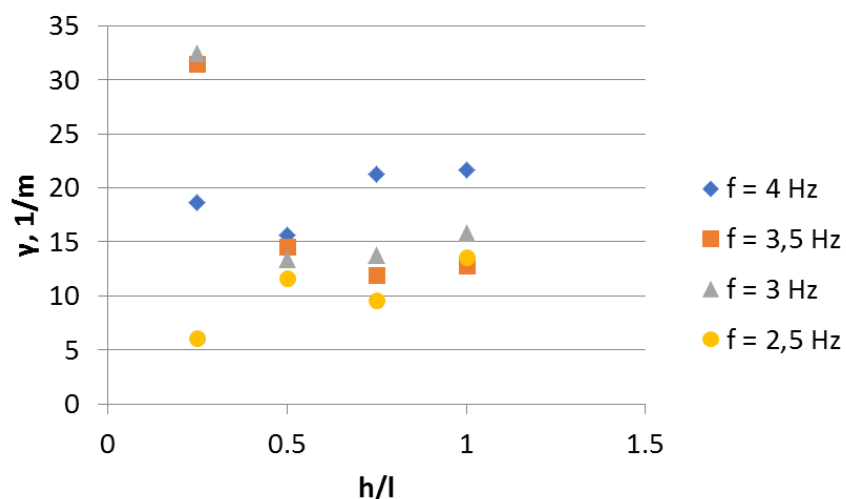


Рис. 35 Коэффициент затухания ГКВ в зависимости от безразмерной толщины льдины при различных частотах волны. Регулярные волны.

На рисунке 35 можно видеть, что коэффициент затухания демонстрирует слабую чувствительность к толщине льдины, особенно при больших значениях  $h/l$ , то есть когда форма тела близка к квадратной.

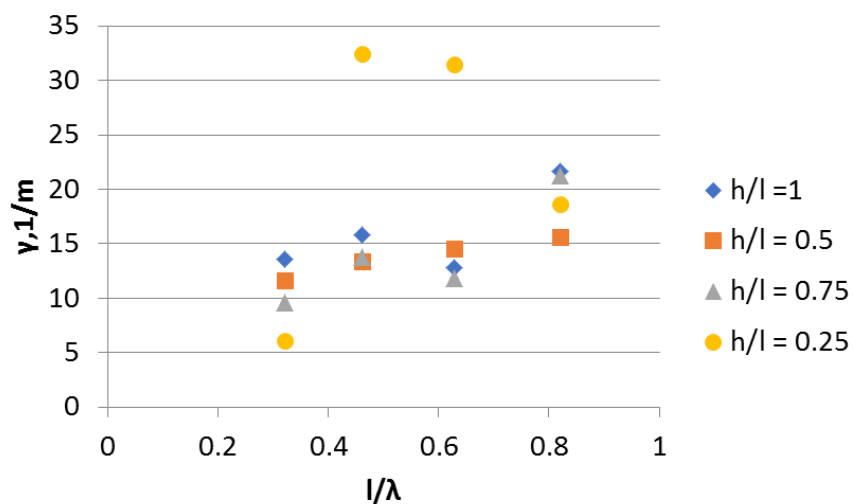


Рис. 36 Коэффициент затухания ГКВ в зависимости от безразмерной длины льдины при различных значениях толщины льдины. Регулярные волны.

На рис. 36 можно видеть, что при высоких значениях толщины льдины ( $h/l \geq 0,5$ ) коэффициент затухания слабо чувствителен к частоте волн (только значения коэффициента затухания для самых коротких волн, около 9 см, значительно различаются). В то же время при небольшой толщине льда, длина волны является важным фактором, определяющим

коэффициент затухания. При этом при малых толщинах наблюдается резонансная зависимость коэффициента затухания от отношения размера имитатора к длине волны, в то время как при сопоставимой толщине и длине губки, максимум размывается.

### 3.3. Физический механизм затухания. Теоретическая оценка величины затухания

Обсудим, прежде всего, физический механизм затухания. При колебательном движении льдины в поле орбитальной скорости гравитационной волны возникает присоединенная масса льдины и, соответственно, сила сопротивления. Рассмотрим двумерную задачу и будем считать, что жидкость с медленно меняющейся скоростью обтекает тело в направлении оси X. Медленность изменения профиля скорости означает, что  $U/\nabla U \gg l$ . Для качественных оценок рассматриваем случай безграничного пространства, пренебрегая эффектами, связанными с наличием свободной поверхности. Кроме того, учитываем движение тела только вдоль оси X и, соответственно, только горизонтальную компоненту силы сопротивления  $F_x$  и связанную с ней компоненту тензора присоединенной массы  $m_{xx}$ . Тогда горизонтальная компонента силы сопротивления может быть записана в виде (Newman, 2017)

$$F_x \approx (\rho V_b + m_{xx}) \left[ \frac{\partial U}{\partial t} + (U - U_{bx}) \frac{\partial U}{\partial t} \right] - m_{xx} \frac{\partial U}{\partial t} \quad (79)$$

Оценим силу, предполагая, что  $U$  - орбитальная скорость в поверхностной волне, которую можно представить в виде:  $U = \omega A \cos(\omega t - kx)$ ,  $A$ ,  $\omega$  и  $k$  – амплитуда, частота и волновое число падающей волны, соответственно,  $V_b$  – объем тела,  $U_{bx}$  – скорость тела. Для качественной оценки примем  $U_{bx} = 0.5U$ , что достаточно реалистично. Компоненту тензора присоединенной массы прямоугольного тела при соотношении  $l/h \sim 9$  ( $h$  – вертикальный размер тела), что близко к условиям наших экспериментов, можно записать как  $m_{xx} = \rho \pi \frac{h^2}{1.6}$  (Kennard, 1967). Коэффициент затухания волны оценим как отношение скорости диссипации энергии, равной работе силы сопротивления за единицу времени, к полной энергии волны, а именно

$$\gamma = - \frac{F_x U}{2E} \quad (80)$$

Для сравнения с ранее полученными значениями, необходимо пересчитать коэффициент затухания волны во времени, полученный по формуле (80), в пространственный декремент

$$\gamma_{\Pi} = \frac{\gamma}{V_{gr}} \quad (81)$$

Здесь  $V_{gr}$  – групповая скорость падающей волны.

Оценки коэффициента затухания волн с частотами в диапазоне 1.5 - 5 Гц дают для условий натуральных и численных экспериментов, согласно (79-81), характерные значения 0.4-1.2 м<sup>-1</sup>. Хотя данные значения приближенные, они, тем не менее, неплохо согласуются с экспериментальными и численными величинами, что говорит о существенной роли рассмотренного механизма в затухании гравитационных волн.

### 3.4. Модельный натурный физический эксперимент

Эксперименты проводились в южной части Горьковского водохранилища в акваториях яхт-клуба «Белая речка» и аванпорт (см. рис. 37). Аванпорт является промежуточной областью между основной акваторией Горьковского водохранилища и заливом, где располагается яхт-клуб. Изображение на рис. 37 получено из открытого источника «Яндекс Карты» со спутника IRS. Скорость ветра в экспериментах составляла 6 – 7 м/с, но ветровые волны, распространяющиеся в аванпорту, имели большую амплитуду и длину, чем в акватории яхт-клуба из-за большего разгона.

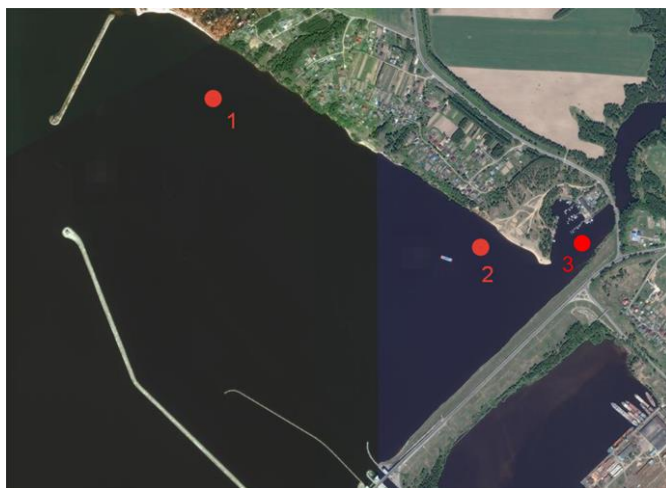


Рис. 37. Спутниковое изображение Горьковского водохранилища вблизи яхт-клуба «Белая речка». Точками 1 и 2 обозначены области проведения измерений в аванпорту, точкой 3 обозначена область проведения измерений в яхт-клубе.

Фрагментированный ледяной покров имитировался деревянными пластинами размерами 15 см x 15 см и толщиной 1,5 см, центр которых привязывался к тонкой капроновой сетке с размерами 1,5 м x 5 м. (см. схему на рис. 38). Сетка была эластичной и оказывала незначительное влияние на распространение волн. Амплитуды волн в экспериментах были достаточно малыми и деревянные пластины практически не сталкивались друг с другом, что позволяет пренебречь влияние столкновений на волнение. Фотографии размещенных на воде имитаторов льда представлены на рис. 39. Измерения волн проводились при помощи 4-х миниатюрных акселерометров, установленных на «ледяном поле». Акселерометры позволяли измерять три компоненты ускорения, запись сигналов проводилась во внутреннюю память акселерометров с частотой 20 Гц. Минимально измеряемые ускорения составляли  $1.5 \text{ см/с}^2$ , что отвечало минимальным амплитудам ветровых волн в диапазоне частот от 0.5 Гц до 10 Гц

порядка (1.5-0.004) мм соответственно. Ветровое волнение характеризуется достаточно широким частотным спектром, поэтому в эксперименте достигались различные соотношения длины волны к размеру “льдин”. На основе анализа записей акселерометров, установленных в начале и в конце “ледяной” структуры, строились усредненные частотные спектры колебаний имитаторов и рассчитывались коэффициенты затухания спектральных компонент волнения.

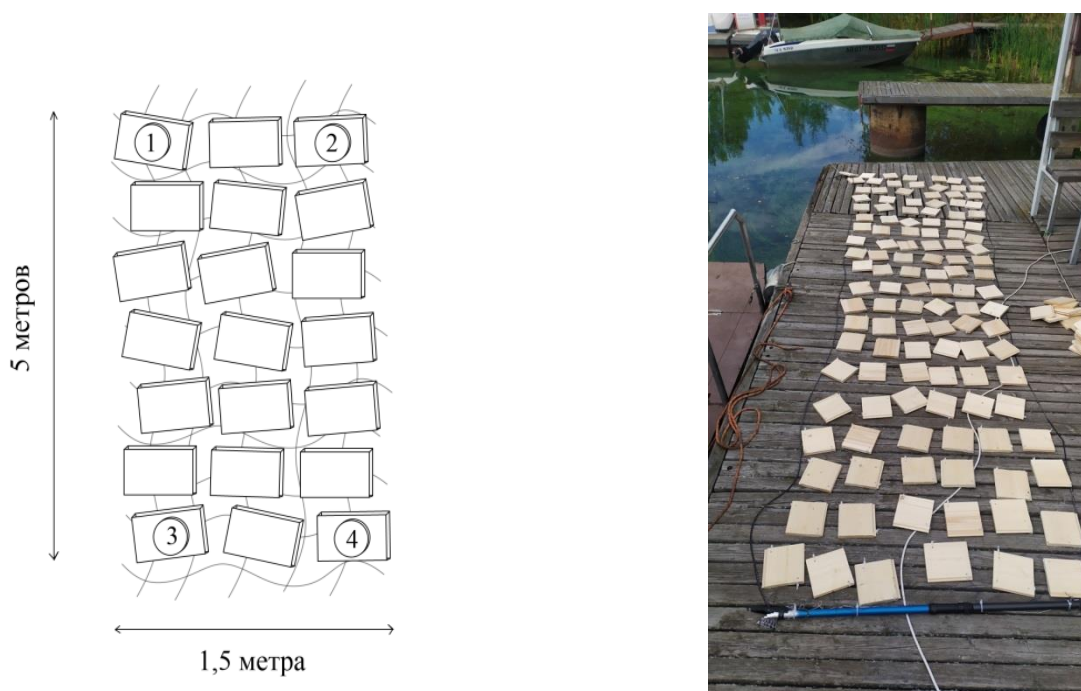


Рис. 38. Схематичное изображение имитаторов льдин, закрепленных на капроновой сетке (а). Номерами обозначены положения закрепленных акселерометров. (б) Фотография поля имитаторов льдин, закрепленных на капроновой сетке.



Рис 39. Фотографии поля имитаторов льдин, привязанных к заякоренному буйку вблизи яхт-клуба (а) и в аванпорте (б)

Коэффициент затухания спектральной компоненты ветровых волн определялся как

$$\gamma_{exp} = -\frac{1}{L} \ln \frac{A_2^2}{A_1^2} \quad (82)$$

$L$  – длина ледяного поля в направлении распространения волны,  $A_1$  и  $A_2$  – амплитуды волны с заданной частотой в начале и в конце “ледяного” поля.

Зависимость коэффициента затухания по энергии ветровых волн от частоты представлена на рис. 40 и рис. 41.

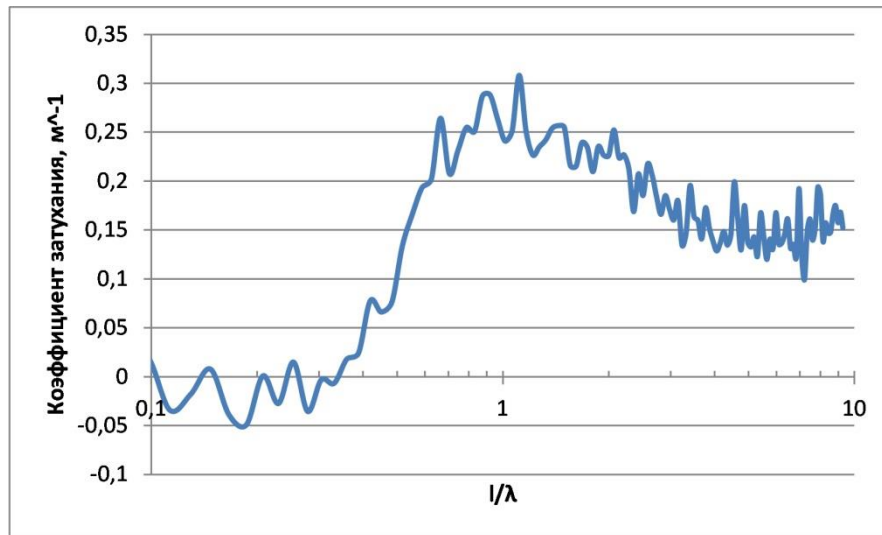


Рис. 40. Зависимость спектрального коэффициента затухания волн от отношения размера “льдин” к длине волны. Эксперимент в аванпорту.

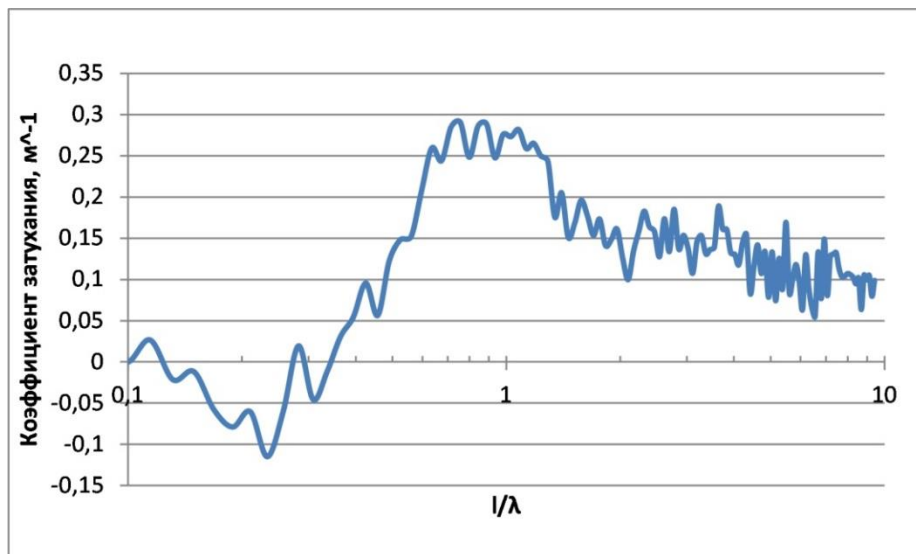




Рис. 41. То же, что на рис. 40, но для эксперимента в яхт-клубе.

Как следует из рис. 40 и 41, коэффициент затухания демонстрирует немонотонную зависимость от частоты волны, достигая максимума при отношении размера тела к длине волны порядка 1. Важно заметить, что зависимости коэффициента затухания от частоты в разных экспериментах с различным характером волнения оказываются весьма близкими.

### 3.5. Выводы к главе 3

Экспериментально исследована зависимость коэффициента затухания поверхностных волн от их частоты в присутствии имитаторов фрагментированного льда. Показано, что коэффициент затухания характеризуется наличием локального максимума для волн с длинами порядка размеров “льдин”. Дана физическая интерпретация эффекта затухания гравитационных волн, основанная на учете присоединенной массы льдины и оценке силы сопротивления льдины в поле орбитальной скорости поверхностной волны. Серия экспериментов с различными толщинами имитаторов показала, что коэффициент затухания ГКВ наиболее чувствителен к длине волны при достаточно малых по сравнению с продольными размерами, толщинах льда. Разработана методика проведения модельного физического эксперимента с использованием сетки с закрепленными досками в качестве имитаторов поля льдин. Проведена серия экспериментов и получена зависимость коэффициента затухания от частоты волны. Как и в лабораторном эксперименте, обнаружено наличие локального максимума коэффициента затухания. Качественное совпадение зависимости коэффициента затухания от соотношения размера льдины к длине волны в лабораторном и модельном физическом экспериментах. Значения коэффициента затухания в модельном физическом эксперименте несколько меньше, чем в лабораторном, что может быть связано с размещением в эксперименте деревянных пластин на специальной сетке, что приводит к некоторому ограничению их ускорения в поле волны и, как результат, к уменьшению их присоединенной массы.

## **Глава 4. Численное моделирование затухание ГКВ на поверхности воды в присутствии фрагментированного льда в среде «OpenFOAM»**

### **4.1. Введение**

Постановка лабораторного и натурного эксперимента в общем случае достаточно трудоёмка и количество экспериментальных данных невелико. Вычислительные пакеты в настоящее время – мощный, развитый аппарат для решения широкого класса задач, ими активно пользуются как в научных, так и в инженерных целях. В данной работе, в качестве инструмента численного моделирования использовалось программное обеспечение с открытым исходным кодом «OpenFOAM». Главное преимущество пакета «OpenFOAM» для научных целей – наличие открытого исходного кода. Большинство аналогичных продуктов содержат закрытый исходный код, что сильно ограничивает возможности создания, верификации и оценки точности результатов для исследователя. «OpenFOAM» в свою очередь, помимо инструментария для широкого класса задач вычислительной гидро и аэродинамики, позволяет детально контролировать весь процесс, включая построение сетки и выбор схем аппроксимации.

В работах [Niguera et al., (2013a,2013b)] с помощью пакета «OpenFOAM» моделировались взаимодействия волн с препятствиями, а также обрушение волн. [Jacobsen et al., 2012] дополнили пакет возможностью моделировать волны на поверхности воды, методики возбуждения и гашения волн, а также специальные граничные условия для моделирования двухфазной среды: вода - воздух. Многочисленные тестовые симуляции [Morgan et al., 2010; Morgan and Zang, 2011] и их сравнения с экспериментами показали, что пакет может быть очень полезен для задач прибрежной и морской инженерии. В работе [Gadelho and Lavrov, 2014] показано применение данного пакета для нахождения гидродинамических коэффициентов плавающего цилиндра в поле волны. Полученные результаты показали хорошее соответствие с теорией, что говорит о применимости пакета в определении коэффициентов затухания и присоединенной массы. Для нас это важно, так как мы придаем эффекту присоединенной массы доминирующую роль в механизме затухания поверхностных волн.

В данной работе пакет был использован для моделирования взаимодействия тела и падающей на него волны, для определения коэффициента затухания поверхностной волны, анализа влияния на затухание каждой степени свободы колебания тела в отдельности, а также для сравнения полученных результатов с имеющимися лабораторными и натурными данными.

В параграфе 4.2 Показаны основные уравнения, описаны основные утилиты пакета для численного счета, показана геометрия задачи и описана постановка численного эксперимента.

В параграфе 4.3 Показаны результаты численного моделирования, также дано сравнение с результатами модельного физического эксперимента.

В параграфе 4.4 Приведены выводы к главе 4.

## 4.2. Основные уравнения

Для численного моделирования затухания волн на льдинах использовалась версия 2.2.1 программного обеспечения с открытым исходным кодом «OpenFOAM». Основными уравнениями, используемыми для численного моделирования, являлись уравнения RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes) несжимаемой ньютоновской жидкости и уравнение неразрывности.

$$\rho \left[ \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + (\vec{U} \nabla) \vec{U} \right] = -\nabla p + \nabla \vec{\tau} + \rho \vec{g} + \vec{f}_a \quad (83)$$

$$\operatorname{div} \vec{U} = 0 \quad (84)$$

где  $\rho$  - плотность жидкости,  $U$  - скорость,  $p$  - давление,  $g$  - ускорение свободного падения. Поверхностное натяжение моделируется как непрерывное поверхностное усилие (НПУ) и  $\vec{f}_a$  означает поверхностную силу на единицу массы.  $\vec{\tau}$  представляет собой сумму вязких и турбулентных напряжений. Последние, добавляют в систему уравнений дополнительные неизвестные, это требует дополнительных уравнений, для замыкания системы. В данной работе используется модель  $k$ -epsilon замыкания, формулирующая дополнительные уравнения для скорости турбулентной диссипации и турбулентной кинетической энергии.

$$\nu_t = c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (85)$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \nabla * (Uk) - \nabla * (D_k \nabla k) = G - \frac{2}{3} k (\nabla * U) - \varepsilon \quad (86)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \nabla * (U\varepsilon) - \nabla * (D_\varepsilon \nabla \varepsilon) = c_1 G \frac{\varepsilon}{k} - \frac{2}{3} c_1 \varepsilon (\nabla * U) - c_2 \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (87)$$

Стандартные коэффициенты для модели:  $D_k = \nu + \nu_t / \sigma_k$ ,  $D_\varepsilon = \nu + \nu_t / \sigma_\varepsilon$ ,  $c_\mu = 0.09$ ,  $c_1 = 1.44$ ,  $c_2 = 1.92$ ,  $\sigma_k = 1.0$ ,  $\sigma_\varepsilon = 1.3$ . Выбор коэффициентов происходит из большой серии проверочных симуляций сдвиговых течений.

Для отслеживания высоты свободной поверхности использовался метод конечных объемов («VOF») [Jasak, 1996; Rusche, 2002]. Две несмешивающиеся жидкостные фазы (воздух и вода) рассматриваются как одна эффективная жидкость, которая моделируется одновременно во всей расчетной области, при этом функция  $\alpha$  определяет долю конкретной жидкости, которая существует в каждой ячейке, и служит идентификатором местоположения границы раздела вода-воздух. Уравнение для объемной доли  $\alpha$  имеет вид:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla * (\alpha U) + \nabla * (U_r \alpha (1 - \alpha)) = 0 \quad (88)$$

где  $\alpha$  - объемная доля воды в ячейке, изменяющаяся от 0 до 1 (ячейка полностью заполнена водой или воздухом соответственно). Значение 0.5 приблизительно соответствует границе раздела вода-воздух. Последнее конвективное слагаемое, существенно, только в тонком пограничном слое, где  $0 < \alpha < 1$ . Локальная плотность и вязкость совокупной жидкости в каждой ячейке определяется как:  $\rho = \alpha \rho_{water} + (1 - \alpha) \rho_{air}$ ,  $\mu = \alpha \mu_{water} + (1 - \alpha) \mu_{air}$ .

#### 4.2.1. Генерация волн

В среде OpenFOAM доступна техника генерации и поглощения поверхностных волн на «входе» и «выходе» расчетной области [Higuera et al., 2013]. Для моделирования поверхностной волны использовалась теория «StokesII» (волна Стокса второго порядка) [Robert G. Dean and Robert Dalrymple, 1991]. Движение свободной поверхности в рамках этой модели описывается как:

$$\eta(x, t) = \frac{H}{2} \cos(kx - \omega t) + k \frac{H}{2} a_2 \cos(2(kx - \omega t)) \quad (89)$$

Здесь:  $k$ - волновое число,  $\omega$ - частота волны,  $H$  – амплитуда волны. Величина  $a_2$  определяется как:

$$a_2 = \frac{H \cosh(kd)}{8 \sinh^3(kd)} (2 + \cosh(2kd)) \quad (90)$$

Здесь:  $d$  – глубина. Дисперсионное соотношение определяется как:

$$\omega^2 = kg * \tanh(kd) \quad (91)$$

Для проверки соответствия генерируемых пакетом волн нашим требованиям была проведена тестовая симуляция с волной, распространяющейся из одной части кюветы в другую в отсутствие тела. В качестве тестовой, была выбрана волна с периодом 2 с, и крутизной  $ka = 0,08$ . Для контроля были выбраны 4 точки (“point 1”, “point 2”, “point 3”, “point 4”) в которых вычислялась высота подъема свободной поверхности в зависимости от времени (рис. 42-44). Точка 1 находится в самом начале кюветы, точка 2 находится на расстоянии в одну длину волны от точки 1, точка 3 находится на расстоянии в половину длины волны от точки 2, точка 4 находится в конце кюветы

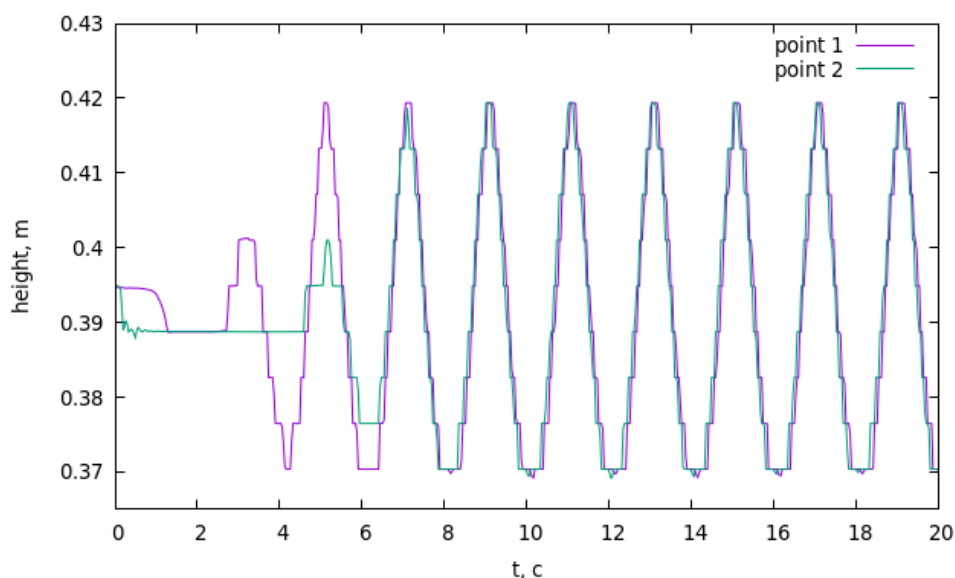


Рис. 42 Тестовая симуляция. Высота свободной поверхности в зависимости от времени в точках 1 и 2.

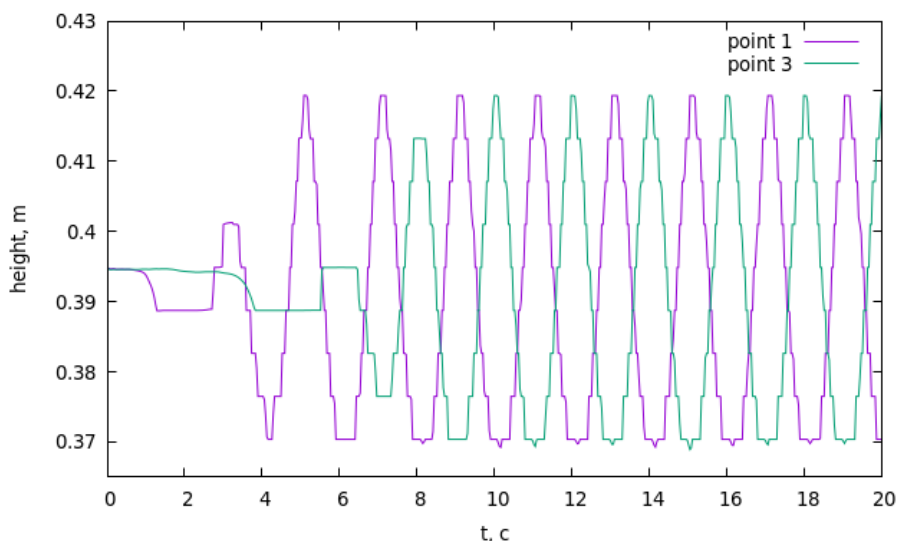


Рис. 43 Тестовая симуляция. Высота свободной поверхности в зависимости от времени в точках 1 и 3.

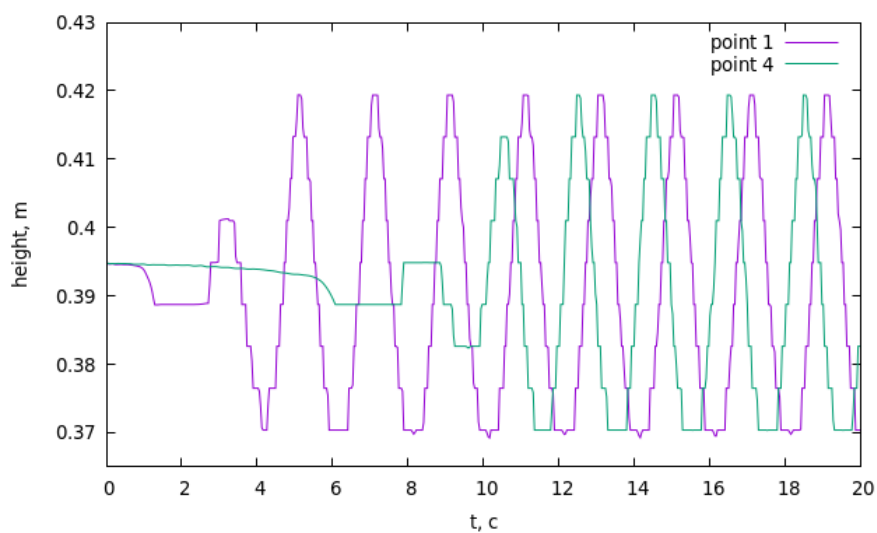


Рис. 44 Тестовая симуляция. Высота свободной поверхности в зависимости от времени в точках 1 и 4.

На рисунках 42-44 можно видеть, что тестовая волна распространяется так, как мы и хотим. В точках, находящихся на расстоянии в одну длину волны, свободная поверхность колеблется синфазно с одной амплитудой. В точках, находящихся на расстоянии половина длины волны, свободная поверхность колеблется в противофазе. Волна слабо затухает, что позволяет нам говорить о том, что затухание в реальном эксперименте с имитатором льдины, будет связано именно с взаимодействием волны с ним.

#### 4.2.2. Движение тела

В OpenFOAM есть встроенный модуль для отслеживания движения плавающего твердого тела, движущегося с шестью степенями свободы. Уравнения движения формулируются на основе второго закона Ньютона и уравнения динамики вращательного движения.

$$m\mathbf{a} = \mathbf{F} = \iint_S (p\mathbf{n} + \boldsymbol{\tau})dS + m\mathbf{g} \quad (92)$$

$$\mathbf{I}\boldsymbol{\beta} = \mathbf{M} = \iint_S \mathbf{r}_{cs} \times (p\mathbf{n} + \boldsymbol{\tau})dS + \mathbf{r}_{cg} \times m\mathbf{g} \quad (93)$$

Здесь  $\mathbf{a}$  и  $\boldsymbol{\beta}$  – линейное и вращательное ускорения плавающего тела,  $m$  и  $\mathbf{I}$  – масса и тензор инерции тела соответственно.  $\boldsymbol{\tau}$  – тензор вязких напряжений,  $S$  – площадь поверхности тела,  $\mathbf{r}_{cs}$  и  $\mathbf{r}_{cg}$  – плечи гидродинамических сил и силы тяжести. Если центр тяжести совпадает с центром вращения,  $\mathbf{r}_{cg} = 0$ .

Для моделирования ньютоновских жидкостей со свободной поверхностью разделяющей две фазы, в OpenFOAM есть встроенный модуль “InterFoam”, позволяющий решать уравнения Навье-Стокса для двух несжимаемых жидкостей. В данной работе использовался модифицированный модуль “OverInterDyMFoam”, поддерживающий метод «наложенных» (overset) сеток. Поскольку в нашей задаче тело движется с линейными и вращательными степенями свободы, необходима динамически меняющаяся сетка, подстраивающаяся под движение тела. Методика «наложенных сеток» хорошо подходит для колебаний тела с большими амплитудами, в некоторых работах продемонстрировано, что данная методика показывает более точные результаты по сравнению с другими [Chen et al., 2019; Windt et al., 2020]. В данном методе, используются две сетки: одна фоновая, другая наложена поверх фоновой, последняя, сосредоточена вокруг тела. Фоновая сетка неподвижна, наложенная сетка двигается, повторяя движения тела по заданному заранее закону, либо под действием внешних сил, вычисленных по второму закону Ньютона. Ячейки во всей вычислительной области делятся на три типа: вычислительные, интерполяционные и пустые. В вычислительных ячейках происходит прямой расчет гидродинамических полей на основе уравнений. В ячейках второго типа происходит пересчет полей между соседними ячейками разных сеток. Пустые ячейки представляют собой само движущееся тело, и блокируются при расчете.

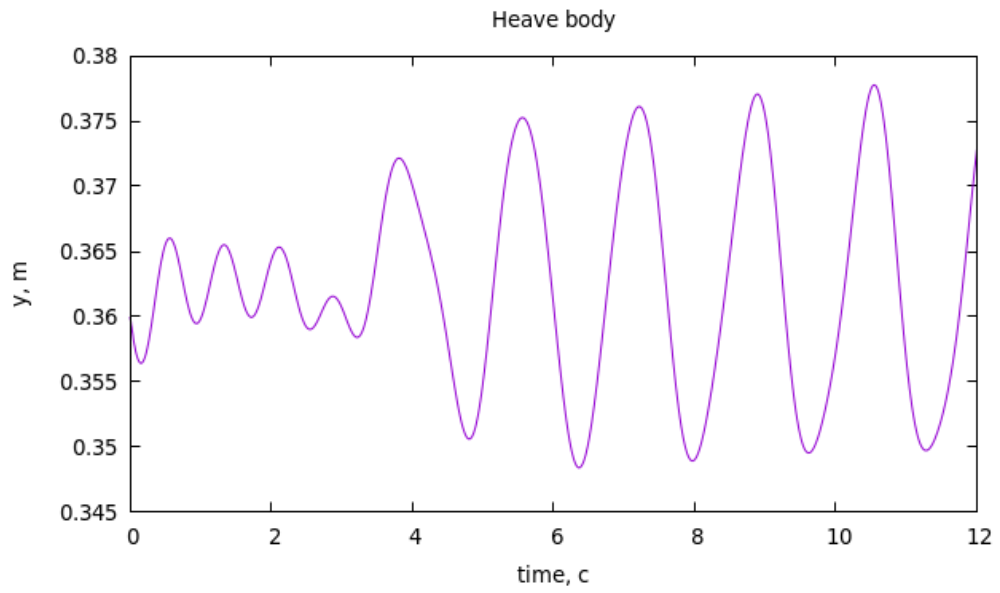


Рис 45. Зависимость вертикальной координаты центра масс тела от времени в ходе симуляции.

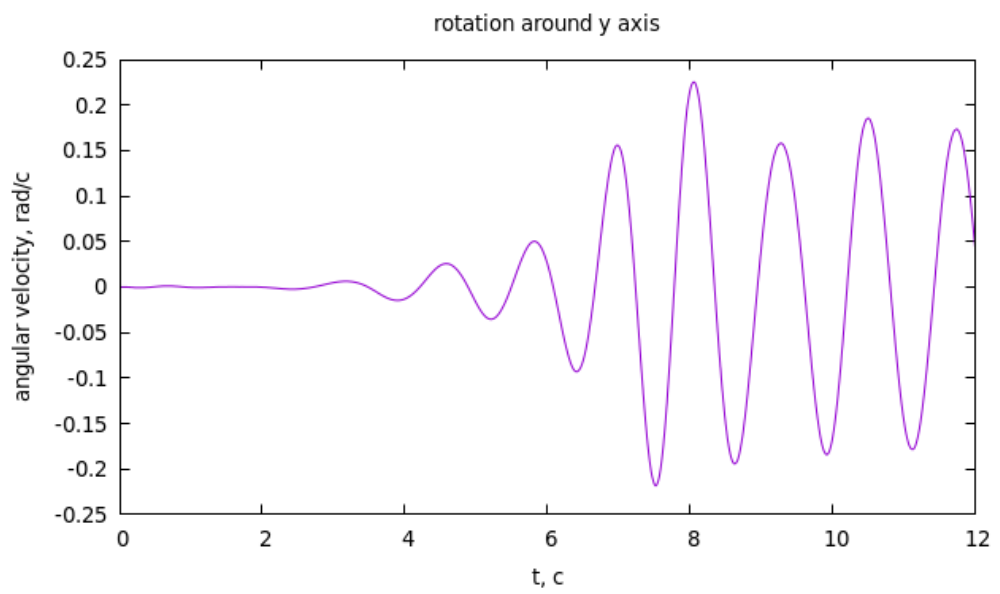


Рис. 46. Зависимость угловой скорости вращения вокруг оси  $y$  от времени в ходе симуляции.



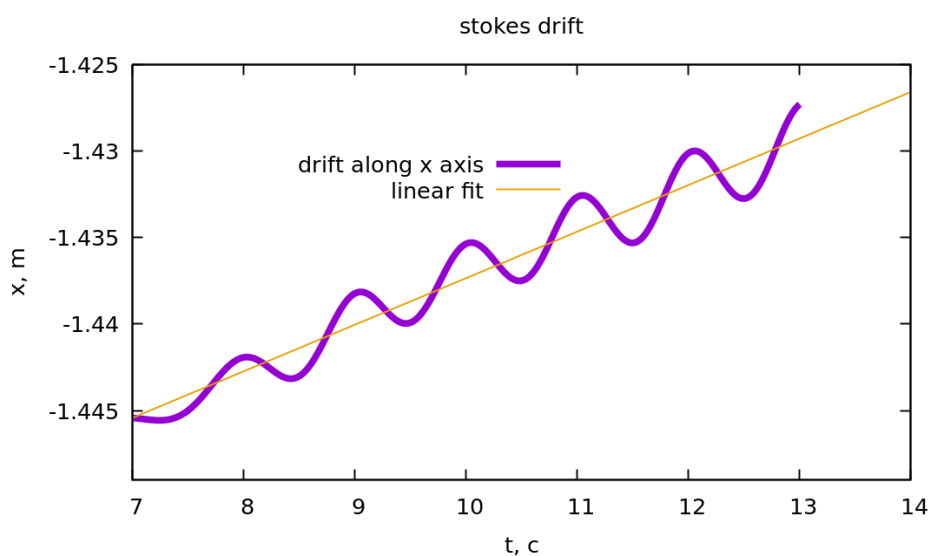


Рис. 47. Зависимость горизонтальной координаты центра масс тела от времени в ходе симуляции.

В ходе симуляции волна генерировалась с задержкой в 2 секунды. Как можно видеть из рис. 45, 46, 47 начиная с 7 секунды симуляции, тело приходит в постоянное колебательное движение в поле, падающей на него волны. При этом амплитуда и частота колебаний хорошо совпадают со значениями, получаемыми в эксперименте. Это позволяет говорить о том, что описанный выше модуль хорошо симулирует движение тела в воде.

### 4.2.3. Геометрия задачи

Продольное сечение вычислительной области показано на рис. 48, где  $G_1$  и  $G_2$  – численные волновые датчики, используемые для регистрации высоты свободной поверхности во времени.

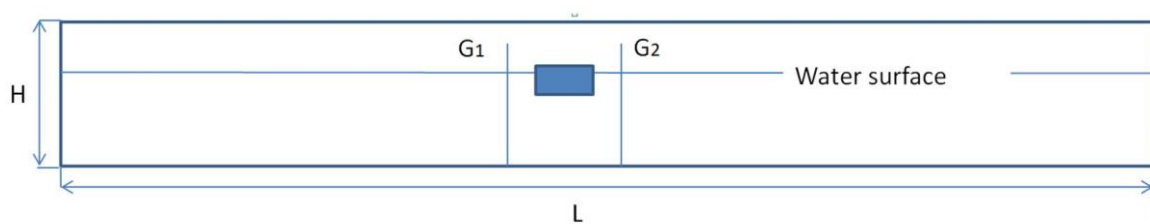


Рис. 48. Геометрическая схема вычислительной области

Здесь  $H = 0,4$  м,  $L = 10$  м - размеры вычислительной области. Соотношения горизонтального и вертикального размеров льдины подбирались такими же, как и в натуральных экспериментах. Из этих соображений:  $l = 0,8$  м,  $h = 0,08$  м.

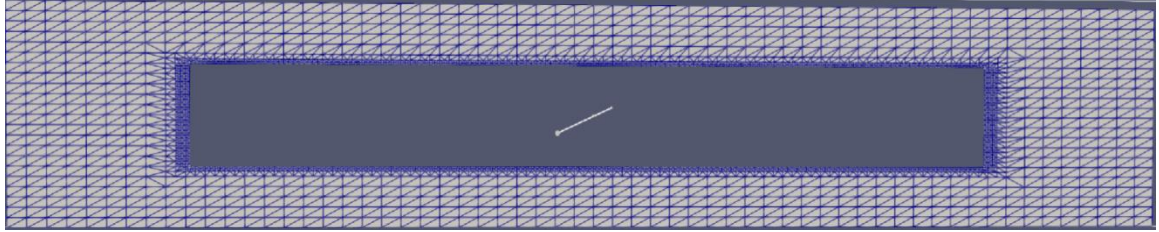


Рис. 49. Разрешение вычислительной сетки около тела. Сечение в плоскости XZ

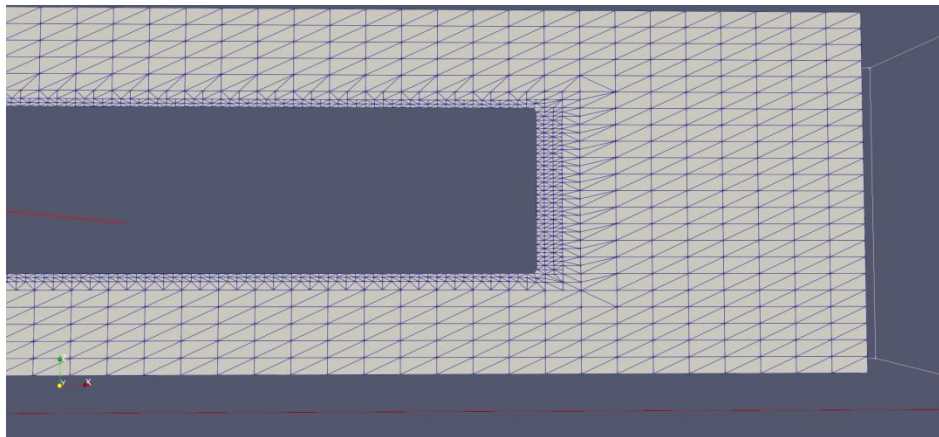


Рис. 50. Разрешение вычислительной сетки около тела. Сечение в плоскости XZ. То же что рис. 49, увеличенный масштаб.

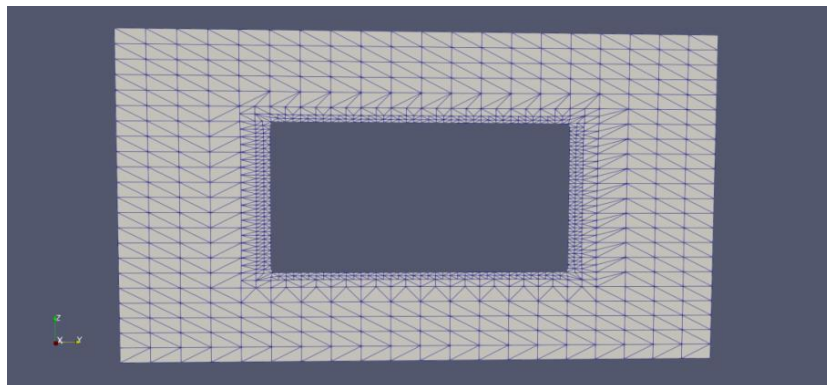


Рис. 51 Разрешение вычислительной сетки около тела. Сечение в плоскости YZ.

Длина волны варьировалась в различных симуляциях, при этом крутизна волны  $ka \approx 0.08$  оставалась постоянной. Тело выступало над поверхностью воды на десятую часть своего размера. На правой границе обеспечивалось поглощение поверхностных волн для предотвращения отражения. Тело двигалось с тремя степенями свободы, отвечающим колебаниям по горизонтальной и вертикальной оси, а также вращению относительно оси, перпендикулярной плоскости рисунка. Условия развития волн подбирались таким образом, чтобы избежать столкновения льдин, так же, как и в натурном эксперименте. Получая данные от численных волновых датчиков  $G_1$  и  $G_2$ , можно определить коэффициент затухания ГКВ при прохождении ледяной структуры по описанной выше методике.

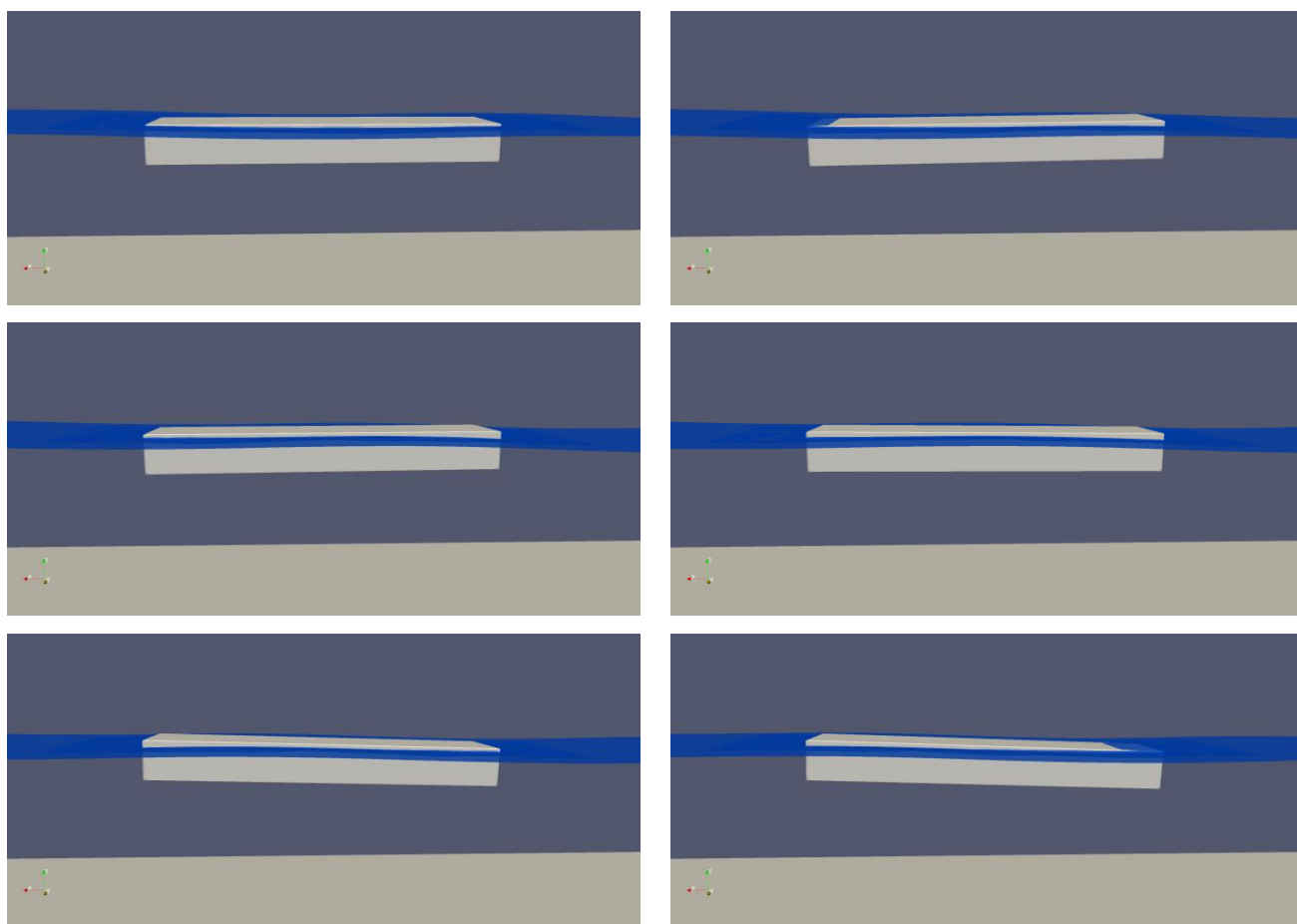


Рис. 52 Скриншоты численного моделирования, вид сбоку. Колебания тела в плоскости XZ.

### 4.3. Результаты численных расчетов и сравнение с модельным экспериментом

Результаты численного моделирования с одной, двумя и тремя «льдинами» представлены на рис. 54.

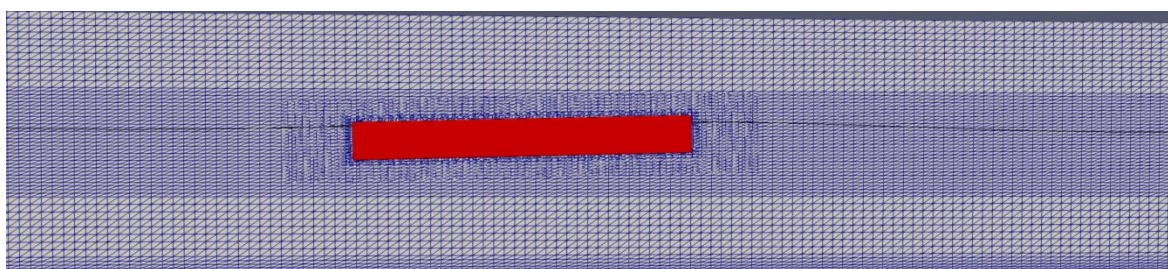


Рис. 53. Пример вычислительной сетки. Красным цветом изображено плавающее тело, синим границы ячеек, черная линия – поверхность границы раздела вода-воздух.

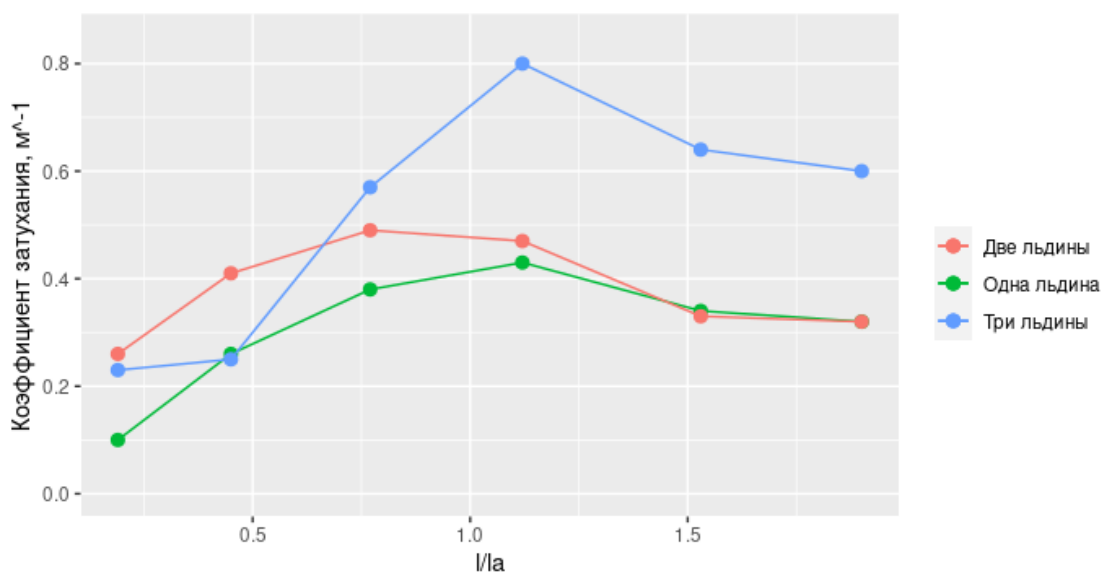


Рис. 54. Коэффициент затухания в зависимости от отношения размера льдины к длине волны, численное моделирование.

В случаях с двумя и тремя имитаторами, за размер «льдины» принимался удвоенный и утроенный соответственно размер одиночного имитатора. При этом, для вычисления значений затухания не учитывался зазор между льдинами, в котором также происходит затухание, а кроме того, дополнительное рассеяние и образование вторичных волн. Это объясняет рост затухания с увеличением количества льдин. В экспериментах с двумя и тремя льдинами также

использовалась разная величина зазора. Дополнительные симуляции были проведены для определения влияния размера зазора на величину затухания. Некоторое увеличение затухания происходит при уменьшении зазора, в связи с увеличением роли нелинейных эффектов в пространстве между льдинами. Для случая трех льдин использовался меньший размер зазора, что объясняет дополнительное затухание, по сравнению со случаем двух имитаторов. Во всех случаях параметры подбирались таким образом, чтобы избежать столкновений между льдинами. Характерным является наличие локального максимума коэффициента затухания в каждом из случаев, это соответствует результатам натурального эксперимента. Естественно ожидать, что этот эффект возможен при однородном распределении льда, то есть при одинаковых размерах льдин.

Сравним теперь результаты эксперимента и численного моделирования. Как можно видеть из рис. 55, значения коэффициента затухания в модельных экспериментах несколько меньше, чем в численных, что может быть связано с размещением в эксперименте деревянных пластин на специальной сетке, что приводит к некоторому ограничению их ускорения в поле волны и, как результат, к уменьшению их присоединенной массы. Тем не менее, характер частотной зависимости коэффициента затухания, а именно, наличие локального максимума, одинаков и в эксперименте, и в численном моделировании. Это согласуется также и с результатами наших лабораторных экспериментов.

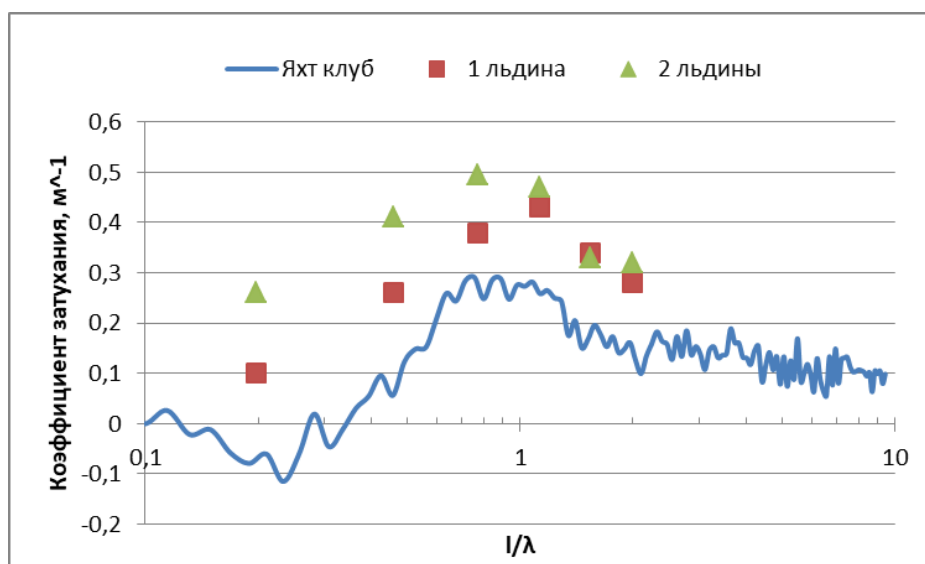


Рис. 55. Коэффициент затухания в зависимости от отношения размера льдины к длине волны, сравнение натуральных данных (синяя кривая, данные эксперимента в яхт клубе) и численного моделирования.

Для анализа наличия локального максимума и изучения его природы, зафиксируем каждую из степеней свободы плавающего тела, позволив ему колебаться, например, только вертикально. По результатам симуляций, в которых фиксировалась каждая из трех степеней свободы колебания тела, получены зависимости коэффициента затухания от отношения размера тела к длине волны. Полученные результаты представлены на рис. 56.

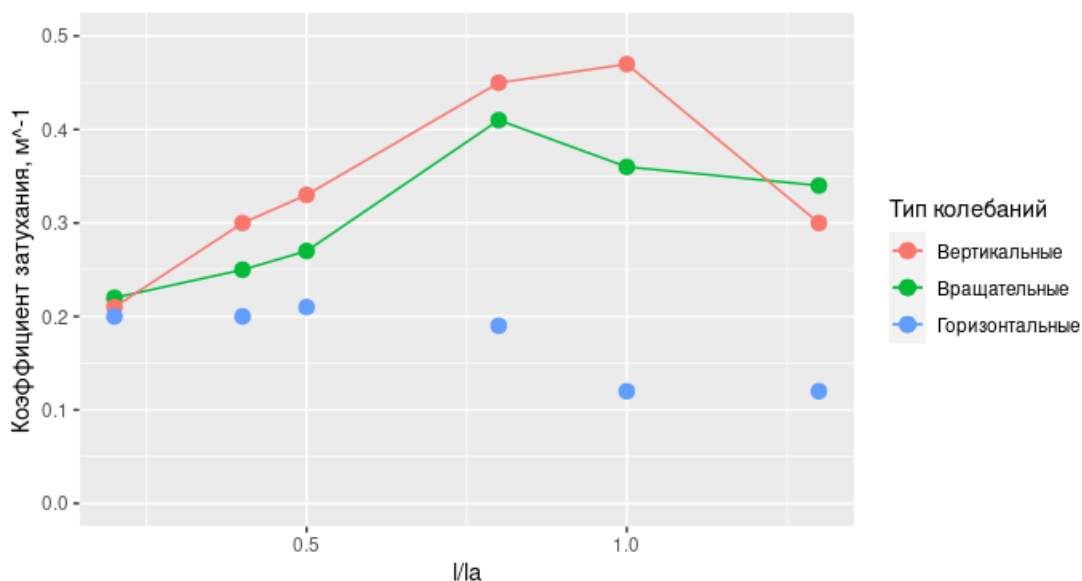


Рис. 56. Коэффициент затухания в зависимости от отношения размера льдины к длине волны, для каждой фиксированной степени свободы тела, результат численного моделирования

Как можно видеть на рисунке 56, горизонтальные колебания вносят малый вклад в коэффициент затухания. В то же время, как чисто вертикальные, так и чисто вращательные колебания приводят к наличию локальных максимумов коэффициента затухания, причем эти максимумы несколько смещены друг относительно друга. Частота волны, при которой достигается максимум её затухания, близка к частоте собственных колебаний тела по двум степеням свободы. Собственные частоты вертикальных и вращательных колебаний близки друг к другу, однако частота вертикальных колебаний чуть выше. Это позволяет нам сделать вывод о возможном резонансном взаимодействии волны с телом при близости частоты волны к частотам собственных колебаний тела, а также о том, что это резонансное взаимодействие обуславливает наличие максимума коэффициента затухания как функции отношения размера тела к длине волны. Если распределение льдин по размерам достаточно широкое, то из-за различия в их собственных частотах, максимум результирующего коэффициента затухания для такого неоднородного ледяного поля будет размываться, и возможность его проявления в натуральных условиях представляется затруднительной. Тем не менее, полученные выше

результаты представляют значительный интерес с точки зрения понимания физики затухания волн на фрагментированном ледяном покрове. Насколько известно, в литературе такой анализ не проводился.

#### **4.4. Выводы к главе 4**

Выполнено численное моделирование взаимодействия тела и падающей на него волны, определена зависимость коэффициента затухания поверхностной волны от отношения размера льдины к длине волны для случаев одной, двух и трех льдин. Результаты численного моделирования подтвердили, что коэффициент затухания имеет максимум для волн с длинами порядка масштаба льдин. Рассчитанные величины коэффициента затухания удовлетворительно согласуются с экспериментальными значениями, хотя и несколько превышают последние, что может быть связано с размещением в эксперименте деревянных пластин на специальной сетке, что приводит к некоторому ограничению их ускорения в поле волны и, как результат, к уменьшению их присоединенной массы. Величины затухания в численных расчетах оказались близкими для одной и двух льдин. Анализ влияния вращательных и вертикальных колебаний в отдельности на затухание волны, позволяет нам сделать вывод о возможном резонансном взаимодействии волны с телом при близости частоты волны к частотам собственных колебаний тела. Это обуславливает наличие максимума коэффициента затухания как функции отношения размера тела к длине волны. При этом если распределение льдин по размерам достаточно широкое, то из-за различия в их собственных частотах, возможность проявления этого максимума представляется затруднительной.



## Заключение

Сформулируем и основные результаты работы.

1. Разработана приближенная теория затухания гравитационно-капиллярных волн (ГКВ) при наличии пленок конечной толщины на поверхности воды. Показано, что вихревая компонента ГКВ может быть формально описана как “вынужденная” продольная волна (волна Марангони, VM), которая в основном определяют затухание ГКВ и которая наиболее эффективно “возбуждаются” потенциальной компонентой ГКВ, когда волновые числа ГКВ и собственной моды VM близки. Показано, что для толстой пленки существуют две “вынужденные” моды VM, локализованные в пограничных слоях соответственно вблизи границ “вода-пленка” и “пленка-воздух“, что при определенных значениях параметров упругости границ раздела, толщины и вязкости пленки, приводит к возникновению двух максимумов коэффициента затухания ГКВ как функции волнового числа ГКВ из-за резонанса с каждой из “вынужденных” мод VM.
2. Показано, что величина коэффициента затухания ГКВ характеризуется сильным максимумом при толщине пленки, сравнимой с толщиной пограничного слоя. Зависимость коэффициента затухания ГКВ от волнового числа для толстой пленки с упругими границами оказывается более широкой, чем для тонкой пленки, что может быть использовано как “признак” толстой пленки. Показано, что экспериментальные значения затухания ГКВ в присутствии как квазимономолекулярных пленок, так и пленок конечной толщины, находятся в хорошем соответствии с модельными теоретическими значениями. В ходе лабораторного моделирования затухания волн на поверхности воды в присутствии неоднородных по толщине пленок, показано, что коэффициент затухания возрастает с ростом относительной площади толстой пленки (линзовой фазы), соседствующей с тонкой пленкой. Предложено физическое объяснение эффекта в рамках модели линз-стенок, уменьшающих площадь поверхности тонкой пленки и, соответственно, увеличивающих затухание волн из-за возрастания влияния стенок.
3. В ходе натуральных и лабораторных экспериментов исследована зависимость коэффициента затухания поверхностных волн от их частоты в присутствии имитаторов фрагментированного льда. Показано, что коэффициент затухания



характеризуется наличием локального максимума для волн с длинами порядка размеров “льдин”.

4. В ходе численного моделирования в среде «OpenFOAM», решена задача взаимодействия тела (льдин) и падающей на него волны, и показано, что коэффициент затухания имеет максимум для волн с длинами порядка масштаба льдин. Рассчитанные величины коэффициента затухания удовлетворительно согласуются с экспериментальными значениями. Дано физическое объяснение эффекта резонансного затухания волны как результата возрастания присоединенной массы льдин, когда частоты их собственных вертикальных и вращательных колебаний близки к частотам волн.

## Литература

- [1] *Alpers, W. and Huehnerfuss, H.* The damping of ocean waves by surface films: a new look at an old problem // *Journal of Geophysical Research.* -1989. - 94(C5). - 6251-6266.
- [2] *Ardhuin F., Sutherland P., Doble M., Wadhams P.* Ocean waves across the arctic: attenuation due to dissipation dominates over scattering for periods longer than 19 s. // *Geophys. Res. Lett.* - 2016. - V.43. No.11. P. - 5775-5783.
- [3] *Bai W., Zhang T., McGovern D.* Response of small sea ice floes in regular waves: A comparison of numerical and experimental results // *Ocean Engineering.* - 2017. - V.129. - P. 495–506.
- [4] *Bateson A.W., Feltham D.L., Schroder D., Hosekova L., Ridley J.K., Aksenov Y.* Impact of floe size distribution on seasonal fragmentation and melt of Arctic sea ice // *The Cryosphere Discussions.* - 2020. - V.14. No.2. - P. 403-428.
- [5] *Behroozi, P., Cordray, K., Griffin, W., and Behroozi, F.* The calming effect of oil on water // *American Journal of Physics.* – 2007 - 75(5):407-414.
- [6] *Bock, E. J.* On ripple dynamics: I. Microcomputer-aided measurement of ripple propagation // *Journal of Colloid and Interface Science.* – 1987. - 119(2):326-334.

- [7] *Bennetts, L. G. and Williams, T. D.* Water wave transmission by an array of floating discs // Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. – 2015. - 471(2173) - 20140698.
- [8] *Boutin G., Ardhuin F., Dumont D., Sevigny C., Girard-Ardhuin F., Accensi M.* Floe Size Effect on Wave-Ice Interactions: Possible Effects, Implementation in Wave Model, and Evaluation // Journal of Geophysical Research: Oceans. - 2018. - V.123. No.7. - P. 4779–4805.
- [9] *Brekke, C. and Solberg, A.H.S.* Oil spill detection by satellite remote sensing // Remote Sensing of Environment. – 2005. – 95. - 1–13.
- [10] *Brown, C.E. and Fingas, M.F.* Development of airborne oil thickness measurements // Marine Pollution Bulletin. – 2003. – 47. - 485–492.
- [11] *Brown, S. J.* Gravity, capillary and dilation wave mode resonance at a viscoelastic two-fluid interface // PhD thesis Massachusetts Institute of Technology, Department of Civil and Environmental Engineering. - 2005.
- [12] *Brown, S. J., Triantafyllou, M. S., and Yue, D. K. P.* Complex analysis of resonance conditions for coupled capillary and dilational waves // Proceedings of the Royal Society. – 2002. – 458. - 1167–1187.
- [13] *Chen, H., Qian, L., Ma, Z., Bai, W., Li, Y., Causon, D., & Mingham, C.* Application of an overset mesh based numerical wave tank for modelling realistic free-surface hydrodynamic problems // Ocean Engineering. - 2019. – 176. - 97-117.
- [14] *Cheng S., Rogers W. E., Thomson J., Smith M., Doble M. J., Wadhams P., Kohout A. L., Lund B., Persson O. P. G., Collins C. O., Ackley S., Montiel F., Shen H. H.* Calibrating a viscoelastic sea ice model for wave propagation in the Arctic fall marginal ice zone // J. Geophys. Res. - 2017. - V.122. No.11. - P. 8770–8793.
- [15] *Cini, R., Lombardini P.P., Manfredi, C., and Cini, E.* Ripples damping due to monomolecular films // Journal of Colloid and Interface Science. – 1987. - 119 (No1). - 74-80.

- [16] *Cini, R., Lombardini, P. P., and Hühnerfuss, H.* Remote sensing of marine slicks utilizing their influence on wave spectra // *International Journal of Remote Sensing*. – 1983. - 4 (1). - 101–110.
- [17] *Da Silva J.C., Ermakov S.A. and Robinson I.S.* The role of surface films in SAR signatures of internal waves on the shelf. III. Mode transition // *Journal of Geophysical Research*. – 2000. - V.105. C10. - 24089-24104.
- [18] *Da Silva, J.C., Ermakov, S.A., Robinson, I.S., Jeans, D.R.G. and Kijashko, S.V.* Role of surface films in ERS SAR signatures of internal waves on the shelf. I. Short-period internal waves // *Journal of Geophysical Research*. – 1998. - 103(C4). - 8009-8031.
- [19] *Davies, J. T. and Vose, R.W.* On the damping of capillary waves by surface films // *Proceedings of the Royal Society*. – 1965. - 286 (1405). - 218–234.
- [20] *Doble M. J., Carolis G. De, Meylan M. H., Bidlot J.-R., Wadhams P.* Relating wave attenuation to pancake ice thickness, using field measurements and model results: Waves in Pancakes // *Geophys. Res. Lett.* - 2015. - V.42. No.11.
- [21] *Dorrestein, R.* General linearized theory of the effect of surface films on water ripples // *Proceedings of the Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen. Series B. Physical sciences*. – 1951. - 54. -260.
- [22] *Dumas-Lefebvre E, Dumont D.* Aerial observations of sea ice break-up by ship waves // *The Cryosphere Discussions*. - 2021. - P.1-26.
- [23] *Dysthe, K., and Rabin, Y.* Damping of short waves by insoluble surface films. In F. L. Herr, & J. Williams (Eds.) // *ONRL Workshop Proceedings - Role of surfactant films on the interfacial properties of the sea surface*, report C-11-86, US office of naval research, London. -1986. - 187–213.
- [24] *Dysthe, K., Rovner G. and Rabin Y.* Damping of capillary waves by polymeric monolayers. Comparison with hydrodynamic theory // *The Journal of Physical Chemistry*. – 1986. - A V. 90. - 3894-3895.

- [25] *Earnshaw, J. C. and McLaughlin, A. C.* Waves at liquid surfaces: coupled oscillators and mode mixing // Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical and Physical Sciences. - 1991. - 433(1889). - 663-678.
- [26] *Ermakov S.A. and Kijashko S.V.* Laboratory study of the damping of parametric ripples due to surfactant films // Marine Surface Films. Springer. – 2006. - 113-128.
- [27] *Ermakov S.A., Lazareva T.N., Leshev G.V., Vostryakova D.V.* Experimental study of wave damping due to ice floes in application to radar remote sensing of the marginal ice zone // Proc. SPIE 11529, Remote Sensing of the Ocean, Sea Ice, Coastal Waters, and Large Water Regions. - 2020. - P.1152909.
- [28] *Ermakov, S. A., Salashin, S. G., and Panchenko, A. R.* Film slicks on the sea surface and some mechanisms of their formation // Dynamics of Atmospheres and Oceans. – 1992. - vol. 16. - 279–304.
- [29] *Ermakov, S. A., Zujkova, A.M., Panchenko, A.R., Salashin, S.G., Talipova, T.G., and Titov, V.I.* Surface film effect on short wind waves // Dynamics of Atmospheres and Oceans. – 1986. - vol. 10. - 31–50.
- [30] *Ermakov, S.A.* Resonance damping of gravity-capillary waves on the water surface covered with a surface-active film // Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics. – 2003. - V. 39. No.5. - 624-628.
- [31] *Ermakov, S.A., Sergievskaya, I.A. and Gushchin, L.A.* Damping of gravity-capillary waves in the presence of oil slicks according to data from laboratory and numerical experiments // Izvestiya. Atmospheric and Oceanic Physics. – 2012. - V. 48. No. 5. - 565-572.
- [32] *Ermakov, S.A., Sergievskaya, I.A., da Silva, J.C., Kapustin, I.A., Shomina, O.V., Kupaev, A.V. and Molkov, A.A.* Remote Sensing of Organic Films on the Water Surface Using Dual Co-Polarized Ship-Based X-/C-/S-Band Radar and TerraSAR-X // Remote Sensing. – 2018. – 10. - 1097.

- [33] *Ermakov, S.A.; Panchenko, A.R.; Salashin, S.G.* Film Slicks on the Sea Surface and Some Mechanisms of their Formation // *Dynamics of Atmospheres and Oceans*. – 1992. – 16. - 279-304. doi:10.1016/0377-0265(92)90010-Q
- [34] *Espedal, H. A., Johannessen, O. M., Johannessen, J. A., Dano, E., Lyzenga, D. R. and Knulst, J. C.* COASTWATCH'95: ERS 1/2 SAR detection of natural film on the ocean surface // *Journal of Geophysical Research: Oceans*. – 1998. - vol. 103, no. C11. - 24969–24982.
- [35] *Fingas, M.* The challenges of remotely measuring oil slick thickness // *Remote Sensing*. -2018. - 10(2). – 319.
- [36] *Fiscella, B., Lombardini, P. P., Trivero, P., and Cini, R.* Ripple damping on water surface covered by a spreading film: Theory and experiment // *Il Nuovo Cimento*. – 1985. - C 8 (5). - 491–500.
- [37] *Franklin, B., Brownrigg, W., and Farish, M.* Of the stilling of waves by means of oil. Extracted from sundry letters between Benjamin Franklin, LL.D. F. R. S. William Brownrigg, M. D. F. R. S. and the Reverend Mr. Farish // *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*. - 1774. - 64. - 445–460.
- [38] *Gade, M., Hühnerfuss, H., Korenowski, G.M.; Springer: // USA, New York.* - 2006. - pp. 113-128. - ISBN: 3-540-33270-7.
- [39] *Gade, M.* On the Imaging of Biogenic and Anthropogenic Surface Films on the Sea by Radar Sensors // *Springer Berlin Heidelberg*. – 2006. - 189–204.
- [40] *Gade, M., Alpers, W., Huhnerfuss, H., Masuko, H. and Kobayashi, T.* Imaging of biogenic and anthropogenic ocean surface films by the multifrequency/multipolarization SIR-C/X-SAR // *Journal of Geophysical Research*. – 1998a. - vol. 103. - 18851–18866.
- [41] *Gade, M., Alpers, W., Huhnerfuss, H., Wismann, V., and Lange, P.* On the reduction of the radar backscatter by oceanic surface films: Scatterometer measurements and their theoretical interpretation // *Remote Sensing Environment*. -1998b. - vol. 66, no. 1. - 52–70.

- [42] *Grotmaack R.* Small rigid floating bodies under the influence of water waves // Res. Lett. Inf. Math. Sci. - 2003. - V.5. - P.143-157.
- [43] *Hansen, M.W., Kudryavtsev, V., Chapron, B., Brekke, C. and Johannessen, J.A.* Wave Breaking in Slicks: Impacts on C-Band Quad-Polarized SAR Measurements // IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing. – 2016. - 9(11). - 4929-4940.
- [44] *Henderson, D. M.* Effects of surfactants on Faraday-wave dynamics // Journal of Fluid Mechanics. – 1998. – 365. - 89-107.
- [45] *Herman A.* Wave-induced surge motion and collisions of sea ice floes: finite-floe-size effects // J. Geophys. Res. Oceans. - 2018. - V.123. No.10. - P.7472-7494.
- [46] *Hersbach H.* CMOD5. An improved geophysical model function for ERS C-band scatterometry // Reading, UK: ECMWF Technical Memorandum. - 2003. - T.395. - P.1-50.
- [47] *Higuera, P., Lara, J. L. and Losada, I. J.* Simulating coastal engineering processes with OpenFOAM® // Coastal Engineering. - 2013b. – 71. - 119-134.
- [48] *Higuera, P., Lara, J. L., & Losada, I. J.* Realistic wave generation and active wave absorption for Navier–Stokes models: Application to OpenFOAM® // Coastal Engineering. – 2013. – 71. - 102-118.
- [49] *Jacobsen N.G., Fuhrman D.R., Fredsøe J.* A wave generation toolbox for the Open-Source CFD Library: OpenFoam // Int. J. Numerl. Meth. Fluids. - 2012. - V.70. No.9. - P.1073–1088.
- [50] *Jasak, H.* Error analysis and estimation for the finite volume method with applications to fluid flows // Ph.D. thesis, Imperial College of Science, Technology and Medicine. - 1996.
- [51] *Jenkins, A. D. and Jacobs, S. J.* Wave damping by a thin layer of viscous fluid // Physics of Fluids. – 1997. - 9(5). - 1256–1264.
- [52] *Johannessen O.M., Hibler W.D., William E., Campbell J.* Marginal ice zones: a description of air-ice-ocean interactive processes, models and planned experiments // Arctic

Technology and Policy. Proceedings of the Second Annual MIT Sea Grant Conference. - 1984. - P.133-146.

[53] *Keller J.B.* Gravity waves on ice-covered water // *Journal of Geophysical Research: Oceans.* - 1998. - V.103. No.C4. - P. 7663–7669.

[54] *Kennard E.H.* Irrotational flow of frictionless fluids, mostly of invariable density // *David Taylor Model Basin Report.* - 1967. - V.2229.

[55] *Khazanov G.E., Ermakov S.A., Dobrokhoto V.A., Vostryakova D.V., Lazareva T.N.* Wave tank modeling of the damping of gravity waves due to ice floes in application to ocean remote sensing // *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering.* - 2021. - P. 118570U.

[56] *Kohout A.L., Meylan M.H.* An elastic plate model for wave attenuation and ice floe breaking in the marginal ice zone // *Journal of Geophysical Research: Oceans.* - 2008. - V.113. No. C9.

[57] *Landau, L. D. and Lifshitz, E. M.,* Fluid Mechanics( Course of Theoretical Physics, Volume 6) 2-nd ed. // Pergamon Press. – 1987. - 539 p.

[58] *Levich, V.G.* Physicochemical Hydrodynamics // Prentice- Hall. – 1962. - 700 p.

[59] *Levich, V.G.* Suppression of waves by surface-active materials. I // *Soviet JETP* 10. – 1940. - No 11. - 1296-1304.

[60] *Levich, V.G.* Suppression of waves by surface-active materials. II // *Soviet JETP*, 11. 1941. - No 2-3. - 340-345.

[61] *Lucassen, J.* Effect of surface-active material on the damping of gravity waves: A reappraisal // *Journal of Colloid and Interface Science.* – 1982. - 85 (1). - 52–58.

[62] *Lucassen, J.* Longitudinal capillary waves. Part I.-Theory // *Transactions of the Faraday Society.* – 1968. - 64. - 2221–2229.

- [63] *Lucassen, J., and Hansen, R. S.* Damping of waves on monolayer-covered surfaces: I. Systems with negligible surface dilational viscosity // *Journal of Colloid and Interface Science.* - 1966. - 22 (1). - 32–44.
- [64] *Lucassen, J., and Van Den Tempel, M.* Longitudinal waves on visco-elastic surfaces // *Journal of Colloid and Interface Science.* - 1972. - 41 (3). - 491–498.
- [65] *Lucassen-Reynders, E. H., and Lucassen, J.* Properties of Capillary Waves // *Advances in Colloid and Interface Science.* – 1970. – 2. - 347-395.
- [66] *Marchenko A.V.* The floating behaviour of a small body acted upon by a surface wave // *J. Appl. Maths Mechs.* - 1999. - V.63. No.3. - P.471–478.
- [67] *Marquart R., Bogaers A., Skatulla S., Alberello A., Tofolli A., Schwarz C., Vichi M.* A Computational Fluid Dynamics Model for the Small-Scale Dynamics of Wave, Ice Floe and Interstitial Grease Ice Interaction // *Fluids.* - 2021. - V.6. - P. 176.
- [68] *Massom R., Stammerjohn S.* Antarctic sea ice variability: Physical and ecological implications // *Polar Sci.* - 2010. - V.4. No.2. - P.149–458.
- [69] *Masson D., LeBlond P.* Spectral evolution of wind-generated surface gravity waves in a dispersed ice field // *J. Fluid Mech.* - 1989. - V.202. - P. 43–81.
- [70] *Meylan M., Yiew L., Bennetts L., French B., Thomas G.* Surge motion of an ice floe in waves: Comparison of a theoretical and an experimental model // *Annals of Glaciology.* - 2014. - V.56. doi:10.3189/2015AoG69A646.
- [71] *Meylan M.H., Bennetts L.G., Doble M., Mosig E.M.* Dispersion relations, power laws, and energy loss in waves for the marginal ice zone // *Journal of Geophysical Research: Ocean.* - 2018. - V.123. - P. 3322–3335. <https://doi.org/10.1002/2018JC013776>.
- [72] *Meylan M.H., Bennetts L.G., Kohout A.L.* In situ measurements and analysis of ocean waves in the Antarctic marginal ice zone // *Geophys. Res. Lett.* - 2014. - V.41. No.14. - P. 5046–5051. doi:10.1002/2014GL060809.



- [73] *Minchew, B., Jones, C.E., and Holt, B.* Polarimetric analysis of backscatter from the Deepwater horizon oil spill using L-band synthetic aperture radar // *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*. – 2012. - vol. 50, no. 10. - 3812–3830.
- [74] *Montiel, F., Bennetts, L. G., Squire, V. A., Bonnefoy, F. and Ferrant, P.* Hydroelastic response of floating elastic disks to regular waves. Part 2: Modal analysis // *J. Fluid Mech.* - 2013a. - 723. - 629-652.
- [75] *Montiel, F., Bonnefoy, F., Ferrant, P., Bennetts, L. G., Squire, V. A. and Marsault, P.* Hydroelastic response of floating elastic disks to regular waves. Part 1: Wave tank experiments // *J. Fluid Mech.* – 2013b . – 723. - 604–628.
- [76] *Morgan, G. and Zang, J.* Application of OpenFOAM to coastal and offshore modelling. // In: *Proceedings of 26th International Workshop of Water Wave and Floating Bodies, Athens, Greece.* – 2011.
- [77] *Morgan, G., Zang, J., Greaves, D., Heath, A., Whitlow, C. and Young, J.* Using the rasInterFoam CFD model for wave transformation and coastal modelling // In: *Proceedings of 32nd Conference on Coastal Engineering, Shanghai, China.* – 2010.
- [78] *Newman J. N.* *Marine hydrodynamics* // Cambridge, MA: The MIT Press. – 2017. - 426 p.
- [79] *Newyear K., Martin S.* Comparison of laboratory data with a viscous two-layer model of wave propagation in grease ice // *Journal of Geophysical Research: Oceans.* - 1999. - V.104. N.C4. - P.7837–7840
- [80] *Peters A.S.* The effect of a floating mat on water waves // *Commun. Pure. Appl. Maths.* - 1950. - V.3. - P. 319–354.
- [81] *Prinsenber S.J., Peterson I.K.* Observing regional-scale pack-ice decay processes with helicopter-borne sensors and moored upward-looking sonars // *Annals of Glaciology.* - 2011. - V.52. No.57. - P. 35-42.

- [82] *Rajan, G. K.* Damping rate measurements and predictions for gravity waves in an air–oil–water system // *Physics of Fluids*. – 2022. - 34. – 022113.
- [83] *Rajan, G. K.* Solutions of a comprehensive dispersion relation for waves at the elastic interface of two viscous fluids // *European Journal of Mechanics - B/Fluids*. – 2021. – 89. - 241-258.
- [84] *Rajan, G.K. and Henderson, D.M.* Linear waves at a surfactant-contaminated interface separating two fluids: Dispersion and dissipation of capillary-gravity waves // *Physics of Fluids*. – 2018. - 30. - 072104.
- [85] *Rajan, G.K.* A three-fluid model for the dissipation of interfacial capillary-gravity waves // *Physics of Fluids*. – 2020a. - 32. – 122121.
- [86] *Rajan, G.K.* Dissipation of interfacial Marangoni waves and their resonance with capillary-gravity waves // *International Journal of Engineering Science*. – 2020b. - 154. – 103340.
- [87] *Robert G. Dean and Robert Dalrymple.* Water wave mechanics for engineers and scientists // *World Scientific*. – 1991. - p. 353.
- [88] *Rumer R.R., Chrissmas R.D.* Wake A. Ice Transport in Great Lakes // *Great Lakes Environmental Research lab*. - 1979. - No.79.
- [89] *Rusche, H.* Computational fluid dynamics of dispersed two-phase flows at high phase fractions // *PhD thesis, Imperial College*. – 2002.
- [90] *Scott, J.C., and Thomas, N.H.* Sea surface slicks - surface chemistry and hydrodynamics in radar remote sensing // *Wind-Over-Wave Couplings: Perspectives and Prospects* (Sajjadi, Thomas and Hunt, Eds.), Clarendon Press. Oxford. – 1999. - 221-229.
- [91] *Sergievskaia, I., Ermakov, S., Lazareva, T., and Guo, J.* Damping of surface waves due to crude oil/oil emulsion films on water // *Marine Pollution Bulletin*. – 2019. – 146. - 206–214.
- [92] *Sergievskaia, I.; Ermakov, S.; Lazareva, T.; Guo, J.* Damping of surface waves due to 590 crude oil/oil emulsion films on water // *Marine Pollution Bulletin*. – 2019. – 146. - 206 – 214.

- [93] *Shen H.H., Ackley S.F.* A one-dimensional model for wave-induced ice-floe collisions // *Annals Glaciol.* - 1991. - V.15. - P.87-95.
- [94] *Shen H.H., Zhong Y.* Theoretical study of drift of small rigid floating objects in wave fields // *J. Waterway, Port, Coastal, Ocean Engineering.* - 2001. - V.127. No.6. - P.343-351.
- [95] *Skrunes, S., Brekke, C., and Eltoft, T.* Characterization of marine surface slicks by Radarsat-2 multipolarization features // *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing.* – 2014. - vol. 52, no. 9. - 5302–5319.
- [96] *Skrunes, S., Brekke, C., Eltoft, T. and Kudryavtsev, V.* Comparing near coincident C- and X-band SAR acquisitions of marine oil spills // *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing.* 2015. - vol. 53, no. 4. - 1958–1975.
- [97] *Surya Cheemalapati, Heather P. Forth.* Measurement of thickness of highly inhomogeneous crude oil slicks // *Applied optics.* – 2017. - Vol. 56, No. 11. doi.org/10.1364/AO.56.000E72
- [98] *Wadhams P., Holt B.* Waves in frazil and pancake ice and their detection in Seasat synthetic aperture radar imagery // *Journal of Geophysical Research: Oceans.* - 1991. - V. 96. No. C5. - P.8835–8852.
- [99] *Wadhams P., Gill A.E., Linden P.F.* Transects by submarine of the East Greenland Polar Front // *Deep Sea Res.* - 1979. - V. 26(A). - P.1311–1327.
- [100] *Wadhams P., Squire V.A., Goodman D.J., Cowan A.M., Moore S.C.* The attenuation rates of ocean waves in the marginal ice zone // *Journal of Geophysical Research: Oceans.* - 1988. - V.93. N.C6. - P. 6799–6818.
- [101] *Wang R., Shen H.H.* Gravity waves propagating into an ice-covered ocean: A viscoelastic model // *Journal of Geophysical Research: Oceans.* - 2010. - V.115. No. C6.
- [102] *Weber J.E.* Wave attenuation and wave drift in the marginal ice zone // *Journal of Physical Oceanography.* - 1987. - V.17. No.12. - P. 2351–2361.

- [103] *Weitz M., Keller J.B.* Reflection of water waves from floating ice in water of finite depth // *Commun. Pure. Appl. Maths.* - 1950. - V.3. - P. 305–318.
- [104] *Williams T.D., Bennets L.G., Squire V.A., Dumont D., Bertino L.* Wave–ice interactions in the marginal ice zone. Part 1: Theoretical foundations // *Ocean Modelling.* - 2013. - V.71. - P. 81–91.
- [105] *Windt, C., Davidson, J., Chandar, D. D., Faedo, N., & Ringwood, J. V.* Evaluation of the overset grid method for control studies of wave energy converters in OpenFOAM numerical wave tanks // *Journal of Ocean Engineering and Marine Energy.* – 2020. - 6(1). - 55-70.
- [106] *Yiew L.J., Bennetts L.G., Meylan M.H., French B.J., Thomas G.A.* Hydrodynamic responses of a thin floating disk to regular waves // *Ocean Modelling.* - 2016. - V. 97. - P. 52-64.
- [107] *Zhang, B. , Perrie, W., Li, X. and Pichel, W. G.* Mapping sea surface oil slicks using RADARSAT-2 quad-polarization SAR image // *Geophysical Research Letters.* – 2011. - vol. 38. - 10602.