Федеральное государственное бюджетное научное учреждение «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики Российской академии наук» (ИПФ РАН)

На правах рукописи

Мишин Алексей Викторович

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ МОД И ЭФФЕКТЫ НЕОДНОРОДНОСТИ ИНВЕРСИИ НАСЕЛЕННОСТЕЙ УРОВНЕЙ АКТИВНОЙ СРЕДЫ В ДИНАМИКЕ СВЕРХИЗЛУЧАЮЩИХ ЛАЗЕРОВ С НИЗКОДОБРОТНЫМИ РЕЗОНАТОРАМИ

1.3.4 – радиофизика

Диссертация на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук

> Научный руководитель: доктор физико-математических наук, член-корреспондент РАН Кочаровский Владимир Владиленович

Нижний Новгород – 2022

Оглавление

Введение
Глава 1. Базовая модель и спектры горячих мод сверхизлучающего лазера с
низкодобротным комбинированным резонатором13
1.1. Когерентные сверхизлучательные состояния активной среды при наличие
непрерывной некогерентной накачки. Обзор литературы13
1.2. Уравнения 2-уровневой модели 1-мерного сверхизлучающего лазера класса С, D16
1.3. Характеристическое уравнение. Поляритонные и электромагнитные горячие моды.22
1.4. Пространственные, временные и спектральные структуры инверсии населенностей
уровней активной среды. Обзор возможных явлений41
1.5. Выводы
Глава 2. Спонтанное нарушение зеркальной симметрии сверхизлучательных структур в
симметричном лазере класса D с почти однородным уширением спектральной линии
2.1. Асимметричные установившиеся состояния активной среды в различных
низкодобротных резонаторах44
2.2. Автомодуляция несимметричных профилей поля, поляризации и инверсии
населенностей уровней активной среды50
2.3. Бистабильность: переходы между двумя зеркально симметричными
состояниями
2.4. Влияние параметров лазера и накачки на профили и динамику состояний активной
среды64
2.5. Выводы
Глава 3. Параметрический когерентный механизм самосинхронизации мод в
комбинированном резонаторе лазера класса С71
3.1. Динамические спектры генерации и параметрический резонанс биений
нестационарных мод с биениями квазистационарных мод72
3.2. Особенности спектра и самосинхронизации мод в несимметричных резонаторах80
3.3. Конкуренция солитоноподобных импульсов частично синхронизованных мод в
симметричных резонаторах
3.4. Сравнительный анализ качества синхронизации мод и солитоноподобных импульсов
для лазеров с различными параметрами93
3.5. Выводы103
Глава 4. Явление двойного резонанса и спонтанное формирование двух кратных
гребенок в спектре сверхизлучающего лазера с самосинхронизацией мод105

4.3. Солитоноподобные и сверхизлучательные импульсы в условиях сосуществования спектрального (параметрическая связь) и временного (кратность следования) резонансов118

4.5. Выводы	
Заключение	140
Список работ автора по теме диссертационного исследования	142
Список литературы	145

Введение

Актуальность темы исследования

В настоящей диссертационной работе основное внимание уделяется необычным для лазерной режимам И механизмам генерации излучения, динамики связанным с взаимодействием мод в условиях существенно неоднородного распределения инверсии населённостей уровней активной среды и амплитуды и фазы полуволновой решётки этой инверсии населенностей, обусловленной взаимодействием встречных волн, амплитуды и фазы которых также являются неоднородными и согласованными с указанными распределениями. Ожидаемые исследованные режимы установившейся генерации, как стационарной, так и существенно нестационарной, имеющей развитый динамический спектр, являются многомодовыми с точки зрения мод лазерного резонатора, поскольку определяются взаимодействием (нелинейным усилением и брэгговским переотражением) поля встречных правило, нестационарным волн с неоднородным и, как распределением инверсии населённостей уровней активной среды и существуют благодаря наличию самосогласованных когерентных дипольных колебаний активных центров.

Именно данное новое обстоятельство, имеющее место в условиях большого времени жизни указанных дипольных колебаний по сравнению со временем жизни фотонов в низкодобротном резонаторе и поэтому неизбежно связанное с достаточно свободным выходом излучения из резонатора, а следовательно, с неоднородными структурами поля, поляризации и инверсии населённостей уровней активной среды, является ключевым в проблеме создания и генерации сверхизлучающих изучения уникальных режимов лазеров. Присутствие долговременной, непрерывной накачки делает эти режимы, включая обусловленные импульсным высвечиванием сверхизлучательных мод, качественно отличными от хорошо процессов высвечивания импульсов суперфлюоресценции, т.е. исследованных ранее коллективного спонтанного излучения Дике, из ансамблей активных центров, инвертированных коротким импульсом накачки (в том числе при наличии открытого резонатора). Среди решаемых фундаментальных задач определённый ряд имеет практическую направленность, например, в отношении разработки новых методов синхронизации лазерных мод и получения различных, в том числе кратных, гребёнок спектра непрерывной генерации.

В работе изучаются вполне определённые режимы указанной сверхизлучательной лазерной генерации, информацию о существовании, грубости, физической значимости и перспективности которых призваны дать полученные научные результаты. Сделанные выводы основаны на проведённом глубоком качественном анализе происходящих в рассматриваемой системе физических явлений и выявленных механизмах когерентного взаимодействия

электромагнитного поля с активными центрами. Последние распределены в пространстве вдоль резонатора (для определённости однородно) и по частоте рабочего перехода (для определённости согласно профилю Лоренца) и находятся под действием непрерывной накачки, обеспечивающей квазистационарное поддержание или постоянное возобновление тех или иных пространственно-временных и/или частотно-временных структур в активной среде. С учётом сложности разнообразных процессов, происходящих в подобной системе, поставленные в работе задачи и сформулированные результаты касаются только тех структур, которые в настоящее время представляются надёжно установленными физически и могут быть с уверенностью исследованы имеющимися численными и аналитическими методами. Эти методы были апробированы на основе многочисленных расчетов с использованием ряда программ, написанных в различных компьютерных средах для физически близких моделей ансамблей активных центров.

Степень разработанности темы исследования

Современное состояние исследований в области динамики рассматриваемых, так называемых сверхизлучающих лазеров представлено в недавнем обзоре [115], подготовленном (с соавторами) научным руководителем диссертанта А.В. Мишина. Если само явление сверхизлучения было предсказано более полувека тому назад (коллективное спонтанное излучение Дике [95]) и реализовано в виде импульсов суперфлюоресценции при импульсной накачке открытых ансамблей атомов и молекул в 70-е годы прошлого века (см., например, [24– 26], а о современных экспериментах – [2, 5, 7, 11, 17, 40, 62, 96, 178]), то сверхизлучательная лазерная генерация при непрерывной накачке продемонстрирована только недавно и пока лишь в простейшем стационарном одномодовом режиме [97-100], а экспериментальное изучение сверхизлучательных фазовых переходов в резонаторах только начинается (см., например, [101, 102, 138]). Следует отметить, что уже около 30 лет известна возможность использования низкодобротных резонаторов (почти не препятствующих выходу излучения, но делающих важным взаимодействие встречных волн) для ослабления требований к реализации импульсов суперфлюоресценции И значительного обогашения ИХ спектрально-временных И корреляционных свойств (см., например, [29, 33, 45, 103-106, 110-112, 127]). При этом согласованная пространственно неоднородная динамика инверсии населённостей уровней первоначально возбуждённых активных центров в процессе формирования встречных импульсов коллективного спонтанного излучения хорошо изучена и по существу предопределена известным законом сохранения длины вектора Блоха.

Вместе с тем нестационарные режимы генерации сверхизлучающих лазеров и возможные пространственно неоднородные структуры самосогласованных состояний

электромагнитного поля и активной среды в низкодобротных резонаторах при непрерывной накачке только ожидают своего теоретического изучения, а экспериментально ещё так и не реализованы. Дело в том, что поляризация активной среды в данной задаче, в отличие от обычных лазеров, не может быть адиабатически исключена из уравнений Максвелла-Блоха вследствие её слабой релаксации и является независимой динамической степенью свободы, а следовательно, качественно меняет динамику лазера, преобразуя присущие ему моды резонатора в так называемые горячие моды и приводя к новым многомодовым режимам генерации, в которых под действием постоянной накачки возникает сложно устроенная, долговременная когерентность поля и поляризации. Практическая реализация подобных режимов сверхизлучательной генерации требует использования специальных схем накачки и активных сред, обладающих большой пространственной и спектральной плотностью активных центров с малым временем некогерентной релаксации колебаний их оптических дипольных моментов, что в настоящее время становится реальным (см., например, статьи [59, 115, 178] и приведённую там литературу) благодаря успехам современных технологий, особенно в области полупроводниковых многослойных гетероструктур, например, квантово-каскадных или с субмонослойными квантовыми точками или яма-точками.

Рассматриваемые в работе режимы генерации сверхизлучающих лазеров с низкодобротными резонаторами упоминались в общих чертах в недавних работах научного руководителя диссертанта А. В. Мишина, в том числе совместных (см. список работ диссертанта), однако детально не изучались ни аналитически, ни численно. Такой анализ представляется чрезвычайно важным как для предстоящих попыток экспериментальной реализации новых режимов сверхизлучательной генерации, так и для решения ряда проблем фундаментальной физики многочастичных систем с радиационным взаимодействием и осуществления приложений ожидаемых уникальных режимов лазерной динамики в информационной оптике и широкополосной спектроскопии различных сред.

Цели диссертационного исследования

Диссертация нацелена на качественный теоретический анализ и на детальное исследование и выявление закономерностей результатов численного моделирования новых режимов генерации сверхизлучающих лазеров и новых когерентных состояний ансамблей активных центров в них, которые возникают благодаря взаимодействию мод в условиях согласованного неоднородного распределения инверсии населённостей уровней активной среды и полуволновой решётки этой инверсии населённостей. Немаловажной целью является также исследование возможностей реализации и управления уникальными коллективными состояниями активных центров и внутрирезонаторного поля, а следовательно, спектрально-

динамическими свойствами выходящего излучения для различных активных сред, прежде всего полупроводниковых гетероструктур. Именно на основе использования последних в дальнейшем ожидается реализация рассматриваемых режимов сверхизлучательной генерации, установление конкретных физических механизмов их функционирования и выяснение степень их зависимости от характеристик используемого резонатора и уровня накачки, а также от тех или иных параметров гетероструктур, прежде всего, от скоростей некогерентных релаксационных процессов и неоднородного уширения резонансных рабочих частот активных центров.

Задачи диссертационного исследования

В задачи диссертационного исследования входит выявление и анализ новых когерентных состояний ансамблей активных центров в низкодобротных резонаторах и связанных с этими состояниями оригинальных режимов генерации:

1. квазистационарных в форме независимых сильно неоднородных горячих мод с согласованной динамикой поля и поляризации активной среды при фиксированных спектральном и пространственном распределениях инверсии населённостей её рабочих уровней;

2. асимметричных – стационарного, автомодуляционного, бистабильного –, обусловленных спонтанным нарушением зеркальной симметрии генерации в симметричном резонаторе как Фабри-Перо, так и комбинированном с распределённой обратной связью встречных волн;

3. двухпериодных с совместным существованием (благодаря параметрической и нелинейной взаимосвязи) квазипериодической импульсной динамики сверхизлучательных мод и квазистационарной динамики синхронизованных между собой квазиэквидистантных мод, обеспечивающих формирование солитоноподобного импульса когерентных поля и поляризации активной среды и его периодическую циркуляцию в резонаторе;

4. высококогерентных состояний поля и активной среды и соответствующих режимов генерации в условиях двойного резонанса – параметрического (основного) с двукратным превышением разности частот определённых компонент двух сверхизлучательных мод над межмодовым интервалом квазиэквидистантных мод и временного (вынужденного) с целочисленным отношение периодов последовательностей сверхизлучательных и солитоноподобных импульсов лазерного поля.

Научная новизна работы

1. Путем решения характеристического и дисперсионного уравнений найдены спектральные свойства и пространственная структура горячих мод в лазерах класса С и D с низкодобротными комбинированными резонаторами Фабри-Перо при наличии распределённой обратной связи встречных волн и проведено сопоставление этих свойств с рассчитанными численно спектрами сверхизлучающих лазеров в различных режимах генерации.

2. На основе численного моделирования динамики сверхизлучающего лазера изучены особенности и дано качественное объяснение спонтанного нарушения зеркальной симметрии генерации встречных волн в симметричном резонаторе Фабри-Перо (в том числе при наличии распределённой обратной связи волн); указана возможная область параметров лазера и непрерывной накачки, необходимых для подобной асимметричной генерации, в том числе в условиях её автомодуляции, и выявлены пространственная неоднородность и основные свойства создаваемой встречными волнами решётки инверсии населённостей уровней активной среды с однородным уширением спектральной линии рабочего перехода.

3. Установлены происхождение и свойства бистабильности указанной асимметричной генерации в определённой области параметров лазера и накачки, при которых после каждого длительного периода такой генерации, возможно с автомодуляцией, происходит самопроизвольный переход к зеркально симметричной структуре внутрирезонаторного поля и поляризации активной среды с соответствующим зеркальным изменением неоднородных профилей инверсии населённостей уровней и динамической решётки этой населённости.

4. Найдены режимы генерации сосуществующими квазипериодическими с последовательностями когерентных импульсов (цугов сверхизлучения, импульсов) создаваемых одной или несколькими нестационарными сверхизлучательными модами, и обходящих резонатор импульсов, создаваемых самосинхронизованными квазистационарными почти эквидистантными модами, в условиях большого неоднородного уширения спектральной линии активной среды, находящейся под действием непрерывной накачки; развиты методы управления пространственно-временными характеристиками, динамическим спектром и когерентными свойствами указанных импульсных последовательностей за счёт изменения лазерных параметров, в том числе с переходом к условиям кратности периодов следования сверхизлучательных и солитоноподобных импульсов двух указанных последовательностей.

5. Разработан когерентный параметрический механизм возбуждения сфазированных колебаний пар синхронизованных квазистационарных мод за счёт нелинейных биений определённых компонент двух сверхизлучательных мод на частоте, вдвое превышающей межмодовый интервал этих синхронизованных квазиэквидистантных мод, а также выявлена параметрическая и нелинейная связь между различными модами на основе анализа

особенностей пространственно-временной структуры, спектрально-динамических и корреляционных свойств поля, поляризации и инверсии населённостей уровней активной среды в указанных режимах генерации в отсутствие какого-либо дополнительного насыщающегося поглотителя или какой-либо внешней модуляции элементов лазера; определены возможности повышения стабильности подобной самосинхронизации мод и устойчивости формируемых ими солитоноподобных структур в условиях двойного резонанса, когда исходный (основной) параметрический резонанс дополняется временным резонансом, отвечающим кратности периодов следования сверхизлучательных и солитоноподобных импульсов.

Теоретическая значимость работы

Теоретическую значимость настоящих исследований определяет фундаментальный характер впервые детально проанализированных свойств самосогласованных когерентных состояний электромагнитного поля, поляризации и инверсии населённостей ансамбля активных центров в низкодобротном резонаторе в присутствии постоянной некогерентной накачки.

Практическая значимость работы

Практическая значимость работы связана с нахождением необычных физических механизмов и оригинальных режимов лазерной генерации, которые не характерны для сложившейся физики лазеров и позволяют рассчитывать на разработку новых методов создания когерентного импульсного излучения с уникальными спектрально-временными свойствами в простейших условиях помещения в однородный низкодобротный резонатор однородной активной среды под действием однородной некогерентного непрерывной накакчки, включая разработку новых механизмов самосинхронизации лазерных мод и получение когерентного излучения, содержащего компоненты с двумя кратными спектральными гребёнками.

Методология и методы исследования

Основными методами исследования в данной работе являются качественный и количественный анализ результатов численного моделирования динамики 2-уровневой модели 1-мерного сверхизлучающего лазера, полученных на основе полуклассических нелинейных уравнений Максвелла – Блоха с соответствующими начальными и граничными условиями, и аналитическое и численное решение характеристических уравнений, полученных линеаризацией указанных исходных уравнений и описывающих горячие моды лазера.

Положения, выносимые на защиту

Выявленные широкие возможности управления спектральной неэквидистантностью, инкрементами/декрементами и неоднородностью структуры горячих мод сверхизлучающих лазеров, включающих активную среду в низкодобротном комбинированном резонаторе Фабри-Перо с распределённой обратной связью встречных волн, позволяют реализовать уникальные когерентные состояния ансамбля активных центров и их собственного поля излучения с разнообразной неоднородной структурой в координатном и частотном пространстве и согласованной нелинейной динамикой мод при наличии непрерывной некогерентной накачки.

В однородном сверхизлучающем лазере класса D с почти однородным уширением низкодобротным спектральной линии И симметричным резонатором существуют самосогласованные асимметричные состояния поля, поляризации и инверсии населённостей которые уровней активной среды, характеризуются значительно различающимися интенсивностями излучения, выходящего из противоположных торцов лазера, и могут обладать устойчивой автомодуляцией, а также быть бистабильными, т.е. демонстрировать спонтанные переходы между двумя асимметричными состояниями, зеркально симметричными друг другу.

В лазере класса С с неоднородным уширением спектральной линии и низкодобротным комбинированным резонатором Фабри-Перо с распределённой обратной связью встречных волн возможна самосинхронизация части квазимонохроматических мод на крыльях спектра генерации в условиях параметрического резонанса их биений с биениями двух существенно нестационарных (сверхизлучательных) мод на краях запрещённой фотонной зоны в центре спектра генерации, причём под действием такого параметрического когерентного механизма происходит формирование солитоноподобного импульса, периодически обходящего резонатор, в отсутствие внешних воздействий или дополнительных нелинейных элементов в лазере.

В спектре многомодового сверхизлучающего лазера класса С, имеющего симметричный низкодобротный комбинированный резонатор Фабри-Перо с распределённой обратной связью встречных волн, при определённых условиях спонтанно формируются две кратные гребёнки, одна из которых образована частично самосинхронизованными квазимонохроматическими модами, создающими циркулирующий по резонатору солитоноподобный импульс, а другая – двумя сверхизлучательными модами, обуславливающими генерацию периодической последовательности когерентных импульсов (цугов импульсов), интервал между которыми в целое число раз превышает период обхода резонатора светом.

Степень достоверности полученных результатов

Достоверность результатов проведенных в работе исследований обеспечивается адекватным выбором использованных физических моделей рассматриваемых явлений, проверенной корректностью описывающих их уравнений и численных методов решения

последних, согласованностью найденных решений с известными в ряде частных случаев и непротиворечивой физической интерпретацией всей совокупности выясненных свойств изученных ансамблей радиационно взаимодействующих активных центров.

Апробация результатов работы

Изложенные в диссертации результаты были представлены на следующих конференциях:

— XXIII – XXV Международных симпозиумах «Нанофизика и наноэлектроника» (г. Нижний Новгород, 2019 – 2022 гг.);

— Международных конференциях по лазерам, электрооптике и квантовой электронике CLEO/Europe-EQEC 2019, CLEO/Europe-EQEC 2021 (Conference on Lasers and Electro-Optics Europe & European Quantum Electronics Conference) (г. Мюнхен, Германия, 23 – 27 июня 2019 г.; виртуальная конференция, 21 – 25 июня 2021 г.);

— 29-й Международной Крымской конференция "Microwave & Telecommunication Technology" (CriMiCo'2019) (г. Севастополь, 8 – 14 сентября 2019 г.);

Международных симпозиумах по когерентному оптическому излучению полупроводниковых соединений и структур (КОИПСС) (г. Москва, ФИАН, НИЯУ МИФИ, 2019 и 2021 гг.);

— XIX Научной школе «Нелинейные волны – 2020» (г. Нижний Новгород, 29 февраля – 6 марта 2020 г.);

— 23-й Международной виртуальной конференции по фотонике Photonics North 2021 (31 мая – 2 июня 2021 г.);

— 30th Annual International Laser Physics Workshop "Laser Physics 2022" (18 – 28 июля 2022 г., онлайн).

Личный вклад автора в получение результатов

Автор внес весомый вклад в получение основных результатов диссертационной работы на различных ее этапах, включая обзор возможных параметров реальных активных сред и выбор надлежащих параметров сверхизлучающего лазера для численного моделирования при помощи описывающих его нелинейных интегро-дифференциальных уравнений, расчёт и анализ горячих мод лля различных параметров лазерной модели, статистический анализ характеристик сверхизлучательных и солитоноподобных импульсов и свойств их последовательностей для различных временных интервалов и режимов лазерной генерации, сравнительный анализ динамических спектров и пространственно-временных структур внутрирезонаторных самосогласованных состояний поля, поляризации и инверсии населённостей уровней активной среды, а также физическую интерпретацию выявленных динамических закономерностей и пространственно-спектральных структур в сверхизлучающем лазере с непрерывной накачкой.

Публикации

Оригинальные результаты по теме диссертационного исследования представлены в 22 публикациях, из которых 8 – в рецензируемых научных изданиях [A1–A8], в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, 14 – тезисы по результатам научных конференций [A9–A22].

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка работ автора по теме диссертации, содержащего 22 наименования, и списка литературы, содержащего 193 источника. Общий объем диссертации составляет 160 страниц, включая 60 рисунков и 4 таблицы.

Глава 1. Базовая модель и спектры горячих мод сверхизлучающего лазера с низкодобротным комбинированным резонатором

Данная глава посвящена основным уравнениям исследуемой модели сверхизлучающего лазера – нелинейным и линеаризованным, их общей характеристике и краткому описанию как ожидаемых, так и некоторых, связанных с ними известных физических явлений, моделирование которых возможно с использованием представленных уравнений и на ряде примеров будет проведено в следующих главах. Особое внимание уделяется отличиям предложенного описания от принятого в физике обычных лазеров класса В, а также возможности генерации так называемых поляритонных мод, отсутствующих в этих лазерах. Ранее поляритонные моды в основном исследовались для поглощающей среды с отрицательной инверсией населённостей уровней, тогда как для данной работы существенны поляритонные моды в инвертированной, активной среде (например гетеролазеров, в которых поляритон формируется экситоном и фотоном), где дисперсия оказывается качественно иной и наряду с инкрементами мод в существенной мере зависит от соотношения величины кооперативной частоты в среде с положительной инверсией населённостей и ширины запрещённой фотонной зоны частот резонатора Фабри-Перо с распределённой обратной связью встречных волн (ФП-РОС). В ходе проведённой работы начато детальное изучение поляритонных мод в сверхизлучающих лазерах с подобными комбинированными резонаторами, в том числе неустойчивых поляритонных мод внутри запрещённой фотонной зоны исходного резонатора, что необходимо для надлежащей интерпретации спектра генерации многомодовых сверхизлучающих лазеров.

1.1. Когерентные сверхизлучательные состояния активной среды при наличие непрерывной некогерентной накачки. Обзор литературы

В рассматриваемых лазерах классов С и D, по определению, время некогерентной релаксации оптических дипольных колебаний активных центров T_2 порядка и много больше времени жизни фотона в резонаторе соответственно. Поэтому, в отличие от обычных лазеров классов A и B, поляризация активной среды P, т.е. плотность оптических дипольных моментов активных центров, не может быть адиабатически исключена из динамических уравнений (см. раздел 1.2) и является независимой степенью свободы системы, т.е. не выражается алгебраически через электрическое поле E и обуславливает необходимость исследований за рамками традиционной физики лазеров. Как следствие, значительно расширяется многообразие

возможных пространственно неоднородных и сложно эволюционирующих состояний активной среды в низкодобротном резонаторе, в структуре которых важную роль играют самосогласованные плавно неоднородная инверсия населённостей и периодическая (полуволновая) решётка инверсии населённостей двух рабочих энергетических уровней активных центров. Получающиеся состояния ансамбля активных центров, взаимодействующих с создаваемым ими электромагнитным полем, представляют собой новые (или мало исследованные) фазовые состояния активной среды и являются в высокой степени когерентными несмотря на то, что поддерживаются некогерентной непрерывной накачкой.

Более того, условия их существования, прежде всего, условие превышения порога лазерной генерации (см. раздел 1.3), так или иначе обеспечивают наличие сверхизлучательных свойств ансамбля активных центров, характерных для коллективного спонтанного излучения Дике при большой пространственной и спектральной плотностях последних. Поэтому лазеры классов С и D принято называть сверхизлучающими, даже если в их излучении отсутствуют короткие импульсы сверхизлучательного типа (см., например, [109, 115]). Простейший режим работы демонстрируют одномодовые лазеры, дающие квазимонохроматическое излучение и реализованные на разреженных пучках водорода и аммиака (водородные и аммиачные мазеры [107, 108]) и парах некоторых атомов [97–100], которыми, к сожалению, пока ограничиваются экспериментальные достижения лазерной генерации для ансамбля активных центров с непрерывной накачкой. Тем не менее имеется весьма широкий список активных сред, для которых экспериментально получено сверхизлучение (точнее, суперфлюоресценция) при импульсной накачке; см., например, [1–53] и таблицу 1. Вряд ли можно сомневаться в том, что в недалёком будущем для ряда подобных сред удастся обеспечить достаточно эффективную непрерывную накачку при сохранении условий сверхизлучения, а следовательно, реализовать режимы сверхизлучательной генерации с разнообразными пространственно-временными и частотно-временными структурами поля, поляризации и инверсии населённостей активной среды в низкодобротных резонаторах.

Toguruo	1	Uaronania			aurophula	naarrar	011001670	TUTOTON
гаолица	1 -	пекоторые	эксперименть	I HO	супералюо	респенции	ансамолеи	диполеи.
		· · · · · ·	· · · · ·	-	- J - F T	F		F 1

	Skribanowitz N. 1973, Gross M. 1976, Gibbs		
1 азы (III ⁵ , CS, II, Na, Ca, Da и др.)	H.M. 1977, Heinzen D.J. 1985, Kim G.U. 1988		
Молекулярные центры и активные центры на			
красителях в твердотельных матрицах или	Florian R.1984, Malcuit M.S. 1987, Зиновьев		
волокнах, например,	П.В. 1983, Варнавский О.П. 1984		
$KCl: O_2^-, Y_3Al_5O_{12}: Nd, Diphenil: pyrene$			
Молекулярные J- и H-агрегаты и полимерные	Wiersma D.A. 1990, Meinardi F. 2003,		
тонкие пленки	Lim SY. 2004, Arias D.H. 2013		
Холодные атомарные газы редкоземельных	Slama S. 2007, Meiser D. 2010,		
щелочных металлов	Bohnet J.G. 2012		
Квантовые точки (например, CdSe/ZnSe) и нанокристаллы (например, CuCl в матрице NaCl)	Scheibner M. 2007, Miyajima K. 2009 - 2013, Tighineanu 2015		
Вырожденный электрон-дырочный газ в полупроводниках (гетероструктурах)	Belyanin A.A. 2015; Laurent T. 2015		
Замагниченные квантовые ямы (циклотронные квантовые точки)	Kocharovsky V.V. 2006, Jho J. 2010		
Гетероструктуры для квантовых каскадных лазеров	Belyanin A.A. 2014, Boiko D.L. 2015		
Экситоны в двумерных и объёмных ловушках	Dai D.C. 2011, Ding C.R. 2012		
Гетероструктуры с субмонослойными	Germann T. 2008, Ting D.ZY. 2009,		
квантовыми точками (перспективны)	Qiao P. 2003		

Конечно, выполнить необходимые условия для лазера класса С проще, чем для лазера класса D, и в этом отношении можно отметить, например, следующие работы по лазерным системам с некогерентной накачкой, позволяющие надеяться на скорое создание рассматриваемых в настоящей работе сверхизлучающих лазеров:

(а) гетероструктуры с импульсной оптической накачкой, использующие бозе-эйнштейновский конденсат диполярных экситонов в латеральных ловушках с двойной квантовой ямой [18, 20, 54–57] или ансамбли экситонов в многослойной системе квантовых ям в гетеролазере с

вертикальным резонатором (VCSEL); для экситонов в подобных системах характерно почти однородные уширение спектральной линии (см., например, [7, 8]);

(б) квантовые каскадные лазеры с широкой спектральной линией при непрерывной накачке выше второго порога, в импульсном излучении которых, по-видимому, обнаруживаются черты сверхизлучения [58–61];

(в) латерально излучающие гетеролазеры на квантовых ямах с насыщающимся поглотителем, излучающие сверхкороткие импульсы благодаря синхронизации мод при непрерывной накачке [9, 62–69];

(г) ряд других экстремальных газовых (атомных и молекулярных) лазеров и полупроводниковых гетеролазеров (ср., например, [5, 7, 70–81]).

К рассматриваемым ниже задачам некоторое, хотя и отдалённое отношение имеют также экспериментальные и теоретические работы по неравновесным фазовым переходам в ансамблях атомов, находящихся в достаточно высокодобротном резонаторе и облучаемых когерентным (резонансным) внешним полем (ср., например, [82-94]). Ниже эти работы не рассматриваются, поскольку исследуемые в них структуры населённостей энергетических уровней и оптических дипольных моментов активных центров характеризуются отсутствием инверсии населённостей и навязаны внешним оптическим полем, тогда как нас интересуют структуры, связанные с самосогласованным полем, когерентные свойства которого определяются самим ансамблем активных центров, помещённых в низкодобротный резонатор Фабри-Перо (ФП) с распределённой обратной связью (РОС) встречных волн. . О других аналогах сверхизлучательных фазовых переходов Дике и других схемах реализации сверхизлучающих ансамблей активных центров также [138–144] и [175–180] CM. соответственно.

1.2. Уравнения 2-уровневой модели 1-мерного сверхизлучающего лазера класса С, D

С формальной точки зрения изучаемые в настоящей работе задачи являются непосредственным расширением задач традиционной физики лазеров на случай активной среды, в которой принципиальную роль играет собственная динамика поляризации. Исследуемые явления в полной мере проявляются уже в рамках простейшей 2-уровневой модели 1-мерного лазера (см., например, [109, 115]).

Рассматриваемые лазеры в пределе однородного уширения спектральной линии рабочего перехода описываются известной нелинейной системой одномерных уравнений Максвелла — Блоха для электромагнитного поля *E*, поляризации *P* и разности инверсии

населенностей уровней активных центров *N* [113 – 115, 127, 173, 174], зависящих от времени t и координаты z вдоль активного образца:

$$-c^{2} \frac{\partial^{2} E}{\partial z^{2}} + 4\pi \sigma \frac{\partial E}{\partial t} + \overline{\varepsilon} \frac{\partial^{2} E}{\partial t^{2}} = -4\pi \frac{\partial^{2} P}{\partial t^{2}},$$

$$\frac{\partial^{2} P}{\partial t^{2}} + \frac{2}{T_{2}} \frac{\partial P}{\partial t} + \left(\omega_{0}^{2} + \frac{1}{T_{2}^{2}}\right)P = -\frac{2\omega_{0}d^{2}N_{0}}{\hbar}E,$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} = \frac{2}{\hbar\omega_{0}}E\frac{\partial P}{\partial t} - \frac{N - N_{P}}{T_{1}}.$$
(1)

Здесь σ – омическая проводимость, $\overline{\varepsilon}$ – действительная диэлектрическая проницаемость матрицы активной среды, T_2 – время некогерентной релаксации поляризации, ω_0 – частота брэгговского резонанса, d – дипольный момент активного центра, T_1 – время некогерентной релаксации инверсии населённостей.

Электромагнитное поле *E* и поляризация активной среды *P* в общем случае неоднородного уширения спектральной линии представляются в виде суперпозиции встречных волн [115]:

$$E = \operatorname{Re}\left[\left(A_{+}(z,t)e^{ik_{0}z} + A_{-}(z,t)e^{-ik_{0}z}\right)e^{-i\omega_{0}t}\right] / \sqrt{\overline{\epsilon}},$$

$$P = \sqrt{\overline{\epsilon}}\operatorname{Re}\left[\left(P_{+}(z,t,\Delta)e^{ik_{0}z} + P_{-}(z,t,\Delta)e^{-ik_{0}z}\right)e^{-i\omega_{0}t}\right]f(\Delta),$$
(2)

в предположении медленного изменения их амплитуд на фоне выделенных осцилляций во времени и пространстве с частотой ω_0 и соответствующим волновым числом $k_0 = \omega_0 c^{-1} \sqrt{\overline{\varepsilon}}$. Здесь A_{\pm} , P_{\pm} – комплексные амплитуды поля и спектральной компоненты поляризации, $\Delta = (\omega - \omega_{21})/\omega_c$ – отстройка частоты перехода активного центра ω от частоты брэгговского резонанса ω_0 комбинированного резонатора, нормированная на кооперативную частоту ω_c . С полем и поляризацией связана плотность инверсии населенностей уровней активной среды

$$N = N_0 \left(n(z, t, \Delta) + \operatorname{Im}[n_z(z, t, \Delta) e^{2ik_0 z}] \right) f(\Delta) , \qquad (3)$$

состоящая из двух компонент: *n* – плавно меняющейся (крупномасштабной) неоднородной и n_z – промодулированной в пространстве с периодом, равным половине длины волны $\lambda/2$. Решетка инверсии населённостей n_z обязана своим появлением биениям встречных волн и влияет на брэгговскую селекцию «горячих» мод, обусловленную модуляцией лазерного волновода или эквивалентной ей пространственной модуляцией диэлектрической $\overline{\mathcal{E}}$ с эффективной амплитудой $\overline{\beta}$. проницаемости матрицы активного образца

$$\varepsilon = \overline{\varepsilon} \operatorname{Re} \left[1 + 4\overline{\beta} e^{2ik_0 z} \right].$$

Важными параметрами являются так называемая кооперативная частота двухуровневой среды $\omega_c = \sqrt{2\pi d^2 N_0 \omega_0 / \overline{\epsilon} \hbar}$, активные центры которой имеют концентрацию N_0 и дипольный момент оптических колебаний поляризации d на частотах вблизи ω_0 , и соответствующая ей кооперативная длина $B_c = c / (\omega_c \sqrt{\overline{\epsilon}}) = \lambda / (2\pi \sqrt{I})$, где λ – длина волны излучения в среде.

В работе используются следующие безразмерные параметры: $I = \omega_c^2/\omega_0^2 <<1$, $\beta = \bar{\beta}/\sqrt{I}$ – амплитуда брэгговской модуляции диэлектрической проницаемости среды (отношение полуширины «запрещенной» фотонной зоны к кооперативной частоте), играющая роль коэффициента связи встречных волн [113 – 115]; пространственная координата, нормированная на кооперативную длину B_c , и время, нормированное на кооперативную частоту ω_c : $\zeta = z\omega_c\sqrt{\varepsilon}/c$, $\tau = \omega_c t$; нормированная длина резонатора $L = B/B_c$; безразмерные скорости релаксации инверсии населённостей и поляризации $\Gamma_{1,2} = (T_{1,2}\omega_c)^{-1}$; безразмерные амплитуды поляризации и поля встречных волн $p_{\pm} = P_{\pm}/dN_0 f(\Delta)$, $a_{\pm} = A_{\pm} \bar{\varepsilon} \sqrt{I}/2\pi dN_0$; $n_p = N_p/N_0$ – инверсия населённостей, создаваемая непрерывной накачкой, $\Phi = (\omega_0 - \omega_{21})/\omega_c$ – параметр расстройки, т.е. нормированная на кооперативную частоту отстройка частоты брэгговского резонанса ω_0 от центральной частоты спектральной линии перехода ω_{21} между рабочими уровнями активной среды. Нормированные амплитуды полей встречных волн a_{\pm} фактически даются в единицах так называемой частоты Раби $\omega_R = dE/\hbar$, отнесённой к кооперативной частоте ω_c .

В отсутствие неоднородного уширения, когда поляризация встречных волн $p_{\pm} = P_{\pm}/dN_0$ и инверсия населённостей, по существу, не зависят от частотной переменной внутри спектральной линии, динамика поляритонных мод подчиняется упрощённой системе уравнений [A3, A11, A12]:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial \tau} \pm \frac{\partial}{\partial \zeta} \end{pmatrix} a_{\pm} = i\beta^{1,*}a_{\mp} + ip_{\pm},$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial \tau} + \Gamma_2 - i\Phi \end{pmatrix} p_{\pm} = -\left(ina_{\pm} \pm \frac{n_z^{1,*}}{2}a_{\mp}\right),$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial \tau} + \Gamma_1 \end{pmatrix} (n - n_p) = -\operatorname{Im}\left(a_{+}p_{+}^* + a_{-}p_{-}^*\right),$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial \tau} + \Gamma_1 \end{pmatrix} n_z = \left(a_{-}^*p_{+} - a_{+}p_{-}^*\right).$$

$$(4)$$

При наличии неоднородного уширения спектральной линии, описываемого, например,

функцией Лоренца $f(\Delta) = \Delta_0 / \pi((\Delta)^2 + \Delta_0^2)$ с характерной шириной Δ_0 (где $\Delta = (\omega - \omega_{21}) / \omega_c$ – отстройка частоты относительно центра спектральной линии, нормированная на кооперативную частоту), с использованием указанных безразмерных величин система уравнений Максвелла-Блоха записывается в следующем виде, содержащем поляризацию активной среды как интеграл по парциальным частотам активных центров внутри спектральной линии [A1]:

$$\left(\frac{\partial}{\partial\tau}\pm\frac{\partial}{\partial\zeta}\right)a_{\pm}=i\beta^{1,*}a_{\mp}+i\int p_{\pm}(\Delta)f_{L}(\Delta)d\Delta,$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial\tau}+\Gamma_{2}+i(\Delta-\Phi)\right)p_{\pm}(\Delta)=-\left(in(\Delta)a_{\pm}\pm\frac{n_{z}^{1,*}(\Delta)}{2}a_{\mp}\right),$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial\tau}+\Gamma_{1}\right)\left(n(\Delta)-n_{p}(\Delta)\right)=-\mathrm{Im}\left(a_{+}p_{+}^{*}(\Delta)+a_{-}p_{-}^{*}(\Delta)\right),$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial\tau}+\Gamma_{1z}\right)n_{z}(\Delta)=\left(a_{-}^{*}p_{+}(\Delta)-a_{+}p_{-}^{*}(\Delta)\right).$$
(5)

В начальный момент времени лазерная генерация стартует с малых (для определённости ~10⁻³) шумов в поле и поляризации при уровне инверсии населённостей, заданном накачкой:

$$n = n_p, n_z = 0, p_{\pm} = 10^{-3}, a_{\pm} = 10^{-3}.$$
 (6)

На торцах активной среды при $\zeta = -L/2$ и $\zeta = L/2$ ставятся следующие граничные условия:

$$a_{+}(\tau, -L/2) = R_{1}a_{-}(\tau, -L/2),$$

$$a_{-}(\tau, L/2) = R_{2}a_{+}(\tau, L/2),$$
(7)

где $R_{1,2}$ – в общем случае комплексные коэффициенты отражения поля (по амплитуде), соответственно, от левого и правого зеркал резонатора Фабри-Перо. Эти условия и входящий в первое уравнение системы (5) коэффициент РОС (связи встречных волн) β определяют время жизни фотонов T_E в холодном резонаторе, т.е. его добротность для различных холодных мод, причём важно соотношение коэффициентов отражения зеркал $R_{1,2}$ и коэффициента отражения волн брэгговской структурой th(b), определяемого параметром РОС $b = \beta L$.

В зависимости от величины неоднородного уширения в активной среде лазера класса С или D (с достаточно высокими значениями кооперативной частоты $\omega_c \ge T_2^{-1}$) могут генерироваться либо электромагнитные, либо поляритонные моды [A1, A7, 115, 127, 145, 146], причём с превышением определённого (первого) порога генерации сначала имеет место возбуждение одной моды, которая связана с одной из наиболее добротных электромагнитных мод комбинированного резонатора ФП-РОС и частота которой достаточно близка к центру спектральной линии активной среды. Сказанное, конечно, верно и для лазеров класса B (с малыми кооперативными частотами) при любой величине неоднородного уширения

спектральной линии. В следующем разделе будут рассмотрены типичные спектральные свойства «горячих» мод лазера, которые находятся из уравнений 2-уровневой модели в линейном приближении, а именно, для бесконечно малых амплитуд поля и поляризации при заданной накачкой однородной инверсии населённостей активной среды.

Если эта инверсия населённостей равна нулю, то моды называются «холодными», поскольку они не зависят от колебаний поляризации активной среды, являются чисто электромагнитными и определяются исключительно свойствами резонатора, включая матрицу активной среды, но не её активные центры. Характерные спектры холодных мод [A11] хорошо известны и представлены на рисунке 1.2.1, причём их заметное отличие в случаях комбинированного резонатора ФП-РОС и традиционного резонатора Фабри-Перо имеет место только в области частот около запрещенной фотонной зоны и обусловлено брэгтовским резонансом. В интересующем нас случае низкодобротного комбинированного резонатора ФП-РОС, скажем, с $R_{1,2} < 0.5$ и b < 2, указанная запрещённая зона выражена не сильно и добротности холодных мод вблизи и вдали от неё, т.е. соответствующие времена жизни их фотонов T_E , отличаются не более чем в несколько раз, тогда как для высокодобротного резонатора отличие может достигать десятков раз или даже нескольких порядков величины (например, данный фактор близок к 100 на рисунке 1.2.16, где b = 5).



Рисунок 1.2.1 – Время жизни фотонов, $T_E v_c$, (треугольники) и их частоты, $\Omega = (\omega - \omega_0) / \omega_c$, (кружки) в зависимости от сдвигов волновых чисел, $\kappa = (k - k_0)c / \omega_c \sqrt{\varepsilon}$: а) холодные моды симметричного резонатора ФП с параметрами $R_1 = R_2 = 0.45$, L = 3; б) холодные моды комбинированного резонатора ФП-РОС с параметрами $R_1 = R_2 = 0.2$, L = 20, $b = \beta L = 5$.

На рисунках 1.2.2 и 1.2.3 показаны типичные холодные моды в предельном случае чисто брэгговского резонатора с нулевыми коэффициентами отражения зеркал $R_1 = R_2 = 0$, когда амплитуда каждой из встречных волн строго равна нулю на одном из торцов. (В общем случае комбинированного резонатора ФП-РОС и в пределе чистого резонатора ФП для каждой из встречных волн отношение амплитуд на противоположных торцах равно коэффициенту отражения зеркал R и для интересующих нас низкодобротных резонаторов существенно меньше единицы.)



Рисунок 1.2.2 – Моды m = ±1,...,±5 однородного брэгговского резонатора длины L = 10 для четырех значений параметра POC b = βL, равных 1/√3 (сплошная жирная линия), 1 (пунктирная линия), √3 (сплошная тонкая линия), 3 (штрих-пунктирная линия): а) комплексные безразмерные отстройки (к) волновых чисел мод от брэгговского волнового

числа, нормированного на длину резонатора L; б) и в) нормированные пространственные профили одной из двух встречных составляющих ($|a_+|$) 1-ой и 4-ой мод соответственно.



Рисунок 1.2.3 – Полный нормированный пространственный профиль холодной моды с индексом *m*=1 в чисто брэгговском резонаторе с параметрами L=7, b=1.



Рисунок 1.2.4 – Нормированные пространственные профили волны, бегущей вправо, для холодной моды с индексом m=1 в чисто брэгговском резонаторе с длиной L=7 и параметрами РОС b=1, 3, 7.

Заметим, что для интересующих нас низкодобротных резонаторов при параметре РОС $b = \beta L$, не превышающем примерно значение 2, поля всех мод максимальны на краях резонатора, тогда как для более высокодобротных резонаторов с величиной $b \ge 3$ и практически любыми коэффициентами отражения зеркал $R_{1,2}$ холодные моды с малыми индексами *m* имеют максимум поля внутри резонатора, что продемонстрировано на рисунке. 1.2.26 и рисунке 1.2.4. Сделанное утверждение верно и для горячих мод в рассматриваемых ниже сверхизлучающих лазерах, поскольку в реалистичных условиях активные центры вносят хотя и резонансный, но малый по сравнению с единицей вклад в комплексную диэлектрическую проницаемость, а следовательно, им можно пренебречь, в том числе при расчёте отражений на торцах лазера, и сохранить вид характеристического уравнения для горячих мод (см. (8) ниже) в форме, справедливой для «холодных» резонаторов без активной среды. Благодаря последнему обстоятельству в настоящей работе расчёт холодных мод проводился параллельно с расчётом горячих на основе уравнений одного типа.

1.3. Характеристическое уравнение. Поляритонные и электромагнитные горячие моды

Несмотря на сказанное выше о пространственной структуре горячих мод, их инкременты и характер связи частот с волновыми числами подвержены значительному влиянию активной среды, причём в зависимости от величины неоднородного уширения её спектральной линии горячие моды, ответственные за генерацию лазера класса С или D, могут относиться к разному типу – электромагнитному либо поляритонному [А1, А7, 115, 127]. При небольшом превышении первого порога генерации, когда только у одной моды появляется положительный инкремент (а остальные моды затухают согласно своим декрементам, т.е. отрицательным инкрементам), как правило, лазер работает в монохроматическом режиме, отвечающем слабому возбуждению одной моды, связанной с одной из наиболее добротных холодных (электромагнитных) мод рассматриваемого комбинированного резонатора ФП-РОС, частоты которых лежат вблизи центра спектральной линии активной среды. Сказанное хорошо известно для лазеров класса В (с малыми кооперативными частотами) и ожидается также для лазеров класса С и D (с высокими значениями кооперативной частоты $\omega_c \ge T_2^{-1}$). Подчеркнём, что распределенная обратная связь (РОС) встречных волн, организованная с помощью тех или иных периодических структур (фотонных кристаллов) и дополняющая отражение волн от зеркал в резонаторах типа Фабри-Перо (ФП), позволяет управлять добротностью мод в относительно низкодобротных резонаторах, допускающих уникальные режимы генерации сверхизлучающих лазеров; ср. [116-122, 164,165]. Наибольший интерес с точки зрения изучения разнообразных физических эффектов в рассматриваемых лазерах представляет, конечно, многомодовая генерация, первым шагом на пути анализа которой является поиск горячих мод.

Для того чтобы найти горячие моды для однородной активной среды в резонаторе $\Phi\Pi$ -POC, введем безразмерные отстройки от волнового числа и частоты, κ и Ω , и представим комплексные амплитуды встречных волн электромагнитного поля и поляризации в виде двух компонент, связанных друг с другом благодаря перерассеянию на заданной периодической в пространстве модуляции диэлектрической проницаемости матрицы активной среды:

$$a_{\pm} = \left(C'_{\pm}e^{+i\kappa\zeta} + C''_{\pm}e^{-i\kappa\zeta}\right)e^{-i\Omega\tau}, \quad p_{\pm} = \left(S'_{\pm}e^{+i\kappa\zeta} + S''_{\pm}e^{-i\kappa\zeta}\right)e^{-i\Omega\tau}.$$
(8)

В рамках приближения однородной по пространству фиксированной инверсии населённостей $n_p = const\,$ при нулевой решётке $n_z = 0\,$ для активной среды из (5), (8) получим дисперсионное уравнение [113, 114, 115] для поляритонных и электромагнитных волн однородной активной среды:

$$\kappa^{2} + \left|\beta\right|^{2} = \left(\Omega + \frac{n_{p}}{\Omega + \Phi + i(\Gamma_{2} + \Delta_{0})}\right)^{2}.$$
(9)

Данное алгебраическое уравнение решается аналитически и даёт комплексный сдвиг частот мод Ω для всех возможных дискретных значений отстроек волновых чисел κ .

Характеристическое уравнение для указанных волновых чисел горячих мод комбинированного резонатора ФП-РОС получается из граничных условий (7) для встречных волн (8) и с использованием дисперсионного соотношения (9) записывается в виде:

$$\frac{R_1\beta^* + R_2\beta}{1 + R_1R_2} \pm \sqrt{|\beta|^2 + \kappa^2} + \kappa \frac{(1 - R_1R_2)}{(1 + R_1R_2)} \frac{1 + e^{2i\kappa L}}{1 - e^{2i\kappa L}} = 0.$$
(10)

Оно определяется исключительно параметрами резонатора L, β, R_1, R_2 (но не активной среды или накачки) и позволяет найти (приближённо аналитически или численно) дискретный набор волновых чисел κ_m , для которых затем из дисперсионного уравнения (9) определяется сдвиг частоты и инкремент определенной моды номера *m* как действительная и мнимая части выражения для $\Omega = Re\Omega + i\Gamma$, зависящего также от параметров активной среды и накачки $n_p, \Gamma_2, \Delta_0, \Phi$. Получающийся спектр и соответствующие неоднородные профили (8) поля и поляризации горячих мод, а следовательно, лазерная динамика в существенной мере, хотя и не всегда явно, зависят от всех восьми параметров рассматриваемой модели лазера $n_{p}, \Gamma_{2}, \Delta_{0}, \Phi, L, \beta, R_{1}, R_{2}$. В частности, существенной является неявная зависимость инкрементов мод от времени жизни фотонов соответствующих холодных мод $T_{\scriptscriptstyle E}$, определяемая лазерного резонатора L, коэффициентами отражений на его торцах и его длиной интегральным коэффициентом брэгговского отражения (приближенно равным величине параметра РОС $b = \beta L$, если она меньше или порядка единицы). Здесь и в дальнейшем полагаем действительной величину $\beta = \operatorname{Re} \beta$, т.е. для определённости фазу коэффициента связи встречных волн β (коэффициента POC) считаем отнесённой [115] к фазам коэффициентов отражения зеркал (по амплитуде поля) $R_1 = R_2 = \operatorname{R} exp(i\varphi)$, которые для простоты будут предполагаться одинаковыми. Типичные свойства горячих мод, так или иначе использованные в следующих главах, проиллюстрированы на рисунках ниже.

Сначала подробнее остановимся на случае незначительного неоднородного уширения, $\Delta_0 \ll 1$, когда генерация возникает на так называемых поляритонных модах, формируемых в основном оптическими колебаниями дипольных моментов активных центров [113 – 115, 127] и обладающих дисперсионными свойствами, качественно отличными от дисперсионных свойств электромагнитных волн; ср. рисунок 1.2.1 и рисунки 1.3.1 – 1.3.3. Соответствующий режим генерации невозможен в лазерах класса В, обычно описываемых балансными уравнениями благодаря возможности адиабатического исключения поляризации активной среды. В задачах физики лазеров класса С (и особенно D), в отличие от обычно рассматриваемых в физике твердого тела задач, поляритонные моды необходимо находить не только для неинвертированных, но прежде всего для инвертированных сред. Дисперсия горячих поляритонных мод, влияющая на их пространственно-временную динамику в лазерной генерации, в существенной мере определяется соотношением времён жизни колебаний высокочастотных дипольных моментов активных центров T_2 и жизни фотонов в холодном

резонаторе T_E , а также соотношениями между кооперативной частотой в среде с положительной инверсией населённостей и межмодовым интервалом (π/L), шириной запрещённой фотонной зоны частот резонатора ФП-РОС (2β), неоднородным уширением спектральной линии ($2\Delta_0$, даже если последнее сравнимо с однородным уширением $2\Gamma_2$). В частности, число неустойчивых горячих мод [A11] определяется превышением порога генерации, который для моды наинизшего порядка m=1, попадающей в центр спектральной линии инвертированной среды, задаётся неравенством $n_p \omega_c T_E \equiv n_p \Gamma_E^{-1} > \Delta_0 + \Gamma_2$, т.е. определяется суммарным уширением – однородным и неоднородным, см. рисунки 1.3.1 – 1.3.36.



Рисунок 1.3.1 – Спектральные зависимости инкрементов Γ горячих мод: а) резонатора $\Phi\Pi$ с коэффициентом отражения зеркал R = 0.37; б) комбинированного резонатора $\Phi\Pi$ -POC с параметрами: R = 0.2, $\beta = 0.5$, b = 1, $\Phi = 0$. В обоих случаях L = 2, $\Gamma_2 = 0.02$, $\Delta_0 = 0.002$,





Рисунок 1.3.2 – Спектральные зависимости инкрементов Γ горячих мод: а) резонатора $\Phi\Pi$ с длиной L = 2 и коэффициентом отражения зеркал R = 0.37; б) комбинированного резонатора $\Phi\Pi$ -РОС той же длины и добротности, но с меньшим коэффициентом отражения зеркал R = 0.2 и параметром РОС b = 1 при разности частот брэгговского резонанса и спектральной линии $\Phi = 0.7$. В обоих случаях активная среда обладает малыми однородным, $\Gamma_2 = 0.02$, и доминирующим неоднородным, $\Delta_0 = 0.1$, уширениями и полностью инвертирована, $n_p = 1$.

Типичный пример приведён на рисунке 1.3.3 для резонатора ФП, заполненного активной средой с малым неоднородным уширением $\Delta_0 = 0.1$. В присутствие активной среды в основном состоянии линейная дисперсионная зависимость пустого резонатора (линия с точками на панеле а, $n_p = -1$) расщепляется на две ветви поляритонных и электромагнитных мод. При возбуждении активной среды накачкой ($n_p = 1$) пологие части этих ветвей трансформируются в асимметричную кривую поляритонных мод (панель б, кружки), а близкие к биссектрисе части почти не меняются, образуя ветвь затухающих электромагнитных мод (на рисунке 1.3.3 не показана). При небольшом превышении порога стационарная генерация будет происходить на центральной моде ($\Omega = 0$, инкремент Г максимален), ближайшей к центру спектральной линии активной среды, т.е. на частоте $\omega = \omega_{21}$.



Рисунок 1.3.3 – Зависимости частот $\Omega = (\omega - \omega_0) / \omega_c$ (кружки) и инкрементов Γ (квадраты) от нормированных волновых чисел $\kappa = (k - k_0)c / \omega_c \sqrt{\varepsilon}$ при $\omega_{21} = \omega_0 \equiv k_0 c / \sqrt{\varepsilon}$ для горячих мод лазера с резонатором ФП, имеющим длину L = 3 и коэффициент отражения зеркал R = 0.45 при $\Phi = 0$. (а) Частоты холодных мод (сплошная линия с точками) и две ветви затухающих горячих мод (светлые кружки – поляритонные моды, тёмные кружки – электромагнитные моды) в случае активной (поглощающей) среды в основном состоянии, $n_p = -1$. (б) Частоты (кружки) и инкременты (квадраты) поляритонных мод в случае полностью инвертированной активной среды, $n_p = 1$, с малым неоднородным уширением спектральной линии, $\Delta_0 = 0.1$, доминирующим над однородным, $\Gamma_2 = 0.02$; только пять мод являются неустойчивыми, $\Gamma > 0$.

На рисунке 1.3.2 проиллюстрированы особенности комбинированного резонатора ФП-РОС по сравнению с чистым резонатором ФП. Последний обладает симметричным линейным спектром холодных мод (панель а), для которого в определённом интервале уровней накачки большинство горячих мод вокруг наиболее добротной центральной имеют декремент или очень малый инкремент [A7], что обеспечивает стационарную одномодовую генерации в достаточно широких пределах неоднородного уширения спектральной линии активной среды, вплоть до значения $\Delta_0 \sim 0.1$. Комбинированный резонатор ФП-РОС той же добротности имеет несимметричный спектр холодных мод различной добротности с запрещенной фотонной зоной шириной порядка 2β . В такой ситуации для того, чтобы генерация была монохроматической, можно использовать ненулевую отстройку брэгговского резонанса от частоты рабочего перехода, Ф, надлежащий выбор которой обеспечит усиление наиболее добротной моды на краю запрещенной фотонной зоны (панель б) и исключит заметное возбуждение соседних мод.

Рассмотрим более подробно общую эволюцию спектра комплексных волновых чисел и частот горячих мод лазера [A18] с комбинированным резонатором ФП-РОС при увеличении коэффициента РОС β в простейшем случае совпадения (резонанса) брэгтовской частоты, частоты одной из мод холодного резонатора Фабри-Перо и частоты рабочего перехода активной среды с пренебрежимо малым неоднородным уширением спектральной линии. Ограничимся для определенности случаем симметричного резонатора с действительными коэффициентом отражения зеркал R = Re R и коэффициентом РОС $\beta = \text{Re } \beta$, когда картина спектральных зависимостей мод от коэффициента РОС, т.е. годографов мод, оказывается весьма представительной и сильно асимметричной.



a)

b)

Рисунок 1.3.4 – Годографы нормированных отстроек комплексных волновых чисел и частот холодных мод ($n_p = 0$) при изменении коэффициента РОС $\beta = \text{Re }\beta$ с шагом 0.05 в резонаторе

c L = 4, R = 0.1.

На рисунке 1.3.4 продемонстрировано, как с увеличением коэффициента РОС изменяются нормированные отстройки комплексных волновых чисел, не зависящих от активной среды и накачки, и соответствующих комплексных частот для нескольких холодных мод комбинированного резонатора с малым коэффициентом отражения зеркал R = 0.1. Видно, что с ростом параметра РОС $b = \beta L$ центральная мода вытесняется из запрещённой фотонной зоны, имеющей характерную ширину ~ 2β и формирующейся при $\beta L > 1$, причём холодные моды вне этой зоны также испытывают изменение частоты и особенно декремента, отслеживая изменения действительной и особенно мнимой части волнового числа. Соответствующие годографы частот нескольких поляритонных мод в случаях неинвертированной $(n_n = -1)$ и инвертированной $(n_n = 1)$ среды показаны на рисунках 1.3.5 и 1.3.6, из сравнения которых нетрудно проследить качественное отличие поведения мод в этих двух случаях (отличаются они и от холодных электромагнитных мод, показанных на рисунке 1.3.46). Во всех случаях темной и серой пунктирными линиями соединены значения комплексных частот при величине коэффициента РОС $\beta = 0$ и $\beta = 3/L$ соответственно. В широкой области параметров низкодобротного резонатора и инвертированной активной среды типичным оказывается наличие неустойчивых поляритонных мод внутри запрещённой фотонной зоны в определенном интервале значений коэффициента РОС, особенно в интересующем нас случае $\beta \sim 1/L$.

Указанный эффект характерен именно для сверхизлучающих лазеров, в которых наиболее добротными и поэтому потенциально неустойчивыми являются поляритонные нормальные моды, частоты которых в основном определяются парциальной частотой оптических дипольных колебаний активных центров вблизи центра спектральной линии активной среды. Вместе с тем электромагнитные нормальные моды являются низкодобротными из-за короткого времени жизни фотона в резонаторе и достижение порога их генерации требует большего уровня накачки, а их частоты лежат вне запрещённой фотонной зоны, поскольку в основном определяются парциальными частотами холодных мод резонатора.



Рисунок 1.3.5 – Годографы частот поляритонных мод резонатора ФП-РОС с L = 4, R = 0.1 и неинвертированной активной средой при изменении коэффициента РОС $\beta = \text{Re }\beta$ с шагом 0.05.



Рисунок 1.3.6 – Годографы частот горячих поляритонных мод резонатора ФП-РОС с L = 4, R = 0.1 и инвертированной активной средой при изменении коэффициента РОС $\beta = \text{Re }\beta$ с шагом 0.05.

При изменении уровня накачки n_p поляритонные моды, лежащие внутри запрещённой фотонной зоны или ближе всего к ней, практически не меняют своей действительной частоты, но их инкремент может сильно изменяться, как это продемонстрировано на рисунке 1.3.7.



Рисунок 1.3.7 – Изменение комплексных частот «горячих» поляритонных мод резонатора ФП-РОС с L = 4, R = 0.1 и $\beta = 1/8$ (т.е. b = 0.5) при изменении инверсии активной среды (уровня накачки n_p) от 0 до 1 с шагом 0.05.

Проведённое исследование горячих поляритонных мод [А18] особенно важно для анализа нестационарной динамики сверхизлучающего лазера в условиях генерации более чем одной моды при достаточном превышении уровня накачки над порогом лазерной генерации. При этом для возбуждения определенных мод может быть существенно их нелинейное взаимодействие с другими модами, однако его учёт практически не меняет частоты ряда мод по сравнению с их значениями, полученными в рамках представленного линейного анализа. Это обстоятельство, в частности, будет использовано ниже в разделе 2.2 при интерпретации дискретного спектра модуляции неравновесного сверхизлучательного фазового состояния, который может быть связан с биениями соседних поляритонных мод, возбуждаемыми на резонансных частотах Раби. Остановимся на особенностях влияния тех или иных параметров на горячие моды сверхизлучающего лазера при значительном неоднородном уширении спектральной линии активной среды. Прежде всего следует отметить, что если в рассмотренном выше случае $\Delta_0 + \Gamma_2 < 1$ максимальный инкремент мод близок к ω_c (при полной инверсии населённостей $n_p = 1$), то теперь при $\Delta > 1 > \Gamma_2$ дисперсия электромагнитных мод слабо меняется активными центрами, а максимальный инкремент снижается до так называемой эффективной кооперативной частоты [114, 115] ω_c / Δ (см. рисунки 1.3.8 и 1.3.9). Она определяется кооперативной частотой не всех активных центров, а только их части, попадающей в спектральный интервал шириной $2\omega_c$ / Δ_0 и не имеющей возможности расфазироваться в

течение времени формирования сверхизлучательного импульса $\delta t \sim \Delta_0 / \omega_c$. Подобная минимальная длительность [A8] ожидаемых импульсов сверхизлучения может быть достигнута благодаря специальной селекции мод и практически не зависит от параметра РОС *b* и времени некогерентной релаксации поляризации T_2 при выполнении условия сверхизлучения $\Delta_0 \Gamma_2 < 1$.



Рисунок 1.3.8 – Нормированные инкременты $\Gamma = \text{Im}\Omega$ (квадраты) и сдвиги частот Re Ω (кружки) мод комбинированного резонатора длиной L = 3 с коэффициентом отражения зеркал R = 0.1 и параметром РОС b = 2 в зависимости от нормированного волнового вектора κ в случае, когда $\Phi = 0$ и неоднородное уширение спектральной линии много больше однородного, $\Delta_0 \gg \Gamma_2 = 0.02$. (а) Электромагнитные моды инвертированной ($n_p = 1$) активной среды со значительным неоднородным уширением $\Delta_0 = 1$, из которых неустойчивы две моды с

 $T_E \omega_c \approx 3.7$ (поляритонные моды сильно затухают и не показаны); треугольниками представлены времена жизни фотона T_E в «холодном» резонаторе при $n_p = 0$, ромбами –

декременты при наличии среды с поглощением $n_p = -1$. (б) Поляритонные моды инвертированной активной среды с незначительным неоднородным уширением $\Delta_0 = 1$, из которых неустойчивы три моды с $T_E \omega_c \sim 3$ (электромагнитные моды сильно затухают и не показаны). Все инкременты и частоты нормированы на кооперативную частоту.



Рисунок 1.3.9 – Инкременты $\Gamma = \text{Im}\Omega$ (синий цвет) и сдвиги частот Re Ω (красный) горячих мод как функции сдвига волнового числа κ при $n_p = 1$ для комбинированного резонатора $\Phi\Pi$ -

РОС с параметрами: L = 10, $\beta = 0.1$, $\Gamma_2 = 0.02$, $\Phi = 0$, $R = 0.1 \exp(i \pi/2)$. Панель слева соответствует поляритонным модам при $\Delta_0 = 0.002$, справа – электромагнитным при $\Delta_0 = 4$.

Как характеристического показывает анализ уравнения, для реализации сверхизлучательной генерации активные образцы в низкодобротных резонаторах должны иметь оптимальные длины $L \sim 2\Delta_0 >> 1$ и $L \sim 2$, определяемые в случаях сильного неоднородного и однородного уширений соответственно эффективной кооперативной длиной $B_c\Delta_0$ и кооперативной длиной B_c . В данных оценках предполагалась максимальная инверсия $n_p \sim 1$. При меньших уровнях инверсии необходимо учесть то обстоятельство, что максимальные инкременты получаются умножением ω_c/Δ_0 и ω_c , а оптимальные кооперативные длины – делением $B_c \Delta_0$ и B_c на инверсию n_p и корень из неё $n_p^{1/2}$, соответственно. В ряде специальных областей параметров лазера возможны уточнения представленных оценок, причём в них обычно фигурирует время жизни фотона для соответствующих холодных мод. Так, используя условие $T_E < T_2$ для лазеров класса C, D и зная инкремент резонансной горячей электромагнитной моды $\Gamma = n_p \Delta_0^{-1} - T_E^{-1} \omega_c^{-1}$ при большом неоднородном уширении спектральной линии $\Delta_0 >> 1$, в случае низкодобротного резонатора ФП-РОС с небольшим параметром РОС b меньше или порядка коэффициента отражения зеркал R оптимальную длину нетрудно оценить из условия $2\Delta_0 \sim n_p \omega_c T_E \simeq n_p L / \ln \left| R - ib / \ln R^{-2} \right|^{-1}$, гарантирующего сверхизлучение этой моды при достаточной скорости накачки Γ_1 (в случае R << b/2 следуект сделать замену $\ln \left| R - ib / \ln R^{-2} \right|^{-1} \rightarrow \ln \left| b / 2 \right|^{-1}$). При этом, конечно, возможна неустойчивость

большого числа соседних горячих мод, так что для анализа характера режима генерации требуется численное решение системы нелинейных уравнений лазерной динамики с учётом взаимодействия мод.

Как показывает анализ характеристического уравнения, для реализации сверхизлучательной генерации активные образцы в низкодобротных резонаторах должны иметь оптимальные длины $L \sim 2\Delta_0 >> 1$ и $L \sim 2$, определяемые в случаях сильного неоднородного и однородного уширений соответственно эффективной кооперативной длиной $B_c \Delta_0$ и кооперативной длиной B_c . В данных оценках предполагалась максимальная инверсия $n_p \sim 1$. При меньших уровнях инверсии необходимо учесть то обстоятельство, что максимальные инкременты получаются умножением ω_c/Δ_0 и ω_c , а оптимальные кооперативные длины – делением $B_c \Delta_0$ и B_c на инверсию n_p и корень из неё $n_p^{1/2}$, соответственно. В ряде специальных областей параметров лазера возможны уточнения представленных оценок, причём в них обычно фигурирует время жизни фотона для соответствующих холодных мод. Так, используя условие $T_E < T_2$ для лазеров класса C, D и зная инкремент резонансной горячей электромагнитной моды $\Gamma = n_p \Delta_0^{-1} - T_E^{-1} \omega_c^{-1}$ при большом неоднородном уширении спектральной линии $\Delta_0 >> 1$, в случае низкодобротного резонатора ФП-РОС с небольшим параметром РОС *b* меньше или порядка коэффициента отражения зеркал *R* оптимальную длину нетрудно оценить из условия $2\Delta_0 \sim n_p \omega_c T_E \simeq n_p L / \ln \left| R - ib / \ln R^{-2} \right|^{-1}$, гарантирующего сверхизлучение этой моды при достаточной скорости накачки Γ_1 (в случае $R \ll b/2$ следует сделать замену $\ln \left| R - ib / \ln R^{-2} \right|^{-1} \rightarrow \ln \left| b / 2 \right|^{-1}$). При этом, конечно, возможна неустойчивость большого числа соседних горячих мод, так что для анализа характера режима генерации требуется численное решение системы нелинейных уравнений лазерной динамики с учётом взаимодействия мод.

Для дальнейшего существенна возможность управления инкрементами мод путём изменения параметра РОС $b = \beta L$. Для лазера с чисто брэгговским резонатором (R = 0) она проиллюстрирована на рисунках 1.3.10 и 1.3.11.



Рисунок 1.3.10 – Нормированные мнимая часть Im[Ω] и действительная часть Re[Ω] отстроек частот мод чисто брэгтовского резонатора длины L = 10, заполненного активной средой с нулевой инверсией ($n_p = 0$ – пунктирные линии) и полной инверсией ($n_p = 1$ – сплошные линии) при большом неоднородном уширении $\Delta_0 = 4 \gg \Gamma_2 \simeq 0.01$ и $\Phi = 0$, для значений параметра РОС *b*, равных $1/\sqrt{3}$ (треугольники) и $\sqrt{3}$ (кружки).



Рисунок 1.3.11 – Сравнение холодных (треугольники) и горячих (точки) мод лазера с чисто брэгговским резонатором, имеющим длину L = 20 и относительную глубину модуляции диэлектрической проницаемости $\beta = 0.3$; активная среда обладает неоднородным уширением $\Delta_0 = 4$ и скоростью релаксации поляризации инверсии $\Gamma_1 = 0.01$ при $\Phi = 0$; уровень накачки максимален $n_p = 1$. Треугольниками отмечены скорости релаксации $\Gamma_E = 1/T_E$ холодных мод (при нулевой инверсии населённостей); кружками – инкременты горячих мод. Штрих-

пунктирной линией показан уровень Γ_2 , штриховой – $T_2^* \omega_c$.

Для комбинированного резонатора ФП-РОС возможности шире, поскольку в общем случае спектр мод является несимметричным и существенно отличается от спектров в предельных случаях резонатора ФП и брэгговского резонатора с РОС, особенно в области около запрещенной фотонной зоны (рисунок 1.3.8), обусловленной брэгговским резонансом [114, 115, 163]. Согласно проведённому анализу решений дисперсионного и характеристического уравнений в важном случае $R \ll b \sim 1$, при удалении от наиболее добротных центральных мод на краях запрещенной фотонной зоны инкременты мод с
номерами m >> 1 падают примерно по закону $\Gamma_m = n_p / \Delta_0 - \ln(R + b / 2\pi m)^{-1} / L$, так что общее число неустойчивых мод можно оценить как $M < b / \pi \left(\exp(-n_p L / \Delta_0) - R \right)$.

Данная оценка согласуется с указанным на рисунках 1.3.12 и 1.3.13 резким увеличением количества неустойчивых горячих мод с ростом уровня накачки n_p , уменьшением величины неоднородного уширения спектральной линии Δ_0 и увеличением параметра РОС *b*.



Рисунок 1.3.12 – Частотные зависимости инкрементов горячих мод в лазере с комбинированным резонатором ФП-РОС со следующими параметрами: L = 20, R = 0.2, $\Gamma_2 = 0.02$, b = 5, $\Phi = 0$. a) Влияние накачки ($n_p = 0.15; 0.5; 1$) при неоднородном уширении спектральной линии активной среды $\Delta_0 = 13.6$) Влияние неоднородного уширения ($\Delta_0 = 4; 13$) при накачке $n_p = 1$.



Рисунок 1.3.13 – Инкременты горячих электромагнитных мод для лазера с комбинированным резонатором ФП-РОС (L = 20, R = 0.1, $\Delta_0 = 13$, $\Gamma_2 = 0.02$,) при различных значениях параметра РОС $b = \beta L$.

Как уже отмечалось в разделе 1.2, пространственная структура горячих мод фактически задаётся свойствами «холодного» резонатора и заметно отличается как для мод вблизи и вдали от запрещённой фотонной зоны, так и для мод лазеров с низко- и высокодобротными резонаторами, что продемонстрировано на рисунках 1.3.14 и 1.3.15 соответственно для активной среды с большим неоднородным уширением $\Delta_0 >> 1 >> \Gamma_2$.



Рисунок 1.3.14 – Пространственная структура встречных составляющих 15-й (слева) и 1-й (справа) горячих мод по счёту от края запрещённой фотонной зоны симметричного лазера с комбинированным резонатором ФП-РОС с коэффициентом отражения зеркал $R = 0.1 \exp(i\pi/2)$, длиной L = 22.5 и параметром РОС $b = \beta L = 0.9$ для полностью инвертированной среды $(n_p = 1)$ с сильным неоднородным уширением спектральной линии $\Delta_0 = 13$ при $\Phi = 0$ (спектр и инкременты/декременты горячих мод см. в разделе 4.4).



Рисунок 1.3.15 – Структура $|a_{+}e^{i\zeta/\sqrt{l}} + a_{-}e^{-i\zeta/\sqrt{l}}|$ -1-й (а) и 1-й (в) мод и профили двух встречных составляющих a_{\pm} 1-й моды (б) и одной составляющей a_{-} -1-й, 1-й и 2-й мод (г) в комбинированном резонаторе ФП-РОС с коэффициентом отражения зеркал R = 0.1 и длиной L = 20 для полностью инвертированной среды ($n_{p} = 1$) с сильным неоднородным уширением спектральной линии $\Delta_{0} = 4$ при $\Phi = 0$: а, б) в случае низкодобротного резонатора $\beta L \sim 5$.

Проведённый анализ горячих мод комбинированного резонатора ФП-РОС, заполненного резонансной средой с однородным и/или неоднородным уширением спектральной линии и заданной инверсией населённостей уровней, показывает возможность эффективной спектральной селекции мод, ответственных за взаимодействие колебаний поляризации среды с электромагнитным полем, и позволяет судить о различных режимах генерации, в том числе сверхизлучательной, соответствующих лазеров в зависимости от свойств активной среды, уровня накачки, соотношения фаз и величин коэффициентов отражения, распределенных

внутри резонатора и сосредоточенных на его границах. Таким образом, с использованием развитого линейного анализа спектра горячих поляритонных и электромагнитных мод на основе дисперсионного (9) и характеристического (10) уравнений были рассчитаны частоты генерации для указанных и других режимов работы сверхизлучающих лазеров. Конечно, точный расчёт амплитуд и уширений данных мод дает только численное моделирование нелинейных уравнений Максвелла-Блоха.

1.4. Пространственные, временные и спектральные структуры инверсии населенностей уровней активной среды. Обзор возможных явлений

Продемонстрированные возможности расчёта свойств горячих мод сверхизлучающих лазеров позволяют делать оценки характерных параметров пространственных, временных и спектральных структур инверсии населённостей активной среды, ожидаемых в различных режимах генерации при непрерывной накачке и способных обеспечить формирование качественно новых самосогласованных состояний активной среды и поля в резонаторе, не сводящихся к простой суперпозиции поляризации и поля отдельных, одновременно генерируемых мод. Такие динамически обусловленные пространственные и/или спектральные состояния ансамбля активных центров, взаимодействующих посредством их собственного когерентного поля излучения, рассматриваются в трёх последующих главах на основе проведенного численного моделирования и кратко представлены в настоящем разделе.

В главе 2 речь идёт о спонтанном нарушении симметрии [А11, А12, 193] пространственных профилей встречных волн электромагнитного поля, а также поляризации и инверсии населённостей уровней активной среды в сверхизлучающем лазере с симметричным низкодобротным резонатором, которое обусловлено создаваемой этими волнами полуволновой модуляцией колебаний поляризации и связанной с ней нелинейной решёткой инверсии населённостей. На основе анализа результатов численного моделирования возникающей асимметричной генерации и пространственной структуры самосогласованных полей выясняется качественное отличие последних от структуры возможной простой суперпозиции горячих мод и выявляются как режимы автомодуляции асимметричных структур с сохранением преимущественного излучения лазера через один определённый торец, так и режимы метастабильности с самопроизвольным переключения между зеркально симметричными состояниями обнаруженныхъ асимметричных структур. Существенно, что найденное явление неравновесного (динамического) фазового перехода К асимметричной генерации, сопровождающейся устойчивым (стационарным или автомодуляционным) смещением к одному из торцов лазера профилей распределения поля, поляризации и инверсии населённостей

активной среды, принципиально отличается от структурного фазового перехода Дике, наблюдавшегося в ансамблях атомов, находящихся в резонаторе под действием внешнего когерентного излучения в отсутствие непрерывной некогерентной накачки.

В главе 3 рассматривается возможность эффективного параметрического возбуждения [A3 – A5] и последующих поддержания генерации и нелинейного фазирование большого числа квазиэквидистантных мод, которая может реализоваться в случае, когда межмодовое расстояние для последних примерно в целое число раз меньше разности частот двух наиболее добротных центральных мод лазерного спектра, расположенных по краям запрещённой фотонной зоны и являющихся не только наиболее мощными, но и существенно нестационарными. Изучаемый эффект обязан когерентным биениям двух указанных мод, которые могут быть сверхизлучательными, автомодуляционными или квазистационарными, но благодаря уширению своего спектра из-за нестацтонарности обеспечивают параметрический резонанс с биениями квазиэквидистантных мод на крыльях лазерного спектра и в итоге существенно влияют на четырёхволновое взаимодействие этих синхронизующихся мод посредством резонансной нелинейной модуляции пространственно-временной динамики поляризации и инверсии населённостей активной среды. При этом предварительное исследование спектра горячих мод и особенно его зависимости от параметра РОС в сверхизлучающем лазере с комбинированным резонатором крайне необходимо для выяснения оптимальных условий параметрического резонанса и дальнейшей интерпретации возникающих согласованных структур поля и инверсии населённостей, локализованных и квазипериодически эволюцтонирующих в пространстве и в пределах спектра генерации.

В главе 4 изучаются условия и области лазерных параметров, при которых одна или две сверхизлучательные моды создают практически периодическую последовательность когерентных импульсов (цугов импульсов), так что спектр этих мод, в общем случае квазинепрерывный, становится квазидискретным и состоит из нескольких эквидистантных компонент. Если период следования указанних импульсов сверхизлучения кратен периоду циркуляции внутрирезонаторного солитона, возникает ещё один, временной резонанс, дополнительный к рассмотренному выше параметрическому резонансу, и самосинхронизация квазиэквидистантных квазистационарных мод на крыльях лазерного спектра становится устойчивее и вовлекает больше мод. Благодаря предсказанному двойному резонансу излучение лазера будет содержать две частотные гребенки, и предварительный анализ горячих мод с целью реализации подобного режима генерации может помочь выяснить условия, при которых межмодовый интервал для квазимонохроматических мод вдвое меньше, чем разность частот между некоторыми дискретными компонентами двух сверхизлучательных мод, и в целое число раз больше, чем интервал между этими дискретными компонентами в каждой из

сверхизлучательных мод. В результате ожидается существование и квазипериодическая эволюция ещё более упорядоченных пространственно-спектральных структур поля и инверсии населённостей активной среды.

1.5. Выводы

Основной результат представленных в данной главе исследований состоит в следующем. На основе сравнительного анализа спектральных характеристик (инкрементов/декрементов и пространственных структур) горячих мод сверхизлучающих лазеров класса C, D с сильным и слабым неоднородным уширением рабочего перехода активной среды и низкодобротным комбинированным резонатором Фабри-Перо с распределённой обратной связью встречных волн указаны возможные области лазерных параметров, позволяющие реализовать предложенные уникальные режимы генерации, включая спонтанное нарушение зеркальной симметрии, автомодуляцию с частотой биений поляритонных мод, параметрическую когерентную самосинхронизацию мод, формирование двух кратных спектральных гребёнок, двухпериодную генерацию в условиях двойного резонанса и др.

Глава 2. Спонтанное нарушение зеркальной симметрии сверхизлучательной динамики в симметричном лазера класса D с почти однородным уширением спектральной линии

В ланной главе исследовано явление спонтанного нарушения симметрии пространственных профилей встречных волн электромагнитного поля, а также поляризации и инверсии населённостей уровней активной среды в сверхизлучающем лазере с симметричным низкодобротным резонатором, происходящее благодаря создаваемой этими волнами полуволновой модуляции колебаний поляризации и связанной с ней нелинейной решётке инверсии населённостей уровней. Проведён качественный анализ результатов численного моделирования с целью выяснения условий существования и областей устойчивости асимметричной генерации, нахождения пространственной структуры самосогласованных установления характера их автомодуляции и изучения метастабильности – полей, самопроизвольного переключения между зеркально симметричными состояниями. Найденное явление асимметричной генерации, сопровождающееся устойчивым (стационарным или автомодуляционным) смещением к одному из торцов лазера сильно неоднородных профилей распределения поля, поляризации и инверсии населённостей активной среды, имеет характер неравновесного (динамического) фазового перехода и существенно отличается от структурного фазового перехода Дике, наблюдавшегося для ансамбля атомов, находящихся в достаточно высокодобротном резонаторе под действием внешнего однородного когерентного поля излучения в отсутствие непрерывной некогерентной накачки.

2.1. Асимметричные установившиеся состояния активной среды в различных низкодобротных резонаторах

В обычных лазерах с симметричными высокодобротными резонаторами Фабри-Перо (в том числе комбинированными с распределённой обратной связью встречных волн), где время жизни фотонов T_E велико по сравнению с временем жизни поляризации (оптических дипольных колебаний) активных центров T_2 , стационарной (одномодовой) генерации отвечает симметричное распределение поля. В этом случае решётка инверсии населённостей уровней рабочего перехода, образованная встречными электромагнитными волнами, и создаваемая полем поляризация активной среды слабо влияют на структуру моды и приводят лишь к небольшой дополнительной неоднородности поля вдоль оси резонатора z, не нарушая

симметрии встречных волн при однородном или, общее, симметричном распределении активной среды и накачки, инвертирующей населённости её рабочих уровней. Для нестационарной, в том числе многомодовой, генерации распределения поля в отдельных модах и полного поля в среднем обычно тоже являются симметричными, если не обеспечено специальное фазирование мод, например, методами пассивной или активной синхронизации, приводящей к формированию бегающего по резонатору солитоноподобного импульса поля.

Ситуация кардинально меняется в сверхизлучающих лазерах, где решётка инверсии населённостей [А7, А11, А12, А19, 193] может оказаться достаточно глубокой и способной качественно изменить пространственное распределение поля, в том числе сделать его сильно несимметричным, так что интенсивности излучения лазера через правый и левый торцы будут значительно отличаться. Для того чтобы выяснить особенности этого явления, были использованы результаты численного решения уравнений Максвелла-Блоха в 2-уровневой модели 1-мерного лазера класса D и на их основе проведено исследование различных режимов асимметричной генерации, в том числе квазимонохроматической (практически стационарной), в симметричном резонаторе Фабри-Перо (включая возможное наличие РОС встречных волн) в случае однородных активной среды и её накачки, когда зеркальная симметрия поля, поляризации и инверсии населённостей в лазере нарушается спонтанно [А1, 115, 193]. Последнее происходит, конечно, под действием слабых шумов, возможно численных, однако раз возникшая асимметрия может сохраняться неограниченно долго (пусть с автомодуляцией, см. ниже и раздел 2.2) или по крайней мере достаточно долго (при наличии бистабильности по отношению к переходу в зеркально асимметричное состояние, см. разделы 2.3 и 2.4) и уже не зависит от слабых шумов.

Как будет ясно из дальнейшего, существование подобного явления, предсказываемого пока только теоретически, предъявляет серьёзные требования к параметрам симметричного сверхизлучающего лазера, в том числе нуждается в большом превышении над порогом генерации, и выбор оптимальных условий эксперимента, позволяющего удовлетворить эти требования, пока не проводился. Не исключено, что для подобного эксперимента подходящей активной средой может стать многослойная система экситонов в предельно узких квантовых ямах сильно охлаждённой полупроводниковой гетероструктуры, грубая схема лазера на которой для наглядности представлена на рисунке 2.1.1 в латеральном исполнении, но возможна и в вертикальном, как в известных гетеролазерах типа VCSEL.



Рисунок 2.1.1 – Схема симметричного сверхизлучающего латерального (излучающего с торцов) лазера на основе гетероструктуры с многослойной активной областью экситонов, помещённой между двумя волноведущими диэлектрическими слоями; низкодобротный комбинированный резонатор Фабри-Перо сформирован этими обкладочными слоями, торцевыми зеркалами с одинаковыми коэффициентами отражения *R* и латеральной полуволновой (с периодом λ/2) брэгговской структурой, обеспечивающей однородную РОС встречных волн.

Поставленная задача, как и задачи в последующих главах, решалась модифицированным методом Рунге-Кутта при различных квазислучайных начальных распределениях поляризации среды и электромагнитного поля $p_{\pm}(\zeta)$, $a_{\pm}(\zeta)$ с величиной порядка $10^{-3} - 10^{-4}$, различных начальных уровнях инверсии населённостей n в широком диапазоне значений от -1 до +1, а также с использованием различного числа узлов расчётной сетки по оси ζ от 200 до 1000 и различного шага по времени. Для определённости обычно полагалось $T_1 = 2T_2$, $R \sim 0.3$, $L \sim 2$ (а также $b \leq 1$ и $0 \leq \varphi \leq \pi/2$) и тогда для достаточно слабого неоднородного уширения $\Delta_0 \ll \Gamma_2$ в определённом интервале уровней накачки n_p (и отстроек Φ центра спектральной линии от частоты брэгговского резонанса) оказывалось, что после непродолжительного переходного периода длительностью порядка нескольких времён $T_1 \sim 100$ устанавливались одни и те же (при заданных параметрах лазера) несимметричные распределения поля, поляризации, инверсии населённостей и её полуволновой решётки. Пример для симметричного сверхизлучающего лазера с комбинированным резонатором $\Phi\Pi$ -РОС представлен на рисунках 2.1.2 и 2.1.3, причём при повторном расчёте с теми же параметрами лазера получающиеся стационарные

пространственные структуры могли отличаться от указанных только зеркальной симметрией относительно центра резонатора $\zeta = 0$.



Рисунок 2.1.2 – Установление асимметричного стационарного (монохроматического) излучения встречных волн a_±, выходящих из противоположных торцов симметричного сверхизлучающего лазера с комбинированным резонатором ФП-РОС, (на левой шкале их интенсивность указана в единицах квадрата частоты Раби, нормированной на кооперативную частоту) и постоянной средней по активному образцу инверсии населённостей n при заданном уровне накачки n_p =1 и следующих параметрах: Г_E = 0.34, Г₂ = 2Г₁ = 0.02, Δ₀ = 0.002,

$$R = 0.2$$
, $L = 2$, $b = 1$, $\Phi = 0.7$.



Рисунок 2.1.3 – Установившиеся пространственные структуры поля, поляризации и инверсии населённостей в симметричном сверхизлучающем лазере с комбинированным резонатором ФП-РОС с теми же параметрами, что на рисунке 2.1.2: а) амплитуды встречных волн поля $|a_{\pm}|$

(сплошные линии) и решётки инверсии населённостей $|n_z|$ (штриховая линия), б) амплитуды встречных волн поляризации $|p_{\pm}|$ (сплошные линии) и инверсия населённостей *n* (штриховая линия).

Для выбранного сверхизлучающего лазера симметричный комбинированный резонатор ФП-РОС обеспечивает однородную распределённую обратную связь волн с интегральным

коэффициентом отражения th(βL) $\simeq 0.76$, значительно превышающим коэффициент отражения торцов R = 0.2, а расположение центра спектральной линии активной среды вблизи частоты уединённой высокодобротной холодной моды на краю запрещённой фотонной зоны брэгговской структуры за счёт подбора величины $\Phi = 0.7$, казалось бы, даёт преимущественные условия генерации соответствующей одной горячей моды, обладающей симметричной пространственной структурой. Однако проведённое моделирование динамики лазера показало, что при уровне накачки $n_p = 1$ после переходного периода длительностью порядка нескольких времён $T_1 = 100$ (рисунок 2.1.2) устанавливается стационарная, монохроматическая генерация с несимметричными распределениями определёнными поля, поляризации. инверсии населённостей и её полуволновой решётки, которые показаны на рисунке 2.1.3. В зависимости от начальных условий и шага сетки, получающиеся пространственные структуры могли отличаться от показанных лишь зеркальной симметрией относительно центра резонатора $\zeta = 0$.

В данном примере интенсивности излучения из противоположных торцов лазера различаются в 4 раза, область высоких значений инверсии населённостей (вплоть до $n \approx 0.6$) и низких значений амплитуд поля (вплоть до $|a_{\pm}| \sim 1$) занимает малую часть резонатора ~10% и смещена к его слабоизлучающему торцу. Значения амплитуд поляризации значительны, $|p_{\pm}| > 0.1$, только в этой области и её окрестности (т.е. в левой четверти резонатора на рисунке 2.1.36), поскольку в остальных местах инверсия населённостей, а значит, и восприимчивость активной среды малы. Последнее обстоятельство и вся получающаяся структура поляризации совершенно не свойственны горячим модам, вычисляемым при однородной инверсии населённостей и без учёта её решётки (см. раздел 1.3). Более того, один из склонов профилей волн поля $|a_{\pm}(\zeta)|$, что не удивительно для сверхизлучающего лазера, в котором состояние активной среды является квантово-когерентным и распределения поляризации и поля могут быть существенно различными. Согласно рисунку 2.1.3а, на противоположных торцах лазера значения амплитуды волны, бегущей влево, – примерно в 2.5 раза.

Отметим, что с учётом ясного из рисунка 2.1.2 сильного отличия средней установившейся в лазере инверсии населённостей $\bar{n} \simeq 0.0625$ от уровня накачки $n_p = 1$ скорость релаксации поля в резонаторе превышает кооперативную частоту активной среды в лазере $\omega_c \sqrt{n}$, а именно, $(T_E \omega_c \sqrt{n})^{-1} \simeq 1.4$. При этом безразмерный инкремент наиболее добротной моды в отсутствие решётки инверсии населённостей может быть оценен как $\Gamma_{\text{max}} \simeq 0.1$ и оказывается положительным, хотя и многократно меньшим значения для соответствующей

горячей моды (ср. рисунок 1.3.2б). С учётом сильного нарушения симметрии встречных волн из сказанного ясно, что продемонстрированный стационарной режим не может быть объяснён простой (пусть даже нелинейной) суперпозицией «горячих» мод, а обязан нелинейной – самосогласованной и тоже несимметричной – решётке инверсии населённостей [А20, А22].

2.2. Автомодуляция несимметричных профилей поля, поляризации и инверсии населенностей уровней активной среды

В значительной области параметров лазера класса D режим спонтанного нарушения зеркальной симметрии генерации и устанавливающиеся асимметричные структуры поля, поляризации и инверсии населённостей оказываются не совсем стационарными, а испытывают слабую – квазипериодическую или нерегулярную – автомодуляцию с амплитудой до 10-20% и периодом порядка Т₁. При этом в установившемся режиме генерации решётка инверсии населённостей хотя и колеблется, но всё время оказывается значительно смещённой к одному из торцов лазера, согласованно и несимметрично меняя усиление и брэгговское переотражение встречных волн, а в итоге – приводя к указанной автомодуляции несимметричных профилей неравного излучения ИЗ противоположных амплитуд волн И торцов вследствие непрекращающейся когерентной модуляции свойств активной среды под действием генерируемого поля.

Проанализируем подробнее пример подобного процесса в простейшем случае чистого резонатора ФП, для которого указанные в разделе 2.1 особенности несимметричной генерации в значительной степени сохраняются. Типичный результат конкретного расчёта представлен на рисунке 2.2.1 для симметричного сверхизлучающего лазера, который, в отличие от лазера той же длины с симметричным комбинированным резонатором ФП-РОС из предыдущего раздела, имеет почти вдвое большие коэффициенты отражения торцов в отсутствие РОС.



Рисунок 2.2.1 – Асимметричная генерация симметричного сверхизлучающего лазера с низкодобротным резонатором Фабри-Перо: а) процесс установления интенсивностей полей встречных волн $I |a_{\pm}|^2$ на левом (красная линия) и правом (синяя линия) торцах, б) пространственные структуры амплитуд встречных волн поля $|a_{\pm}|$ (сплошные линии) и инверсии населённостей *n* (штриховая линия) в установившемся режиме квазимонохроматической генерации ($\tau \approx 1000$). Параметры лазера: $\Gamma_E = 0.5$, $\Gamma_2 = 2\Gamma_1 = 0.02$, $\Delta_0 = 0.002$, R = 0.37, L = 2, $\Phi = 0$, $n_p = 1$.

Отношение интенсивностей излучения из противоположных торцов лазера в данном режиме примерно равно 10, а не 4, как было в предыдущем примере на рисунке 2.1.2 (как и рисунке 2.2.1а интенсивность излучаемых волн выражена величиной там, на $I |a_{\pm}|^2 = (\omega_{R\pm} / \omega_c)^2$, равной квадрату нормированной частоты Раби $\omega_{R\pm} = d |A_{\pm}| / \hbar$ поля данной волны). Существенно, что область высоких значений инверсии населённостей *n* ~ 0.3 и низких значений амплитуд поля $|a_{\pm}| < 5$ занимает примерно ту же небольшую часть резонатора ~10% и прижата к его слабоизлучающему торцу. Значения амплитуд поляризации оказываются значительными, $|p_{\pm}| > 0.1$, тоже только в этой области и её окрестности, т.е. в левой четверти резонатора, поскольку только там велика инверсия населённостей, а значит, и восприимчивость активной среды. Таким образом, по-прежнему вся получающаяся структура поляризации не характерна для горячих мод, рассчитываемых при однородной инверсии населённостей и без учёта её решётки (см. раздел 1.3).

Как показано на рисунке 2.2.16, на противоположных торцах лазера значения амплитуды волны, бегущей вправо, отличаются более чем на порядок величины [А11, А12], а значения амплитуды волны, бегущей влево, примерно одинаковы. Средняя по резонатору величина инверсии населённостей n примерно равна 0.05, что в 20 раз ниже уровня накачки $n_p = 1$ (почти как и в предыдущем случае сверхизлучающего лазера с комбинированным резонатором $\Phi\Pi$ -РОС, где было $\bar{n} \simeq 0.0625$) и в отсутствие решётки инверсии населённостей отвечало бы уменьшению инкремента наиболее добротной симметричной горячей моды примерно на порядок величины по сравнению со значением, показанным на рисунке 1.3.1а (причём в этих условиях скорость релаксации поля в «холодном» резонаторе превышает кооперативную частоту активной среды в лазере $\omega_c \sqrt{\overline{n}}$ примерно в $(T_E \omega_c \sqrt{\overline{n}})^{-1} \simeq 2.2$ раза). Тем не менее инкремент оставался бы положительным, откуда, не говоря уже о сильной асимметрии распределения полей, ясно, что в установившемся режиме квазимонохроматической генерации решётка инверсии населённостей $|n_z(\zeta)|$ играет принципиальную роль. Её профиль на рисунке 2.2.16 не показан, поскольку он отличается от профиля инверсии $|n(\zeta)|$ менее чем на 10%, достигая в максимуме величины 0.35 и спадая к правому торцу лазера примерно в 40 раз. Опять, при смене начальных условий и шага сетки получающиеся пространственные структуры могли отличаться от показанных лишь зеркальной симметрией относительно центра резонатора $\zeta = 0$, а характер автомодуляции не менялся.

В обоих случаях, детально проанализированных в настоящем и предшествующем разделах, появление несимметричной решётки инверсии населённостей и согласованных с ней несимметричных профилей встречных волн поля и поляризации активной среды можно рассматривать как динамический фазовый переход в симметричном сверхизлучающем лазере. Интересно, что в обоих случаях, несмотря на сильные отличия рассмотренных резонаторов, профили решётки $|n_z(\zeta)|$ и инверсии $n(\zeta)$ населённостей по существу совпадают, только в случае комбинированного резонатора их амплитуды отличаются в полтора раза и различие значений обоих профилей в максимуме при $\zeta \simeq -0.5$ (в середине левой половины резонатора) и в минимуме при $\zeta = 1$ (на правом торце) достигает почти двух порядков величины (ср. рисунки 2.1.3а и 2.2.16).

При уменьшении величины накачки n_p до значений 0.75 и 0.5, т.е. не более чем вдвое, квазистационарный режим асимметричной генерации меняется [А11, А12, 193] не сильно и интенсивности излучения из противоположных торцов лазера продолжают отличаться в несколько раз, а средняя по резонатору инверсия населенностей сохраняется вблизи уровня 0.05. Однако уже при четырёхкратном уменьшении накачки до величины $n_p = 0.25$ генерация становится существенно нестационарной и сопровождается излучением из обоих торцов лазера квазипериодических цугов коротких импульсов сверхизлучательного типа с числом порядка 10 в каждом цуге и с длительностью каждого импульса меньше или порядка времени некогерентной релаксации поляризации $T_2 = 50$ (см. рисунок 2.2.2). При этом эпизодические интервалы существенно несимметричного квазистационарного излучения из противоположных торцов лазера занимают всего около 10% времени, разделяя указанные цуги импульсов одномодового сверхизлучения, а средний уровень инверсии населённостей понижается до 0.04. Переход к подобному импульсному режиму почти симметричной генерации связан с уменьшением амплитуды решётки инверсии населённостей (до $|n_z(\zeta)| < 0.1$), уже не способной поддерживать асимметричную квазистационарную генерацию, и его изучение требует специального исследования.



Рисунок 2.2.2 – То же, что на рисунке 2.2.1, но при вчетверо меньшем уровне накачки $n_p = 0.25$ того же лазера. Асимметричные профили амплитуд встречных волн поля $|a_{\pm}|$, а также инверсии населённостей $n(\zeta)$ и её решётки $|n_z(\zeta)|$ указаны для момента времени $\tau \approx 2600$.

С целью выяснения физической причины автомодуляции найденного неоднородного сверхизлучательного состояния В одномерной модели сверхизлучающего лазера с низкодобротным симметричным резонатором Фабри-Перо проведен сравнительный анализ поляритонных мод линеаризованной задачи спектра И дискретного спектра квазимонохроматической генерации со слабой автомодуляцией в условиях спонтанного нарушения зеркальной симметрии полей встречных волн, инверсии населённостей и

поляризации активной среды. Показано, что основные частоты резонансной автомодуляции установившегося асимметричного сверхизлучательного фазового состояния близки к частотам поляритонных мод, рассчитанных с использованием среднего уровня инверсии населённостей этого состояния и обладающих небольшими декрементами. Согласно расчетам, проведенные для различных параметров лазера, сказанное об автомодуляции подобных асимметричных сверхизлучательных состояний имеет место в очень широком диапазоне величин превышения порога лазерной генерации, $10 \le n_p / (\Gamma_2 \Gamma_E) \le 300$.

В настоящей работе мы ограничимся анализом простейшего, но весьма показательного случая слабой автомодуляции (рисунок 2.2.3), которая реализуется тогда, когда основная (резонансная, m=0) поляритонная мода, испытав асимметричную деформацию, сильно истощает инверсию населённостей и подавляет сколько-нибудь существенную генерацию остальных поляритонных мод, за исключением двух соседних ($m=\pm 1$) с наибольшей отстройкой по частоте от центра спектральной линии¹, $\Omega_{\pm 1} = (\omega_{\pm 1} - \omega_0) / \nu_c$. Для этих двух мод, как будет пояснено далее, указанная отстройка близка к частоте Раби $\omega_R = dA/\hbar\sqrt{\varepsilon_0}$, вычисленной по значениям амплитуды электромагнитного поля $|\alpha_+|$ в окрестности пика решётки инверсии населённостей (см. рисунок 2.2.4). Данное обстоятельство непосредственно связано с их нелинейным возбуждением в слабо усиливающей среде, в которой установившаяся решётка инверсии населённостей не оказывает на эти моды заметного воздействия благодаря значительной волновой отстройке, т.е. отсутствию пространственного брэгговского резонанса, и практически не меняет их дисперсионные свойства. О слабых нелинейных эффектах свидетельствуют едва заметные пички в спектре лазерного излучения (рисунок 2.2.3с) на удвоенных частотных отстройках указанных поляритонных мод (квадратичная нелинейность). Представленные и другие многочисленные расчеты для иных параметров лазера показывают, что в отличие от центральной резонансной моды две соседние «боковые» (нерезонанасные) поляритонные моды имеют одинаковые амплитуды полей на противоположных торцах $|\alpha_{\pm 1}(\zeta = -L/2)| = |\alpha_{\pm 1}(\zeta = L/2)|$, т.е. сохраняют зеркальную симметрию [A7, A21].

Частоты модуляции сверхизлучательного состояния по-разному зависят от тех или иных параметров лазера и накачки. Для иллюстрации эти зависимости (сплошные кривые на рисунке 2.2.4) представлены для типичного набора лазерных параметров в тех областях их значений, в которых модуляция является не слишком сильной и асимметричное сверхизлучательное состояние хорошо определено. Так, при $n_p = 1$ и L = 2 с шестикратным увеличением

¹ При сильной автомодуляции не исключено нелинейное возбуждение и других поляритонных мод.

коэффициента отражения R от 0.1 до 0.6, когда декремент холодных мод резонатора Γ_{E} уменьшается в 4.5 раза от 1.16 до 0.25, происходит двукратное увеличение частоты модуляции (рисунок 2.2.4а) при слабом изменении установившегося среднего уровня инверсии населённостей $\langle \bar{n} \rangle$ в пределах 0.05-0.06. Вместе с тем при $n_p = 1$ и R = 0.3 двадцатикратное увеличение длины резонатора Γ_E от 0.5 до 10 (рисунок 2.2.4b), приводящее к такому же уменьшению декремента холодных мод Г_е (от 2.5 до 0.125), практически не меняет частоту модуляции, примерно равную 0.027, несмотря на почти тринадцатикратное падение средней инверсии населённостей $\langle \bar{n} \rangle$ от 0.16 до 0.012. Слабо меняется (от 0.025 до 0.029) частота модуляции и с двенадцатикратным увеличением уровня накачки n_p с 0.05 до 0.6 (рисунок 2.2.4с) при R = 0.3 и L = 12, когда $\Gamma_E = 5$, $\Gamma_2 = 0.1$, несмотря на более чем двукратный рост средней инверсии населённостей $\langle \bar{n} \rangle$ от 0.0067 до 0.016. В перечисленных и других исследованных случаях слабой автомодуляции асимметричного сверхизлучательного состояния имеет место эффективное нелинейное возбуждение двух «боковых» поляритонных мод, поскольку пороги их генерации по инверсии населённостей, вычисленные согласно линеаризованным уравнениям Максвелла-Блоха, лишь немного превышают или близки к указанным средним значениям $\langle \overline{n} \rangle$.

a





Рисунок 2.2.3 – Типичная установившаяся асимметричная квазимонохроматическая генерация сверхизлучающего лазера с симметричным резонатором Фабри-Перо. а) Асимметричные пространственные профили амплитуд поля $|\alpha_{\pm}|$ и поляризации $|p_{\pm}|$ встречных волн, инверсии населенностей n и амплитуды решётки инверсии населённостей $|n_z|$. b) Осциллограммы интенсивности встречных волн $|\alpha_{\pm}|^2$ на противоположных торцах и усредненной по образцу инверсии населённостей \overline{n} . c) Амплитудные спектры $|\alpha_{\pm}^{\omega}|$ полей на торцах лазера в зависимости от частоты отстройки $\Delta = (\omega - \omega_0)/v_c$. Точками показаны инкременты/декременты Г поляритонных мод, вычисленные при однородной инверсии населённостей n=0.05, равной её среднему установившемуся значению $\langle \overline{n} \rangle$ в нелинейном режиме. Лазер имеет обезразмеренную длину L=2, коэффициент отражения зеркал R=0.3, уровень накачки $n_p=1$, скорости релаксации поляризации $\Gamma_2 = 0.02$ и инверсии населённостей $\Gamma_1 = 0.01$ (нормированные на



Рисунок 2.2.4 – Сравнение результатов расчетов с использованием нелинейных (сплошная линия – численное моделирование) и линеаризованных (штриховая линия – аналитическое

решение) уравнений Максвелла-Блоха для нормированных отстроек частоты

 $\Omega' = (\operatorname{Re} \omega - \omega_0) / v_c$ центральной Ω'_0 и двух соседних $\Omega'_{\pm 1}$ поляритонных мод сверхизлучающего лазера от частоты рабочего перехода активных центров в зависимости от а) коэффициента отражения зеркал *R* для *L* = 2, *n_p* = 1; b) длины резонатора *L* для *R* = 0.3,

n_p =1; с) уровня накачки n_p для L =12, R = 0.3. Активная среда имеет времена релаксации поляризации Γ₂ = 0.02 и инверсии населенности Γ₁ = 0.01 (нормированные на кооперативную частоту). Точки и аппроксимирующие их линии представляют соответствующие зависимости частоты колебаний Раби, вычисленной для одной из встречных волн в области пика решётки инверсии населённостей, где амплитуды поля встречных волн одинаковы.

Спектральный анализ фигурирующих здесь поляритонных мод нетрудно провести на основе следующей приближенной формулы, полученной из характеристического и дисперсионного уравнений при малых уровнях инверсии населённостей $\langle \bar{n} \rangle \ll (\pi/2L)^2$ для мод с малым индексом *m*:

$$\Omega_m \simeq -i\Gamma_2 + \frac{\langle \overline{n} \rangle}{\kappa_m + i\Gamma_2} = \frac{m\pi \langle \overline{n} \rangle L}{(m\pi)^2 + (L\Gamma_2 + \ln R)^2} - i \left[\Gamma_2 + \frac{(L\Gamma_2 + \ln R) \langle \overline{n} \rangle L}{(m\pi)^2 + (L\Gamma_2 + \ln R)^2} \right].$$

Она качественно верна во всех исследованных нами случаях, хотя и не совсем точна для очень длинных лазеров при $L \ge 10$.

Представленный поляритонный спектр позволяет дать интерпретацию изложенных в результатов численного моделирования [A7], в том числе объяснить показанное на рисунке 2.2.4 (штриховые линии) поведение двух основных доминирующих частот нелинейных автоколебаний сверхизлучательного фазового состояния $\Omega_{\pm 1}^{'}$. Поляритонные резонансы высших мод с индексами $|m| \ge 2$ были бы возможны на частотах $\Omega_{m}^{'}$, превосходящих $\Omega_{\pm 1}^{'}$, только при $-\ln R > \pi \sqrt{2}$, т.е. при нереально малых коэффициентах отражения R < 0.01. В противном случае, т.е. на частотах $\Omega_{m}^{'}$ по величине меньших $\Omega_{\pm 1}^{'}$, высшие поляритонные резонансы трудно возбуждаемы, поскольку декремент мод $\Omega_{m}^{''} \equiv Im \Omega_{m}$ по величине значительно выше декремента $\Omega_{\pm 1}^{''}$, а достижение инкремента даже второй моды $m = \pm 2$ требуют трех-четырехкратного превышения инверсией населённостей $\langle \bar{n} \rangle$ значения, отвечающего порогу генерации первой моды $\Omega_{\pm 1}^{''} = 0$. Последний, по-видимому, близок к достижению лишь в одном из многочисленных примеров на рисунке 2.2.4, а именно, при L=12, R=0.3, $n_p=0.6$, когда $\langle \bar{n} \rangle = 1/70$.

В указанном варианте лазера (рисунок 2.2.4с) при снижении уровня накачки в 12 раз средняя установившаяся инверсия населённостей $\langle \bar{n} \rangle$ уменьшается примерно вдвое, а частота первой моды $\Omega_{\pm 1}^{'}$ уменьшается всего на треть. Это обстоятельство качественно объясняет наблюдаемое в моделировании небольшое уменьшение основной частоты автомодуляции сверхизлучательного состояния. Неожиданно слабое уменьшение частоты автомодуляции от 0.029 до 0.025 для варианта лазера с R = 0.3, $n_p = 1$ (рисунок 2.2.4b) при сокращении его длины в 20 раз объясняется, прежде всего, слабым уменьшением величины $\langle \bar{n} \rangle L$ за счет многократного (в 13 раз) роста фактора $\langle \bar{n} \rangle$ для величины $\Omega_{\pm 1}^{'}$. Наконец, двукратное уменьшение частоты автомодуляции для варианта лазера с L = 2, $n_p = 1$ (рисунок 2.2.4a) при уменьшении коэффициента отражения от зеркал в 6 раз вполне соответствует (по указанной выше формуле) увеличению значения $-\ln R$ в 4.5 раза при небольшом понижении величины $\langle \bar{n} \rangle$.

Во всех перечисленных случаях более детальная интерпретация полученных результатов моделирования требует, конечно, учета нелинейных эффектов и, в частности, изменения частоты колебаний Раби в области максимума инверсии населённостей и её решётки при изменении параметров лазера. Обнаруженная близость этой частоты Раби и частоты рассмотренного поляритонного резонанса указывает на связь двух названных колебательных явлений в нелинейной динамике сверхизлучательного состояния, выяснение которой выходит за рамки настоящей работы. Специального анализа заслуживает и возможность практического достижения требуемых параметров сверхизлучающего лазера, например, на основе многоямных гетероструктур с теми или иными экситонами, хотя принципиальная возможность реализации подобных лазеров не вызывает сомнений.

2.3. Бистабильность: переходы между двумя зеркально симметричными состояниями

Кроме рассмотренного режима автомодуляции асимметричных профилей поля, поляризации и инверсии населённостей, согласованных с решёткой инверсии населённостей, весьма характерным является режим «переключения» между двумя такими состояниями, симметричными друг с другом по отношению к центру резонатора $\zeta = 0$. Так численное моделирование динамики лазеров с указанными в разделах 2.1 и 2.2 параметрами показывает, что при учёте неоднородного уширения спектральной линии активной среды Δ_0 , равного по порядку величины однородному Γ_2 , даже при максимальной накачке $n_p = 1$ решётка инверсии населённостей значительно ослабевает (до $|n_z(\zeta)| < 0.3$) и генерация становится сильно

нестационарной, приобретая выраженный импульсный, пичковый характер. При этом асимметрия излучения сохраняется на временах длительностью ~ $(10-30)T_1$ (с отношением средних интенсивностей излучения из противоположных торцов лазера порядка 5) и довольно случайным образом за короткое время ~ T_1 происходит спорадическое переключение [A11, A12, A16] от преимущественного излучения вправо к преимущественному излучению влево или наоборот. Типичный пример такого бистабильного режима представлен на рисунке 2.3.1.



Рисунок 2.3.1 – Режим «переключения» в симметричном сверхизлучающем лазере с резонатором ФП с параметрами L = 2, R = 0.37, $n_p = 1$, $\Gamma_1 = 0.01$, $\Gamma_2 = \Delta_0 = 0.02$, $\Phi = 0$: a) осциллограммы интенсивностей полей встречных волн $I |a_{\pm}|^2$ на левом (красная линия) и правом (синяя линия) торцах и средней инверсии населённостей \bar{n} (пунктирная линия), б) пространственные профили амплитуд встречных волн поля $|a_{\pm}(\zeta)|$ и поляризации $|p_{\pm}(\zeta)|$ (сплошные линии) и инверсии населённостей $n(\zeta)$ и её решётки $|n_z(\zeta)|$ (штриховые линии) для момента времени $\tau \approx 5000$.

Пичковый режим, как видно, обусловлен импульсами сверхизлучения длительностью меньше или порядка обратной ширины спектральной линии ($\leq T_2, T_2^* = \Delta_0^{-1}$), многие из которых, особенно наиболее мощные, высвечиваются более или менее симметрично в обе стороны (рисунок 2.3.1a). Каждый импульс коллективного такой спонтанного излучения, инициированный когерентным полем, оставшимся в резонаторе, пусть и низкодобротном, после предыдущего импульса, формируется благодаря собственной сверхизлучательной неустойчивости ансамбля активных центров, несмотря на то что средний уровень их инверсии населённостей \overline{n} примерно на порядок меньше уровня накачки $n_p = 1$. Кроме того, на этапах достаточно устойчивого асимметричного высвечивания лазера по-прежнему наблюдается автомодуляция встречных волн поля и поляризации, рассмотренная в предыдущем разделе, и не очень сильные импульсы сверхизлучения усиливают её нерегулярность. В результате пространственные профили этих волн и согласованный с ними профиль решётки инверсии населённостей тоже оказываются довольно нерегулярными, хотя и сохраняют ярко выраженную постоянную асимметрию на длительных интервалах времени (рисунок 2.3.1б).

Однако в моменты высвечивания самых сильных импульсов сверхизлучения решётка инверсии населённостей деформируется и ослабляется в области своего максимума у одного из торцов лазера, поля встречных волн поля и поляризации немного симметризуются и благодаря их когерентным биениям формируется новая асимметричная решётка инверсии населённостей, которая более или менее с равной вероятностью может оказаться прижатой не только к прежнему, но и к противоположному торцу. В последнем случае происходит зеркальное «переключение» асимметричных структур поля, поляризации и инверсии населённостей, в результате которого ансамбль активных центров вместе с самосогласованным полем излучения оказывается новом, «зеркальном» метастабильном Такой процесс В состоянии. проиллюстрирован на рисунке 2.3.2, где в момент $\tau \approx 4400$ высвечивания сильного импульса сверхизлучения зеркальное «переключение» решётки не произошло несмотря на её разрушение, а в момент $\tau \approx 5700$ указанное «переключение» и смена метастабильного состояния под действием очень сильного импульса сверхизлучения реализовались, т.е. самосогласованная решётка инверсии населённостей после разрушения сформировалась у противоположного торца лазера.



Рисунок 2.3.2 – Пространственно-временная структура амплитуд встречных волн электромагнитного поля $|a_{\pm}(\tau,\zeta)|$ и амплитуды решётки инверсии населённостей $|n_{z}(\tau,\zeta)|$ для того же сверхизлучающего лазера с резонатором ФП, что на рисунке 2.3.1: а) амплитуда поля $|a_{+}|$ (выходящего из правого торца до момента «переключения» $\tau \approx 5700$), б) динамика решётки инверсии населённостей $|n_{z}(\tau,\zeta)|$, указывающая на разрушение последней в момент $\tau \approx 5700$ у одного торца и последующее спонтанное возникновение у другого торца; в) амплитуда поля $|a_{-}|$ (выходящего из левого торца после «переключения» – видна смена асимметрии генерации). Аналогичные исследования особенностей метастабильной асимметричной генерации и процесса зеркального «переключения» флуктуирующих несимметричных состояний поля, поляризации и инверсии населённостей были проведены на примере целого ряда сверхизлучающих лазеров с различными параметрами активных сред и низкодобротных резонаторов и подтвердили представленную выше качественную картину явления. Тем не менее его изучение только начинается и требует более систематического обследования допускающих его существование областей параметров сверхизлучающих лазеров.

2.4. Влияние параметров лазера и накачки на профили и динамику состояний активной среды

Последний раздел данной главы посвящён краткой характеристике режимов генерации симметричных сверхизлучающих лазеров для некоторых областей одних параметров, допускающих ту или иную асимметричную генерацию лишь в определённом интервале значений других. Прежде всего отметим, что согласно табл. 2 стационарная асимметричная генерация для исследованного в разделе 2.1 симметричного сверхизлучающего лазера с комбинированным резонатором ФП-РОС (см. рисунок 2.1.2) осуществляется и после изменения некоторых его параметров, например, замены величины коэффициента отражения зеркал с R = 0.2 на R = 0.37 или замены сдвига центра спектральной линии относительно частоты брэгговского резонанса с $\Phi = 0.7$ на $\Phi = 0$ (в том числе при уровне накачки $n_n = 0,75$, а не только $n_p = 1$). Вместе с тем, например, для значительно меньших или больших величин коэффициента отражения зеркал, R = 0.1 или R = 0.75, при прежних остальных параметрах лазера асимметричная генерация сопровождается «переключениями» между зеркальными бистабильными состояниями, т.е. уже не является стационарной, монохроматической. Другой пример – исчезновение явления спонтанного нарушения симметрии состояния того же лазера из раздела 2.1 с указанным выше параметром $\Phi = 0$ при введении значительной фазы коэффициента отражения зеркал $\varphi = -0.5$, превращающем генерацию в симметричную импульсную.

Таблица 2 – Примеры смены режимов асимметричной и симметричной генерации при перемене уровня накачки n_p, сдвиге центра спектральной линии относительно частоты брэгговского резонанса Φ, а также изменении амплитуды R и фазы φ коэффициента отражения зеркал в симметричном сверхизлучающем лазере с комбинированным резонатором ФП-РОС при следующих фиксированных параметрах: Γ₂ = 2Γ₁ = 0.02, Δ₀ = 0.002, L = 2, b = 1.

R	arphi	Φ	n_p	режим
0.2	0	0	1	Симметричная импульсная
0.2	0	0	0.1	Симметричная автомодуляция
0.2	0	0.7	1	Асимметричная стационарная
0.37	0	0.7	1	Асимметричная стационарная
0.1	0	0.7	1	Асимметричная с переключениями
0.75	0	0.7	1	Асимметричная с переключениями
0.37	0	0.5	1	Симметричная импульсная
0.37	0	0	1	Асимметричная стационарная
0.37	0	0	0.75	Асимметричная стационарная
0.2	-0.5	0	1	Симметричная импульсная
0.2	-0.5	0.36	1	Симметричная импульсная
0.2	-0.25	0.36	1	Симметричная стационарная
0.2	-0.25	-0.36	1	Симметричная импульсная

На рисунках 2.4.1 – 2.4.4 представлены некоторые результаты расчётов и изменение характеристик режима генерации симметричного сверхизлучающего лазера при изменении одного из его параметров: уровня накачки n_n, коэффициента отражения зеркал R, неоднородного уширения спектральной линии активной среды Δ_0 , коэффициента РОС β . Как асимметричный режим генерации, пусть метастабильный и/или с заметной вилно. автомодуляцией, реализуется в довольно широкой области перечисленных параметров. Полученные результаты позволяют отчасти проследить, как при изменении параметров симметричного резонатора и однородных активной среды и накачки происходит неравновесный фазовый переход [А16] от симметричных к асимметричным режимам генерации, возможно, одно- и многомодовым. В настоящее время, однако, ещё рано говорить о сколько-нибудь ясной и полной классификации возможных режимов асимметричной генерации даже в рассматриваемой простейшей модели лазера класса D, поскольку уже она содержит около десяти существенных лазерных параметров и их перебор с выполнением довольно трудоёмких численных расчётов составляет весьма объёмную и времязатратную работу.



Рисунок 2.4.1 – Влияние уровня накачки n_p на спонтанное нарушение симметрии генерации сверхизлучающего лазера с низкодобротным резонатором ФП с коэффициентом отражения зеркал R = 0.37 и длиной L = 2, заполненного активной средой с однородным уширением $\Gamma_2 = 2\Gamma_1 = 0.02$ и очень малым неоднородным уширением $\Delta_0 = 0.002$: а) интенсивность излучения $I |a_{\pm}|^2$ на левом (треугольники) и правом (кресты) торце лазера, кружками отмечено соотношение интенсивности с противоположных торцов лазера ($r = \max(|a_{\pm}|^2 / |a_{\mp}|^2)$); б) максимумы инверсии населённостей n (треугольники) и амплитуды решётки инверсии населённостей $n_z|$ (звездочки), а также их положения ζ_M (квадраты).



Рисунок 2.4.2 – Влияние коэффициента отражения зеркал *R* низкодобротного резонатора ФП на спонтанное нарушение симметрии генерации сверхизлучающего лазера длиной *L* = 2 при максимальном уровне накачки *n_p* = 1, заполненного активной средой с однородным уширением

 $\Gamma_2 = 2\Gamma_1 = 0.02$ и очень малым неоднородным уширением $\Delta_0 = 0.002$: панели а) и б) аналогичны рисунку 2.4.1, выделены области бистабильности с эффектом «переключения».



Рисунок 2.4.3 – Влияние неоднородного уширения спектральноцй линии активной среды Δ_0 на спонтанное нарушение симметрии генерации сверхизлучающего лазера с низкодобротным резонатором ФП с коэффициентом отражения зеркал R = 0.37 и длиной L = 2, заполненного активной средой с однородным уширением $\Gamma_2 = 2\Gamma_1 = 0.02$ при максимальном уровне накачки $n_p = 1$: а) и б) панели а) и б) аналогичны рисунку 2.4.1, выделены области бистабильности с эффектом «переключения».



Рисунок 2.4.4 – Влияние коэффициента РОС β неоднородного уширения активной среды на спонтанное нарушение симметрии генерации сверхизлучающего лазера с низкодобротным комбинированным резонатором ФП-РОС с коэффициентом отражения от зеркал R = 0.37 и длиной L = 2, заполненного активной средой с однородным уширением $\Gamma_2 = 2\Gamma_1 = 0.02$ и очень малым неоднородным уширением $\Delta_0 = 0.002$ при $\Phi = 0$ и максимальном уровне накачки $n_p = 1$: панели а) и б) аналогичны рис 2.4.1, выделены области бистабильности с эффектом «переключения».

В целом можно утверждать, что выявленный неравновесный фазовый переход при небольшим неоднородным уширением спектральной линии активной среды, возникающий благодаря формированию встречными волнами самосогласованной полуволновой решётки инверсии населённостей [A11, A12, A16, 193] при превышении определённого уровня накачки и приводящий к несимметричному излучению из симметричного низкодобротного резонатора, возможен в самых различных сверхизлучающих лазерах. Такие асимметричные режимы генерации могут самопроизвольно возникать, например, в сверхизлучающих гетеролазерах на экситонах в предельно узких квантовых ямах или в специальных протяженных ловушках для бозе-конденсации экситонов, а также полупроводниковых лазерах с примесными центрами или с сильно замагниченными квантовыми ямами. Исследование подобных самосогласованных нелинейно-волновых состояний электромагнитного поля и активной среды представляет фундаментальный интерес для физики многочастичных систем с сильным радиационным взаимодействием и может найти неожиданные применения в задачах оптической обработки и хранения информации, спектроскопии и диагностики различных сред.

В общем случае установившийся режим асимметричной генерации в симметричном резонаторе с симметрично распределёнными активной средой и накачкой может иметь

автомодуляционный характер, т.е. сопровождаться квазипериодическим или даже нерегулярным изменением пространственных профилей поля, поляризации и инверсии населённостей активной среды. Более того, при достаточно высоком уровне накачки нестационарная генерация асимметричных встречных волн может быть бистабильной, и в результате спонтанного переключения бистабильных состояний лазера могут меняться во времени отвечающие им средние интенсивность излучения и его корреляционные свойства, причем эти средние могут быть существенно различны для противоположных торцов лазера. Вопросы динамики такого рода генерации лазеров до сих пор остаются открытыми и заслуживают экспериментального и теоретического изучения. В частности, интересно проследить, как при изменении параметров симметричного резонатора и однородных активной среды и накачки происходит неравновесный фазовый переход от симметричных к асимметричным режимам генерации, возможно, одно- и многомодовым.

2.5. Выводы

Основные результаты представленных в данной главе исследований состоят в следующем.

Показана возможность спонтанного нарушения зеркальной симметрии пространственных профилей встречных волн электромагнитного поля, а также поляризации и инверсии населённостей уровней активной среды в установившемся квазимонохроматическом режиме генерации сверхизлучающего лазера с симметричным низкодобротным резонатором, происходящего благодаря создаваемой этими волнами нелинейной решётке инверсии населённостей.

Установлены особенности автомодуляции, связанные с биениями соседних поляритонных мод, и бистабильных переходов между двумя (зеркально симметричными друг другу) самосогласованными асимметричными состояниями поля, поляризации и инверсии населённостей уровней активной среды, которые характеризуются существенно различным излучением, выходящим из противоположных торцов сверхизлучающего лазера класса D с почти однородным уширением спектральной линии и низкодобротным симметричным резонатором. Проведено детальное сравнение дискретного спектра слабой автомодуляции и спектра поляритонных мод сверхизлучающего лазера с симметричным резонатором Фабри-Перо в режиме сильно нарушенной зеркальной симметрии генерации и выяснено, что доминирующие составляющие спектра обусловлены нелинейным возбуждением двух поляритонных мод с наименьшими декрементами. Отмечено, что возможные нелинейные сдвиги частот поляритонных мод и предсказываемый эффект возбуждения поляритонных

резонансов связаны с колебаниями Раби активных центров в области наибольшей амплитуды полуволновой решётки инверсии населённостей.

Глава 3. Параметрический когерентный механизм самосинхронизации мод в комбинированном резонаторе лазера класса С

В настоящей главе анализируются эффективное нелинейное (параметрическое) возбуждение и одновременное фазирование значительной части квазиэквидистантных мод, имеющие место, если межмодовое расстояние для последних примерно в целое число раз меньше разности частот двух наиболее добротных центральных мод лазерного спектра, расположенных по краям запрещённой фотонной зоны и обладающих наибольшими амплитудами. Данное явления связано с когерентными биениями двух указанных мод, которые могут быть сверхизлучательными, автомодуляционными или квазистационарными, но в любом случае оказывают существенное влияние четырёхволновое на взаимодействие синхронизующихся мод посредством резонансной нелинейной модуляции пространственновременной динамики поляризации и инверсии населённостей активной среды. Согласно сделанным оценкам. В частности. для лазерных многослойных гетероструктур субмонослойными квантовыми точками или яма-точками можно ожидать получения вполне стабильных последовательностей из сотен субпикосекундных импульсов без использования дополнительных устройств типа насыщающегося поглотителя или линзы Керра.

По существу, ниже проводится качественный анализ результатов численного моделирования одновременной генерации различных квазипериодических последовательностей импульсов в многомодовом сверхизлучающем лазере с непрерывной накачкой и самосинхронизацией части мод. Для типичных параметров сверхизлучающей активной среды с сильным неоднородным уширением спектральной линии на ряде характерных примеров комбинированных низкодобротных резонаторов Фабри-Перо с распределённой обратной связью волн (ФП-РОС) выясняются основные свойства динамических спектров генерируемых мод и особенности статистики формируемых ими импульсов. Рассмотрены лазеры как с существенно асимметричным, так и с почти симметричным спектром мод, который в наиболее интересном случае умеренного превышения порога генерации состоит ИЗ ДВУХ сверхизлучательных и большого числа квазистационарных мод и отвечает сравнимым по мощности последовательностям (i) цугов сверхизлучательных импульсов (ii) И солитоноподобных импульсов синхронизованных мод.

3.1. Динамические спектры генерации и параметрический резонанс биений нестационарных мод с биениями квазистационарных мод

Несмотря на низкую добротность резонатора ($T_E \leq T_2$), согласно разделам 1.2 и 1.3, действительные частоты холодных (при нулевой инверсии населённостей n=0) и соответствующих горячих (при $n = n_p$) мод линеаризованных уравнений Максвелла-Блоха практически совпадают и весьма точно определяют средние частоты не только квазистационарных, нестационарных (автомодуляционных но И сильно И даже сверхизлучательных) мод лазерной генерации в рассматриваемом случае сильного неоднородного уширения спектральной линии активной среды ($\Delta_0 = 1/(T_2^* \omega_c) \gg 1$). Вместе с тем, согласно [115, А2, А3, А4, А9], инкременты/декременты горячих мод, рассчитываемых для фиксированной инверсии населённостей $n = n_p$ при $n_z = 0$, позволяют лишь косвенно судить о количестве и амплитудах мод, вошедших в установившийся режим генерации при превышении порога $(n_p > n_L)$, поскольку не учитывают наличие нестационарных неоднородных профиля инверсии населённостей n(z,t) и её решётки $n_z(z,t)$, эффективно меняющих усиление волн под действием накачки и РОС. Существенными являются также нестационарные осцилляции Раби инверсии населённостей и поляризации активной среды, вызываемые имеющимися в резонаторе импульсами электромагнитного поля [114, 115, 153].

Фактически, нелинейное действие со стороны наиболее добротных и интенсивных сверхизлучательных мод приводит к довозбуждению ближайших по частоте мод (которые могут стать автомодуляционными и достаточно интенсивными), а вместе с ними – и более далёких по частоте и менее интенсивных мод, которые оказываются квазистационарными и не могли бы возбудиться в отсутствие нестационарной генерации указанных интенсивных мод. Несомненно, существенным фактором возбуждения мод на крыльях спектра является и возможный параметрический резонанс биений спектральных компонент соседних сверхизлучательных или автомодуляционных мод с биениями соседних квазистационарных мод, поскольку межмодовый интервал между всеми последними одинаков и близок к π/L . Так или иначе проведённые расчёты для широкого набора параметров комбинированных резонаторов показывают, что само существование большого числа квазистационарных мод в установившейся лазерной генерации, не говоря уже об их самосинхронизации, зависит от характера и уровня генерируемых сверхизлучательных мод.
Оставляя в стороне детали формирования подобной многомодовой генерации сверхизлучающего лазера, анализ связи спектра горячих мод с установившимся лазерным спектром и оценку его профиля и числа генерируемых мод, приведём показательные примеры начального этапа лазерной динамики в случаях симметричного (рисунок 3.1.1) и несимметричного (рисунок 3.1.2) спектра, отвечающих вариантам 1 и 2 из таблицы 3, где указаны параметры резонаторов, использованных в обсуждаемых далее расчётах характеристик установившейся генерации. Здесь и ниже демонстрационные расчёты приводятся практически для одной и той же сверхизлучающей активной среды с релаксационными параметрами $\Delta_0 \approx 13$, $\Gamma_2 \approx 3\Gamma_1 = 0,03$ и максимальной накачкой $n_p = 1$ (если не оговорено противное), а также величиной $\omega_c^2 \tilde{\varepsilon} / \omega_{21}^2 = 2,3 \cdot 10^{-6}$, отвечающей значению кооперативной частоты $\omega_c \sim 10^{-3} \omega_{21}$.

Таблица 3 – Основные безразмерные параметры низкодобротных комбинированных резонаторов Фабри-Перо с РОС встречных волн, использованные для моделирования лазерной генерации при непрерывной накачке сверхизлучающей активной среды: *L* – длина резонатора,

 β – коэффициент РОС, $Rexp(i\varphi)$ – коэффициент отражения зеркал, $b = \beta L$ – параметр РОС,

 π/L – межмодовый спектральный интервал, T_2/T_E – отношение времени некогерентной релаксации поляризации активной среды ко времени жизни фотона в наиболее добротной моде резонатора, $n_L \simeq (\omega_c^2 T_2^* T_E)^{-1} \equiv \Delta_0 \Gamma_E$ – оценка порога лазерной генерации. Строго говоря,

исследованные лазеры с резонаторами № 7 и № 11 относятся к классу С, а с остальными

резонаторами – к классу D, хотя для всех рассматриваемых лазеров $T_2 \sim T_E$.

№	L	β	Re ^{iφ}	b=βL	π/L	T_2/T_E	$n_L \simeq \Delta_0 \Gamma_E$
1	18	0.04	$0.17 e^{i\pi/2}$	0.72	0.17	2.3	0.82
2	18	0.04	0.17	0.72	0.17	2.4	0.85
3	20	0.125	$0.1 e^{i\pi/2}$	2.5	0.15	1.07	0.42
4	20	0.125	0.1	2.5	0.15	1.05	0.41
5	20	0.1	$0.1 e^{i\pi/2}$	2	0.15	1.33	0.52
6	20	0.086	0.15	1.73	0.15	1.36	0.53
7	20	0.25	0.2	5	0.15	0.34	0.13
8	22.5	0.04	$0.1 e^{i\pi/2}$	0.9	0.14	2.02	0.78
9	25	0.01	$0.1 e^{i\pi/2}$	0.25	0.125	2.64	1
10	25	0.04	$0.1 e^{i\pi/2}$	1	0.125	1.71	0.67
11	25	0.2	$0.1 e^{i\pi/2}$	5	0.125	0.35	0.14



Рисунок 3.1.1 – Начальный этап генерации с почти симметричным спектром в сверхизлучающем лазере с резонатором № 1 из таблицы 3. Для левого торца $\zeta = -L/2$ показаны динамические спектры а) поляризации активных центров | $p_{-}(\Delta, \tau)$ | и б) инверсии населенностей их уровней $n(\Delta, \tau)$, а также в) осциллограммы интенсивности огибающих поля сверхизлучательных мод I_{SR} спектральных каналов $-0.25 < \Delta < 0$ и $0 < \Delta < 0.25$, а также полного излучения лазера I (серая линия 1).



Рисунок 3.1.2 – Начальный этап генерации с асимметричным спектром в сверхизлучающем лазере с резонатором № 2 из таблицы 3. Для левого торца $\zeta = -L/2$ показаны динамические спектры а) поляризации активных центров | $p_{-}(\Delta, \tau)$ | и б) инверсии населенностей их уровней $n(\Delta, \tau)$, а также в) осциллограммы интенсивности огибающих поля сверхизлучательных мод I_{SR} спектральных каналов $-0.4 < \Delta < 0$ (2) и $0 < \Delta < 0.27$ (3) и полного излучения лазера I (серая линия 1).

Как соответствующее симметричное и несимметричное расширение ВИДИМ, динамического спектра поляризации (рисунки 3.1.1а и 3.1.2а) и инверсии населённостей (рисунки 3.1.16 и 3.1.26) происходит от более интенсивных центральных мод к менее интенсивным боковым сопровождается формированием квазипериодических И последовательностей из цугов импульсов коллективного спонтанного излучения Дике, создаваемых сверхизлучательными модами, (рисунки 3.1.1в и 3.1.2в) и из проходящих через зеркала частей сложно устроенного полевого комплекса (ещё не солитоноподобного), обегающего резонатор и образованного синхронизовавшейся частью квазистационарных мод. В областях пиков интенсивности сверхизлучательных мод усиливается возбуждение ближайших к ним мод, которое постепенно достигает мод, всё дальше отстоящих по частоте от центра спектра. Следует отметить, что намеренно некорректное численное моделирование и формирования, и установившейся лазерной генерации при формальном обнулении решётки инверсии населённостей ($n_{z} = 0$) показывает, что последняя значительно влияет на параметры, взаимное расположение и корреляционные свойства импульсов в последовательностях, отвечающих различным модам, прежде всего за счёт изменения фазовых соотношений между ними и в меньшей степени за счёт изменения интенсивностей мод, которые могут как возрастать, так и убывать при учёте этой решётки в корректном моделировании.

В общем случае установившийся спектр лазера является несимметричным и при интересующем нас достаточном, но не слишком сильном превышении накачкой порога генерации *n*, содержит по крайней мере одну-две сильно нестационарные сверхизлучательные моды, немного близких к ним по частоте автомодуляционных мод и обычно значительное число квазистационарных мод на крыльях генерируемого спектра. Естественно, число мод разного типа зависит от уровня накачки и от параметров резонатора, в частности, как уже отмечалось в работе [А4] на примере асимметричного спектра генерации, оно возрастает в условиях достаточно выраженного параметрического резонанса биений каких-либо компонент двух уширенных центральных сверхизлучательных или автомодуляционных мод с биениями пар соседних квазистационарных, квазимонохроматических мод, когда межмодовый интервал для последних примерно вдвое меньше разности частот между какими-либо компонентами двух центральных мод, «раздвинутых» по спектру благодаря имеющейся запрещённой фотонной зоне. Примеры симметричного и асимметричного спектров установившейся генерации при наличии такого параметрического резонанса представлены соответственно на рисунках 3.1.3а, в и рисунках 3.1.4а, б, отвечающих вариантам резонатора 1, 8 и 2, 4 из таблицы 3, как обычно в данной работе, при $n_p = 1$.



Рисунок 3.1.3 – Варианты почти симметричных спектров установившейся генерации сверхизлучающего лазера. Сопоставление инкрементов/декрементов Г горячих мод лазера (кружочки 3) с фактическим амплитудным | S_w | (черные столбики 1) и фазовым Arg(S_w) (голубые линии 2) спектром излучаемого поля для трёх вариантов резонаторов из таблицы 3: а) № 1; б) № 5; в) № 8. Штриховой линией показан уровень декремента –Г₂ = -0.03.



Рисунок 3.1.4 – Варианты асимметричных спектров установившейся генерации. Овалами отмечены области спектра с наиболее эффективной синхронизацией мод.
а) Амплитудный | S_ω | (черные столбики 1) и фазовый Arg(S_ω) (голубая линия 2) спектры излучаемого поля для параметров резонатора № 2 из таблицы 3.
Сопоставление инкрементов/декрементов Г горячих мод лазера (кружочки 2) с фактическим

амплитудным | *S*_ω | спектром (черные столбики 1) излучаемого поля для двух вариантов резонаторов из таблицы 3: б) № 4; в) № 7. Штриховой линией показан уровень декремента $-\Gamma_2 = -0.03$.

Проверочные расчёты показали, что в этих вариантах при меньшем уровне накачки начиная примерно с $n_p = 0.75$ присутствуют только две центральные сверхизлучательные моды, являющиеся сильно нестационарными, а при ослаблении накачки n_p до значения вблизи n_L на их месте в генерации остаются лишь одна-две автомодуляционные моды с умеренной нестационарностью, зависящей от уровня накачки. При достаточно высоком уровне накачки, возбуждающей много мод, имеет место влияние указанного параметрического резонанса на ширину спектра, занятого квазистационарными модами. Оно установлено численно, в частности, путём анализа почти симметричных спектров генерации при увеличении коэффициента РОС β (см. варианты 9-11 таблицы 3), приводящем, правда, не только к росту

ширины запрещённой фотонной зоны комбинированного резонатора и его добротности, но и к изменению интенсивности и спектрального уширения наиболее добротных нестационарных мод лазерного излучения.

3.2. Особенности спектра и самосинхронизации мод в несимметричных резонаторах

Каждая из сильно нестационарных сверхизлучательных мод лазера при постоянной накачке создаёт свою квазипериодическую последовательность цугов импульсов коллективного спонтанного излучения Дике активных центров, имеющих парциальные частоты в спектральной полосе данной моды. Эти цуги могут обладать сложной формой, меняющейся от цуга к цугу, благодаря дополнительному фазированию активных центров с парциальными частотами в разных частях этой полосы под действием созданного ими общего электромагнитного поля, ведущего к осцилляциям Раби в инверсии населённостей и согласованной с ними сложной собственной динамике спектральной плотности поляризации среды; см. примеры на рисунке 3.2.1 для вариантов 2 и 3 из таблицы 3 (см. также разделы 3.3 и 3.4, где обсуждаются динамические спектры для других вариантов резонатора). По определению сверхизлучательного процесса, подобные импульсы и их цуги являются очень короткими, с длительностью меньше или порядка времени некогерентной релаксации поляризации активной среды T₂, и спектр их поля простирается на несколько или даже много соседних мод, влияя на амплитуду и фазу последних, т.е. обеспечивая нелинейное взаимодействие мод и возможность их самофазировки. Максимальная величина частоты Раби таких импульсов может достигать и даже превышать величину межмодового интервала квазимонохроматических мод ($I^{1/2} \sim \pi/L$, т.е. $\omega_R \sim \pi (c/\sqrt{\overline{\varepsilon}})/B$, для приводимых ниже примеров сверхизлучательных импульсов), так что осцилляции Раби могут влиять на синхронизацию этих мод и модулировать связанные с ними импульсы.



Рисунок 3.2.1 – Примеры установившейся генерации сверхизлучающего лазера. Для торца лазера показаны асимметричный и почти симметричный динамические спектры, соответственно, а) поляризации активных центров | *p*_(Δ, τ) | для резонатора № 2 и б) инверсии населенностей уровней *n*(Δ, τ) для резонатора № 3 из таблицы 3.

Периоды следования цугов импульсов для таких последовательностей, созданных различными сверхизлучательными модами, тоже могут быть различными, зависящими от интенсивности и степени нестационарности мод, но по порядку величины определяются временем Т₁ создания накачкой значительной инверсии населённостей, начинающегося от низкого, возможно отрицательного, значения сразу после предыдущего импульса и кончающегося высоким значением, заметно превосходящим среднюю величину инверсии населённостей в спектральной полосе данной моды. Хотя согласно известным результатам моделирования подобные численного процессы создания непрерывной накачкой последовательностей цугов импульсов сверхизлучения в спектральных полосах даже соседних сверхизлучательных мод во многом проходят независимо [А2, А3, А10, 114, 115], при близких характеристиках мод и, следовательно, близких периодах следования создаваемых ими, похожих друг на друга огибающих цугов последние могут испытывать заметное взаимовлияние и подстраиваться друг к другу. Сказанное особенно характерно для почти симметричных спектров установившейся лазерной генерации, обсуждаемых ниже, и в случае наличия всего двух сверхизлучательных мод может приводить, в зависимости от параметров резонатора и вида установившегося спектра, к существенно не синфазному и даже почти противофазному следованию цугов в соседних последовательностях, как это продемонстрировано на рисунке 3.2.2 для варианта резонатора 10 из таблицы 3.

Более того, в общем случае, независимо от асимметрии лазерного спектра, при наличии двух существенно нестационарных мод (сверхизлучательных или автомодуляционных) на краях запрещённой фотонной зоны биения создаваемых ими даже разнопериодных импульсных последовательностей могут заметно влиять на фазы и, следовательно, на синхронизацию полей квазистационарных мод на крыльях спектра генерации (см. [A4, 115]). Согласно проведённым нами численным расчётам, получающаяся в результате самосинхронизация групп мод может иметь место как на одном, так и на обоих крыльях генерируемого спектра, создавая одну, две или даже несколько независимых последовательностей импульсов, которые имеют солитоноподобный вид и следуют с периодом, примерно равным периоду обхода резонатора.





Соответствующие примеры ряда параллельных последовательностей импульсов, созданных разными по характеру модами, представлены на рисунке 3.2.3 для вариантов 2 и 6 из таблицы 3 и на рисунке 3.2.4 для вариантов 4 и 7 из таблицы 3, причём все эти варианты отвечают сильно асимметричному спектру лазера.



Рисунок 3.2.3 – Варианты установившейся генерации с асимметричным спектром. Осциллограммы интенсивности полей сверхизлучательной и автомодуляционной мод I_{SR} (левый столбец) и самосинхронизованных мод I_{ML} (правый столбец) на левом торце ζ = −L/2 сверхизлучающего лазера с вариантами резонаторов № 2 (верхняя строка) и № 6 (нижняя строка, n_p = 0.9) из таблицы 3. На фоне осциллограммы интенсивности излучения лазера I

(серая линия 1) показаны осциллограммы интенсивности: а) огибающих поля сверхизлучательной и автомодуляционной мод I_{SR} спектральных каналов $-0.4 < \Delta < 0$ (2) и $0 < \Delta < 0.27$ (3); б) полей самосинхронизованных мод I_{ML} спектральных областей $\Delta < -1.3$ (2) и $\Delta > 1.1$ (3), отмеченных на рисунке 4a овалами 3 и 4, соответственно; в) огибающих поля сверхизлучательных мод I_{SR} спектральных каналов $-25 < \Delta < 0$ (2) и $0 < \Delta < 0.27$ (3) и г) поля самосинхронизованных мод I_{ML} спектральной области $\Delta > 1.2$ (2).



Рисунок 3.2.4 – Варианты установившейся генерации с асимметричным спектром.
Осциллограммы интенсивности полей сверхизлучательной и автомодуляционной мод I_{SR}
(левый столбец) и самосинхронизованных мод I_{ML} (правый столбец) на левом торце ζ = −L/2 сверхизлучающего лазера с вариантами резонаторов № 4 (верхняя строка) и № 7 (нижняя строка) из таблицы 3. На фоне осциллограммы интенсивности излучения лазера I (серая линия 1) показаны осциллограммы интенсивности: а) I_{SR} огибающих поля сверхизлучательной и автомодуляционной мод спектральных каналов −25 < Δ < 0 (2) и 0 < Δ < 0.3 (3); б) I_{ML} поля самосинхронизованных мод спектральной области Δ > 0.7 (2), отмеченной на рисунке 3.1.4 (6) овалом; в) I_{ML} поля самосинхронизованных мод спектральной области Δ > 5.2 (2), отмеченной на рисунке 3.1.4 (г) овалом 4.

Выделение последовательностей солитоноподобных проводилось импульсов с использованием обратного преобразования Фурье для соответствующей области спектра лазерного излучения, занимаемой синхронизованной частью квазистационарных мод, т.е. всеми модами за исключением сверхизлучательных, ближайших к ним автомодуляционных и части квазистационарных мод, которые оказались подверженными большему нерегулярному, близлежащих флуктуационному воздействию стороны нестационарных co (сверхизлучательных) мод или общего квазинепрерывного поля излучения лазера. В

зависимости от параметров резонатора и накачки, средние интенсивности (мощности) различных последовательностей импульсов сверхизлучательных и самосинхронизованных мод могут быть сравнимы или заметно отличаться, а суммарная средняя интенсивность (мощность) импульсной компоненты лазерного излучения может быть того же порядка величины или даже больше, чем средняя интенсивность (мощность) его квазинепрерывной, не сильно меняющейся компоненты, обусловленной квазистационарными несинхронизованными, автомодуляционными и отчасти сверхизлучательными модами.

Более интенсивные и более стабильные последовательности солитоноподобных импульсов самосинхронизованных мод возникают в указанных в разделе 3.1 условиях параметрического резонанса двух рассматриваемых нестационарных (сверхизлучательных или автомодуляционных) мод с рядом пар соседствующих синхронизованных квазистационарных мод. Тогда запускается параметрический механизм раскачки сфазированных биений пар соседних квазимонохроматических мод [A4, A5] на межмодовой частоте π/L под действием колебаний инверсии населенностей уровней резонансно взаимодействующих с ними активных центров, возбуждаемых биениями двух указанных нестационарных мод примерно на удвоенной частоте $2\pi/L$. В значительной мере этот механизм работает уже в представленных вариантах 2, 4, 6, 7 из таблицы 3 с асимметричным спектром лазера, однако сильнее и многообразнее он может выражаться в вариантах с почти симметричным лазерным спектром 1, 3, 5, 8, 10, когда возможна взаимная (хотя и довольно неустойчивая) фазировка двух и более групп синхронизованных мод даже на противоположных крыльях лазерного спектра, как это показано в следующем разделе.

Только для трёх вариантов 7, 9, 11 из таблицы 1 условие параметрического резонанса в явном виде не выполнено и параметрическая синхронизация квазистационарных мод невозможна, а внутрирезонаторный солитоноподобный импульс не образуется. Для варианта 9 запрещённая фотонная зона практически отсутствует вследствие малой величины параметра POC $b = \beta L$, определяющего интегральный коэффициент отражения всей брэгговской структуры резонатора (b=1/4), так что межмодовый интервал π/L не вдвое, а лишь немного меньше разности частот двух центральных наиболее интенсивных мод, имеющих к тому же слабо выраженный автомодуляционный характер. Для варианта 11, напротив, запрещённая фотонная зона слишком велика вследствие большой величины параметра РОС b=5 и превышает межмодовый интервал π/L в несколько раз (как и для варианта 7), так что две центральные наиболее интенсивные наиболее интенсивные слабо водействуют на соседние квазимонохроматические моды.

Конечно, наряду с параметрическим эффектом, синхронизации части квазистационарных мод, попадающих в область широкого динамического спектра импульсов сверхизлучения,

способствует образование последними провалов инверсии населённостей, которые при подходящем циркулировании по резонатору солитоноподобного импульса могут предотвращать нежелательное развитие возмущений, разваливающих его, т.е. препятствовать расфазировке образующих его мод. Однако последний эффект ещё не исследовался и вряд ли самостоятельно может привести к формированию долгоживущего внутрирезонаторного солитоноподобного импульса в сколько-нибудь значительной области параметров лазера, особенно с учётом неизбежного наличия осцилляций Раби, способных в определённых условиях сильно влиять на нелинейное взаимодействие квазистационарных мод и устойчивость их синхронизации.

3.3. Конкуренция солитоноподобных импульсов частично синхронизованных мод в симметричных резонаторах

Как отмечено выше, в вариантах с почти симметричным спектром синхронизоваться друг с другом благодаря параметрическому резонансу могут квазистационарные моды на противоположных крыльях спектра [А4], т.е. по разные стороны от запрещённой фотонной зоны, образуя в результате единый солитоноподобный импульс, обегающий резонатор и обуславливающий единую последовательность импульсов лазерного излучения. При этом, как проиллюстрировано на рисунке 3.3.1 для варианта 1 и на рисунке 3.3.2 для варианта 8 из таблицы 3, основополагающим является то обстоятельство, что последовательности цугов импульсов двух сверхизлучательных мод тоже синхронизуются между собой (в обоих вариантах почти противофазно) и образуют другую, более длиннопериодную, единую последовательность цугов импульсов, сравнимых по интенсивности с солитоноподобными импульсами, создаваемыми синхронизованными квазистационарными модами. Обе последовательности являются весьма регулярными (по крайней мере на временах порядка 10 -100 периодов обхода резонатора), поскольку соседние цуги импульсов сверхизлучения хоть и не сильно, но систематически перекрываются и интерферируют, а следовательно, создают биения электромагнитного поля и инверсии населённостей на частоте $\approx 2\pi/L$, требуемые для эффективного параметрического воздействия на достаточно близко расположенные пары соседних квазистационарных мод, имеющих межмодовый интервал $\approx \pi/L$. Для этих мод не только полные (вычисленные для большого интервала времени), но и динамические спектры поля, поляризации и инверсии населённостей оказываются практически симметричными, т.е. одинаковыми на левом и правом крыльях (рисунках 3.3.1в, 3.3.26 при $|\Delta| > 0,5$).



Рисунок 3.3.1 – Пример установившейся генерации с почти симметричным полным спектром и почти антисимметричным динамическим спектром сверхизлучательных мод в лазере с резонатором № 1 из таблицы 3. а) Осциллограммы интенсивности огибающих поля *I_{SR}* двух сверхизлучательных мод спектральных каналов –0.25 < Δ < 0 (2) и 0 < Δ < 0.25 (3) на фоне осциллограммы интенсивности *I*⁽¹⁻²⁾ их общего поля (серая линия 1), найденного путём суперпозиции полей первых двух ПВКЭОФов [А3, А4], описывающих пространственную динамику двух сверхизлучательных мод на левом торце *ζ* = -*L*/2. б) Осциллограммы интенсивности полей *I_{ML}* частично самосинхронизованных квазистационарных мод с
частотами |Δ|>1, включающими оба крыла лазерного спектра, на левом *ζ* = -*L*/2 (1) и правом *ζ* = *L*/2 (2) торцах. в) Динамический спектр поляризации активных центров | *p*₋(Δ, τ) | на левом торце лазера *ζ* = -*L*/2 (ср. спектр поля на рисунке 3.1.3а).



Рисунок 3.3.2 – Пример установившейся генерации с почти симметричным полным спектром и почти антисимметричным динамическим спектром сверхизлучательных мод в лазере с резонатором № 8 из таблицы 3. Для левого торца ζ = -L/2 показаны: а) осциллограммы интенсивности огибающих поля I_{SR} двух сверхизлучательных мод спектральных каналов -0.2 < Δ < 0 (2) и 0 < Δ < 0.2 (3) на фоне осциллограммы интенсивности излучения лазера I (серая линия 1); б) динамический спектр инверсии населенностей уровней n(Δ, τ) активных центров (ср. спектр поля на рисунке 3.1.3в); а) осциллограммы интенсивности полей I_{ML} самосинхронизованных квазистационарных мод с частотами Δ < -1 левого крыла спектра (1) (практически совпадающей с интенсивностью поля мод с частотами Δ > 1) и

самосинхронизованных квазистационарных мод с частотами |∆|>1, включающими оба крыла лазерного спектра (2).

Для рассматриваемых параметров сверхизлучающей среды и комбинированных резонаторов типичные энергосодержания последовательностей импульсов синхронизованных и сверхизлучательных мод составляют 10-30%, периоды следования определяются удвоенной длиной резонатора $\tau_{round} \approx 2L$ (т.е. порядка или даже меньше продолжительности цуга импульсов сверхизлучения) и в 3-5 раз большей величиной соответственно, а длительности солитоноподобных импульсов и цугов импульсов сверхизлучения оказываются в несколько раз короче указанных соответствующих периодов следования. Заметим, что в установившейся генерации в зависимости от параметров активной среды, накачки и резонатора следование цугов импульсов двух сверхизлучательных мод может существенно отличаться от противофазного (хотя во всех проведённых расчётах не было близко к синфазному). Тогда соответствующие динамические спектры этих мод будут существенно отличаться от антисимметричных (ср. рисунки 3.3.1в, 3.3.26 при $|\Delta| < 0,5$), а амплитуды и ширины их спектров, вычисленных на временах с большим числом периодов следования, будут значительно различаться (несмотря на равенства как инкрементов, так и величин частотных отстроек от центра запрещённой фотонной зоны, имеющие место для двух горячих мод лазера, соответствующих двум сверхизлучательным модам). Указанное обстоятельство, с одной стороны, усиливает перекрытие импульсов сверхизлучательных мод и, следовательно, их параметрическое воздействие на остальные квазистационарные моды, а с другой стороны, обуславливает некоторую асимметрию спектра последних и, следовательно, отличие соответствующих солитоноподобных импульсов, создаваемых группами синхронизованных мод на левом и правом крыльях спектра генерации. В подобных условиях, как правило, установившаяся генерация оказывается не строго регулярной или квазипериодической и демонстрирует медленную модуляцию и биения солитоноподобных импульсов с характерным временем порядка десятков периодов обхода резонатора (см. также главу 4), при этом амплитуда последних может быть многократно выше амплитуды импульсов сверхизлучения.

Для всех рассмотренных вариантов таблицы 3, кроме указанных 7, 9 и 11, было продемонстрировано, что при изменении параметров резонатора и/или накачки, исключающем возможность такого параметрического резонанса, т.е. нарушающем двукратное отличие средней межмодовой частоты квазистационарных мод от разности частот каких-либо компонент двух сверхизлучательных мод (с учётом уширения спектра последних благодаря их нестационарности), существенно уменьшается число генерируемых квазистационарных мод и становится малоэффективной их синхронизация, а образуемый ими импульс теряет солитоноподобную форму и оказывается сильно переменным, флуктуирующим. Последнее может быть связано, в частности, с наличием слабоустойчивой или эпизодической

синхронизации небольших групп квазистационарных мод, в том числе на одном и том же крыле спектра генерации.

Упомянутое примерно двукратное отличие периода биений сверхизлучательных мод [A4 – A6, A13, A14] и периода биений пары соседних квазимонохроматических мод, а также другие существенные особенности установившейся многомодовой генерации позволяет выявить анализ динамических спектров поляризации $p_{-}(\Delta, \tau)$ (см. рисунки 3.2.1a, 3.3.1в) и инверсии населённостей $n(\Delta, \tau)$ (см. рисунки 3.2.1f, 3.2.2, 3.3.26, 3.3.3a,б), которые для определенности взяты на краю активной среды и получены моделированием лазерной динамики для вариантов 1-3, 5, 8, 10 из таблицы 3. (Для определённости мы рассматриваем преимущественно динамические спектры инверсии населённостей, а не поля и поляризации, которые дают во многом аналогичную информацию.) Отметим, прежде всего, широкие по частоте и хорошо локализованные по времени провалы инверсии населённостей до почти нулевых значений, вызванные выходящими из лазера импульсами поля сверхизлучательных мод и невозможные в обычных лазерах с высокодобротными резонаторами, когда $T_2 \ll T_E$. Эти провалы отслеживают одну или две квазипериодические последовательности цугов импульсов сверхизлучения соответствующих одной или двух наиболее добротных мод (на краях запрещённой фотонной зоны) с периодами следования в диапазоне $\tau_{SR} \sim 150-250$.



Рисунок 3.3.3 – Пример установившейся генерации с почти симметричным полным спектром в сверхизлучающем лазере с резонатором № 5 из таблицы 3. а) и б) Динамические спектры инверсии населенностей уровней $n(\Delta, \tau)$ для двух уровней накачки $n_p = 0.75$ и $n_p = 1$

(ср. спектр поля на рисунки 3.1.36). Для наибольшей накачки $n_p = 1$ показаны: в) осциллограммы интенсивности полей I_{ML} самосинхронизованных квазистационарных мод с частотами $\Delta < -1$ левого крыла спектра на левом $\zeta = -L/2$ (1) и правом $\zeta = L/2$ (2) торцах; г) осциллограммы интенсивности полей I_{ML} на левом торце $\zeta = -L/2$ самосинхронизованных квазистационарных мод с частотами $\Delta < -0.25$ левого (1) и $\Delta > 0.25$ правого (2) крыла спектра; д) осциллограммы интенсивности огибающих поля I_{SR} двух сверхизлучательных мод спектральных каналов $-0.25 < \Delta < 0$ (2) и $0 < \Delta < 0.25$ (3) на фоне осциллограммы интенсивности излучения лазера I (серая линия 1) на левом торце $\zeta = -L/2$.

Пересекающиеся во времени импульсы сверхизлучения вызывают глубокие биения инверсии населённостей в области нахождения нескольких соседних квазистационарных мод на частоте, примерно вдвое превышающей их межмодовый интервал, что и обуславливает возникновение указанной выше параметрической когерентной синхронизации мод. В итоге возбуждаемые таким образом моды, связанные комбинационным четырехволновм взаимодействием за счёт нелинейности активной среды, образуют бегающий по резонатору солитоноподобный импульс когерентных поля и поляризации, проявляющийся в хорошо различимой на рисунках 3.2.16, 3.2.2, 3.3.26, 3.3.3а,б модуляции инверсии населённостей с периодом обхода резонатора, т.е. с циклической частотой $1/\tau_{round} \simeq 1/(2L)$, в областях спектра, далеко отстоящих от сверхизлучательных мод.

Следуя работе [A2], мы провели корреляционный анализ результатов численного моделирования генерируемых сверхизлучающим лазером полей и показали, что получающиеся во всех вариантах таблицы 3 внутрирезонаторные солитоноподобные импульсы могут быть вполне стабильны на временах порядка десятков, а в ряде случаев и сотен периодов обхода резонатора (см. также следующий раздел и главу 4). В этих особых случаях стабильному существованию солитоноподобного импульса, по-видимому, способствует его обратное воздействие на импульсы коллективного спонтанного излучения Дике, точнее, их инициирование, обуславливающее примерную кратности среднего периода τ_{sR} следования импульсов сверхизлучательных мод периоду обхода резонатора $\tau_{round} \approx 2L$. Подобную кратность с индексом порядка нескольких единиц можно установить сравнением обсуждавшихся выше динамических спектров инверсии населённостей рабочих уровней активной среды (см. рисунки 3.2.16, 3.2.2, 3.3.26, 3.3.36). Кроме того, стабилизации солитоноподобных импульсов при определённых условиях могут способствовать вызываемые ими осцилляции Раби.

3.4. Сравнительный анализ качества синхронизации мод и солитоноподобных импульсов для лазеров с различными параметрами

Полученные выше результаты являются продолжением предшествующих работах (см., прежде всего, [A2 – A4, A17, 114, 115, 154]) и показывают, что за счёт изменения параметров низкодобротного резонатора и активной среды многомодовый сверхизлучающий лазер класса D или C предоставляет широкие возможности одновременной генерации нескольких различных квазипериодических последовательностей импульсов излучения, обусловленных как

отдельными сильно нестационарными сверхизлучательными модами, так и группами частично синхронизованных квазистационарных мод, возникающими благодаря их нелинейному взаимодействию со сверхизлучательными или автомодуляционными модами. Такой необычный режим возможен в отсутствие каких-либо специальных приспособлений для синхронизации мод, т.е. без использования дополнительных нелинейных элементов или внешнего воздействия на активную среду, однородно заполняющую резонатор. Режим связан не только с известными осцилляциями Раби инверсии населённостей и поляризации активной среды, но и с ранее не использовавшимся параметрическим эффектом биений двух сверхизлучательных и/или автомодуляционных мод с периодом, который в целое число раз, а лучше всего вдвое меньше периода обхода резонатора солитоноподобным импульсом, образованным синхронизованными квазистационарными модами. Ближайший аналог предложенного нами режима в случае двух разнопериодных последовательностей импульсов дают недавно рассмотренные режимы пассивной синхронизации мод в волоконных лазерах класса В со свободной пичковой генерацией [152, 155 – 157] или с использованием разнесённых по частоте каналов генерации с разной нелинейностью и/или диссипацией, ср. [151, 152, 158 – 162].

Проведённый качественный анализ физических особенностей указанного режима генерации в условиях эффективного нелинейного параметрического взаимодействия мод, фактически обусловленного когерентной динамикой поляризации активной среды, представляет интерес не только для физики ещё малоизученных лазеров класса D и C, но прежде всего для физики неравновесных многочастичных систем, а именно, распределённых систем двухуровневых активных центров с радиационным взаимодействием, усиленным низкодобротным резонатором. Особое внимание должно быть уделено сравнительному анализу весьма показательных случаев сильно асимметричного и практически симметричного спектра генерации сверхизлучающей среды в комбинированном резонаторе ФП-РОС, представленного двумя центральными сверхизлучательными модами на краях брэгговской запрещённой фотонной зоны резонатора и одним или двумя спадающими крыльями, образованными большим числом квазистационарных мод. В обоих случаях в определённом интервале уровней накачки в установившемся режиме могут генерироваться по крайней мере две разнопериодные последовательности – одна из цугов сверхизлучательных импульсов, создаваемых по очереди двумя центральными модами благодаря коллективному спонтанному излучению Дике (т.е. обычно идущих попеременно, нередко почти в противофазе), а другая из солитоноподобных импульсов, обходящих резонатор и сформированных частично синхронизованными модами на крыльях спектра. Представленная в разделе 3.1 таблица 3 иллюстрирует некоторые возможности указанного сравнительного анализа разных режимов генерации сверхизлучающего лазера, меняющихся при изменении его параметров. В рамках проведённых

исследований изучались и сравнивались характеристики подобных режимов генерации ряда лазеров со значительно более сильным отличием параметров (см. также главу 4).

Для примера продемонстрируем результаты обработки данных численных расчётов динамики сверхизлучающего лазера, демонстрирующего практически симметричные спектры генерации при следующих параметрах: длина лазера L = 25, коэффициенты отражения зеркал R = 0.1 (с фиксированной фазой $\varphi = \pi/2$), неоднородное уширение спектральной линии $\Delta_0 = 13$ (с нулевым сдвигом $\Phi = 0$), скорости релаксации поляризации $\Gamma_2 = 0.03$ и инверсии $\Gamma_1 = 0.01$, максимальный уровень накачки $n_p = 1$. Прежде всего будем интересоваться зависимостью свойств излучения лазера от коэффициента РОС, т.е. от полуширины эффективной запрещённой фотонной зоны, и в целях иллюстрации используем результаты расчётов для четырёх значений ЭТОГО коэффициента связи встречных волн: $\beta = 0.01; 0.04; 0.2; 0.4$. Соответствующие значения параметра РОС и скорости релаксации поля пары центральных наиболее добротных мод холодного резонатора равны: $\beta L = 0.25; 1; 5; 10$ и $\Gamma_{E} \approx 0.08; 0.05; 0.01; 0.0034$. В первых трёх случаях имеем $\Gamma_{E} \sim \Gamma_{2}$, т.е. лазер класса C, а в последнем случае $\Gamma_E \ll \Gamma_2$, т.е. лазер класса В.

На рисунке 3.4.1 представлены соответствующие практически симметричные спектры установившейся генерации с примерно одинаковой шириной 8 – 10 и сравнимым количеством мод 60 – 80 (некоторая асимметрия спектров обусловлена конечной длиной осциллограммы поля, использованной для вычисления спектра). Для большинства мод, кроме нескольких центральных, влияние РОС мало, амплитуды сравнимы друг с другом и межмодовый интервал определяется резонатором Фабри-Перо, т.е. примерно равен $\pi/L \approx 0.125$. Наиболее добротными и мощными являются две центральные моды (см. рисунок 3.4.1), которые в случаях 1 и 3 имеют слабо выраженный автомодуляционный характер, в случае 4 могут считаться почти монохроматическими, а в случае 2 являются сильно нестационарными, сверхизлучательными, причём генерируют регулярно чередующиеся друг с другом практически одинаковые импульсы сверхизлучения (см. рисунок 3.4.2а ниже).



Рисунок 3.4.1 – Полные спектры излучения $|S_{\omega}|^2$ многомодовой установившейся генерации лазера с одним и тем же резонатором ФП и различными коэффициентами связи встречных волн: a) 1 - β = 0.01, 3 - β = 0.2; б) 2 - β = 0.04, 4 - β = 0.4. В отличие от первых трёх случаев, отвечающих лазерам класса С, последний соответствует лазеру класса В.

Детальные представления о рассматриваемых режимах нестационарной многомодовой генерации даёт анализ динамических спектров, причём удобно пользоваться не ограниченным

по точности преобразованием Фурье осциллограммы выходящего излучения со смещаемым конечным временным окном, а анализировать непосредственно получаемый при решении уравнений Максвелла-Блоха динамический спектр инверсии населённостей, скажем, на одном из торцов лазера $|n(\Delta, \tau, \varsigma = -L/2)|$.

В указанном выше случае 2 на рисунке 3.4.2а для двух сверхизлучательных мод хорошо видны поочерёдно создаваемые ими импульсы, которые снимают инверсию населённостей практически до нуля и квазипериодически генерируются вновь в результате восстановления постоянно действующей накачкой должного уровня инверсии населённостей. На обоих крыльях спектра неплохо прослеживаются также группы частично синхронизованных квазистационарных A14], мод [A6, A13, которые формируют конкурирующие солитоноподобные импульсы, циркулирующие по резонатору и периодически модулирующие инверсию населённостей в спектральной полосе соответствующей группы мод. Времена прихода таких импульсов на торец лазера различны, и для некоторых импульсов наблюдается частотный дрейф (чирп), различный для двух крыльев спектра (подробнее см. ниже). Отметим, что период обхода резонатора, примерно равный $2L \simeq 50$, в данном случае вдвое длиннее периода биений двух сверхизлучательных мод $2\pi / \partial \Omega_2$, определяемого спектральным расстоянием между ними $\partial \Omega_2 \approx 0.25 \simeq 2\pi / L$. Последнее, в свою очередь, примерно вдвое превышает межмодовый интервал на крыльях спектра благодаря значительной величине удвоенного коэффициента РОС $2\beta = 0.08$, сравнимого с $\pi/L \simeq 0.125$. Иными словами, имеет место основной параметрический резонанс биений сверхизлучательных мод в центре спектра с биениями соседних квазимонохроматических мод в любой паре на крыльях спектра.



Рисунок 3.4.2 – Динамические спектры инверсии населённостей $|n(\Delta, \tau, \varsigma = -L/2)|$ активной среды на торце лазеров класса С и В с одним и тем же резонатором ФП и различными коэффициентами РОС: а) β = 0.04; б) β = 0.4. Соответствующие полные спектры поля излучения см. на рисунке 3.4.16. Частота Δ и время τ нормированы на кооперативную частоту

 ω_c .

В случае 1, отмеченном в начале раздела, вполне выполняется условие параметрического резонанса, порядок которого является следующим за указанным основным: ввиду малости коэффициента POC спектральное расстояние двумя между центральными автомодуляционными модами $\partial \Omega_1 \approx 0.15$ (см. рисунок 3.4.1a) лишь немного превышает крыльях спектра $\pi/L \simeq 0.125$, a биения этих межмодовый интервал на ДВVХ автомодуляционных мод имеют нестационарный характер, т.е. вполне конечную, ненулевую ширину спектра. Неплохой резонанс высшего, 4-го порядка имеется и в случае 3 (см. тоже рисунок 3.4.1а), поскольку две центральные почти монохроматические моды расположены на расстоянии $\partial \Omega_3 \approx 0.47$, которое заметно больше формальной ширины запрещённой фотонной зоны $2\beta = 0.04$ и весьма близко к величине $4\pi/L \simeq 0.5$. Заметим, что эти моды имеют довольно большие амплитуды Е₃ благодаря неплохой добротности резонатора, а следовательно, как хорошо известно в физике лазеров, обедняют (насыщают) инверсию населённостей и подавляют генерацию других мод в своей окрестности в спектральной полосе шириной порядка $(\omega_R / \omega_c) \sqrt{\Gamma_2 / \Gamma_1} \sim 0.25$, где $\omega_R = dE_3 / \hbar$ - так называемая частота Раби каждой из мод.

Не имея возможности останавливаться на динамических спектрах генерации лазера класса С в двух последних случаях ввиду ограниченности данного раздела, рассмотрим особенности динамического спектра лазера класса В, отвечающего случаю 4, когда благодаря большой величине запрещённой фотонной зоны $2\beta = 0.08$ две мощные центральные моды раздвинуты на расстояние $\partial \Omega_4 \approx 0.845$, примерно равное $7\pi/L \simeq 0.875$, т.е. практически в 7 раз превышающее межмодовый интервал на крыльях спектра. Как видно на рисунок 3.4.16 и рисунок 3.4.26, благодаря своим очень большим амплитудам Е4 эти моды тоже подавляют вокруг себя генерацию других мод в широкой полосе частот $(\omega_R / \omega_c) \sqrt{\Gamma_2 / \Gamma_1} \sim 0.5$, определяемой частотой Раби $\omega_R = dE_4 / \hbar$. Динамический спектр инверсии населённостей свидетельствует о том, что нелинейные биения мощных мод модулируют активную среду в полосе частот $|\Delta| \le 1$ примерно в 7 раз чаще и намного сильнее, чем её модулируют обходящие резонатор солитоноподобные импульсы, обладающие определённым дрейфом частоты (чирпом) И теми ИЛИ иными группами частично синхронизованных созданные квазимонохроматических мод вне данной полосы частот. При этом вряд ли можно сомневаться в том, что благодаря сильно нелинейной динамике активной среды резонанс даже столь высокого, седьмого порядка не может не сказаться на процессе самосинхронизации мод и образовании, а также конкуренции различных солитоноподобных импульсов, обусловленных межмодовым взаимодействием. Вместе с тем эффективность воздействия этого высокого

резонанса на характеристики генерируемых квазипериодических импульсов в лазере класса В будет значительно слабее, чем резонансов более низких порядков в лазере класса С.

Во всех рассмотренных четырёх случаях (см. рисунок 3.4.1) косвенным свидетельством влияния нелинейно-резонансного воздействия биений полей двух наиболее мощных мод в центре спектра лазера на биения квазимонохроматических полей в любой паре мод на крыльях спектра служит существование солитоноподобных импульсов [А13, А14], формируемых различными группами самосинхронизовавшихся квазиэквидистантных мод.

Охарактеризуем эти импульсы подробнее, сначала обратившись к рисунку 3.4.3, где представлены типичные участки осциллограмм последовательности излучаемых импульсов частично синхронизованных мод на правом крыле спектра $\Delta > 2$ в случаях 2, когда $\beta = 0.04$ (рисунок 3.4.2а), и 1, когда $\beta = 0.01$ (рисунок 3.4.2б). В обоих случаях амплитуда поля в этих импульсах лишь в 2-3 раза меньше амплитуды типичных выбросов полного поля лазерного излучения и в единицах нормированной частоты Раби составляет величину (ω_R / ω_c) ~ 0.1. В случае 1, где параметрический резонанс выражен слабее, чем в случае 2, форма импульсов более сложная и они состоят из трёх подымпульсов меньшей, но сравнимой интенсивности, отвечающих трём группам синхронизованных мод, тогда как в случае 2 доминирует один более короткий и высокий импульс, хотя в обоих случая основания импульсов зашумлены вкладом несинхронизовавшихся мод. При этом подобие формы импульсов и, следовательно, примерный состав и фазы по-разному синхронизовавшихся мод сохраняется, как правило, лишь на временах порядка десятков периодов обхода резонатора, а потом происходит перестройка групп синхронизовавшихся мод и формы образуемых ими солитоноподобных импульсов.



Рисунок 3.4.3 – Осциллограммы интенсивности излучения квазипериодической последовательности солитоноподобных импульсов $I |a_{ML}|^2$ (правая шкала), образованных частично синхронизованными квазистационарными модами с частотами $\Delta > 2$, на фоне полной интенсивности излучения $I |a_{-}|^2$ (левая шкала) двух лазеров класса С с одним и тем же резонатором ФП и различными коэффициентами РОС: а) $\beta = 0.04$; б) $\beta = 0.01$. Обе шкалы даны в единицах квадрата частоты Раби (ω_R / ω_c)², нормированной, как и время τ , на кооперативную частоту.

На левом крыле спектра генерации $\Delta < -2$ ситуация аналогична, но группы синхронизовавшихся мод и соответствующий состав подымпульсов циркулирующего по резонатору импульса может быть другим, в том числе с отличающимися в пару раз амплитудами. Более того, фазирование групп мод по разные стороны запрещённой фотонной зоны, т.е. на левом и правом крыльях спектра, плохо прослеживается, и поэтому совместное поле обоих крыльев спектра мод с частотами $|\Delta| > 2$ не всегда хорошо образует и порой совсем не образует сколько-нибудь единый солитоноподобный импульс и его амплитуда не вдвое, а лишь немного превышает наибольшую амплитуду импульса, формируемого модами одного из крыльев спектра. Наконец, анализ солитоноподобных импульсов, образованных модами на более удалённых частях крыльев спектра $\Delta > 3$, $\Delta < -3$ и $|\Delta| > 3$, показывает [A6], что и там имеются группы частично синхронизованных мод, а созданные ими солитоноподобные импульсы на некоторых интервалах времени могут даже превалировать над импульсами, образованными хуже синхронизовавшимися модами из промежуточных частей спектра $2 < |\Delta| < 3$.

Подобная картина имеет место и для лазерной динамики в двух других случаях 3 и 4 с более добротными резонаторами, большие значения коэффициентов РОС в которых $\beta = 0.2; 0.4$ делают многомодовую генерацию больше похожей на известную для лазеров класса В, а в итоге ослабляют эффективность самосинхронизации мод на крыльях спектра несмотря на наличие сильно нелинейных мультирезонансных биений ДВУХ мощных почти монохроматических мод в его центре. Так, теперь в обоих случаях солитоноподобные импульсы, создаваемые синхронизованными модами на одном из крыльев спектра, в полторадва раза длиннее, а амплитуда поля в них уже в 3-5 раз меньше амплитуды типичных выбросов полного поля лазерного излучения и в единицах нормированной частоты Раби составляет величину (ω_R / ω_c) ~ 0.05. То обстоятельство, что эта величина, как и к двух предыдущих случаях 1 и 2, имеет порядок величины межмодового интервала $\pi/L \simeq 0.125$, свидетельствует о ещё одном возможном механизме взаимодействия мод между собой, дополняющем параметрическую раскачку биений между соседними модами в процессе их синхронизации под действием двух мощных центральных мод.

Для сравнения приведём статистические данные о минимальных длительностях $\delta \tau \approx 2.0; 1.7; 2.3; 2.3$ солитоноподобных импульсов, не сильно меняющихся по крайней мере на 20 периодах обхода резонатора, найденные в рассмотренных случаях 1 - 4 соответственно для мод одного из крыльев спектра с использованием достаточно длинных осциллограмм поля, обеспечивающих точность порядка 10%. При этом во всех случаях среднестатистическое время обхода резонатора отдельными солитоноподобными (нелинейными) импульсами немного, на 1-

3%, превышает время 2L обхода «холодного» резонатора при нулевой инверсии населённостей активной среды. Отметим, что солитоноподобные импульсы отдельных групп синхронизованных мод могут сосуществовать довольно долго, интерферируя друг с другом и существенно меняя свою форму и амплитуду лишь на временах порядка нескольких десятков периодов обхода резонатора или больше.

Результаты проведённого численного моделирования свидетельствуют о том, что изменение параметра РОС в лазере класса С с низкодобротным комбинированным резонатором ФП позволяет не только менять характер полного и динамического спектров излучения, но и управлять длительностью, формой и стабильностью солитоноподобных импульсов в квазипериодической последовательности, при определённых условиях формируемой самосинхронизующимися квазимонохроматическими модами. Как показала проверка в рассмотренном и ряде других случаев, получающиеся характеристики многомодовой генерации на достаточно больших временах расчёта качественно не зависят от начальных условий и оказываются примерно теми же для других начальных условий, например, нулевых по инверсии и с малыми "сторонними" шумами электромагнитного поля. При этом корреляция сверхизлучательных мод и синхронизация части квазистационарных мод возникают самопроизвольно, в отсутствие внешних воздействий или дополнительных элементов (например, насыщающегося поглотителя или линзы Керра), и не сильно чувствительны к слабым шумам (на уровне $|a_{\pm}|, |p_{\pm}| \le 10^{-3}$ для рассматриваемых ниже параметров лазера и накачки). Очевидно, качественные свойства генерации сохраняются и при смене типа неоднородного уширения лазерной среды, например, лоренцевского на гауссовский, для исследуемого нами неширокого спектра генерируемых мод с частотами в центре спектральной линии $|\Delta| < \Delta_0$.

Количественные оценки ожидаемых амплитуд и пространственно-временных масштабов генерируемых импульсов для различных параметров низкодобротных комбинированных резонаторов и потенциальных сверхизлучающих активных сред с непрерывной накачкой требуют детальной проработки условий генерации для конкретных размерных значений параметров модели и для тех или иных реальных лазеров класса С, что безусловно составить важную часть дальнейшей работы. Отметим также, что различные аспекты динамики многомодовых лазеров и сверхизлучательных систем, связанные с рассматриваемыми в данной работе проблемами [A1–A6, 115], явно или неявно затрагивались в многочисленных предшествующих работах (ср., например, [124–137, 166–172]), обсуждение которых выходит за рамки диссертации.

3.5. Выводы

Важнейшие результаты представленных в данной главе исследований состоят в следующем.

Разработаны основные представления и выяснены общие качественные свойства параметрического когерентного механизма самосинхронизации части квазимонохроматических мод на крыльях спектра генерации сверхизлучающего лазера класса С, в общем случае несимметричного, с неоднородным уширением спектральной линии и низкодобротным комбинированным резонатором Фабри-Перо с распределённой обратной связью встречных волн, действующего при наличии параметрической связи между биениями двух существенно нестационарных (сверхизлучательных) мод на краях запрещённой фотонной зоны в центре спектра генерации и биениями каждой из пар синхронизованных мод.

Для сверхизлучающего лазера класса С с симметричным низкодобротным комбинированным резонатором Фабри-Перо с распределённой обратной связью встречных волн выявлены особенности, преимущества и недостатки реализации параметрического когерентного механизма синхронизация части квазимонохроматических мод на крыльях спектра генерации, обуславливающего образование и конкуренцию солитоноподобных импульсов, циркулирующих по резонатору, в отсутствие сторонних воздействий и дополнительных нелинейных элементов в лазере.

Глава 4. Явление двойного резонанса и спонтанное формирование двух кратных гребенок в спектре сверхизлучающего лазера с самосинхронизацией мод

В настоящей главе изучаются условия и области лазерных параметров, при которых спектр одной или двух сверхизлучательных мод, в общем случае квазинепрерывный, становится квазидискретным, т.е. они создают практически периодическую последовательность когерентных импульсов (цугов импульсов). Выясняется, что если период следования последних кратен периоду циркуляции внутрирезонаторного солитона, т.е. имеет место второй, временной резонанс, дополнительный к рассмотренному выше параметрическому резонансу, то возможна самосинхронизация большей части квазиувидистантных квазистационарных мод и она оказывается более устойчивой. Соответствующий режим генерации в условиях двойного резонанса отвечает наличию двух частотных гребенок, причём квазимонохроматические моды имеют межмодовый интервал в два раза меньше, чем разность частот между некоторыми дискретными компонентами двух сверхизлучательных мод, и в целое число раз больше, чем интервал между некоторыми из этих дискретных компонент в одной и другой сверхизлучательной моде.

Фактически излагаемые ниже результаты являются детализацией ряда изученных в главе 3 режимов генерации сверхизлучающих лазеров применительно к проблеме реализации указанного эффекта двойного резонанса. Именно, для лазера с большим неоднородным и малым однородным уширением спектральной линии активной среды предложен новый метод получения кратных гребёнок в спектре генерации, обусловленных самосинхронизацией большого числа мод на крыльях спектра и излучением периодической последовательности цугов импульсов двумя сверхизлучательными модами в его центре. Метод не требует какихлибо дополнительных элементов или внешних воздействий на лазер и основан на предсказанном явлении двойного резонанса, реализующемся в широкой области параметров при использовании низкодобротного резонатора Фабри-Перо с распределённой обратной связью волн и включающем: 1) параметрический резонанс – разность частот двух сверизлучательных мод вдвое превышает межмодовый интервал на крыльях спектра, 2) временной резонанс – период следования цугов импульсов сверхизлучательных мод кратен времени обхода резонатора солитоноподобным импульсом, образованным синхронизовавшимися модами.

4.1. Квазипериодические последовательности импульсов сверхизлучения и квазидискретные спектры сверхизлучательных мод в лазере класса С

Как ясно из сказанного в главе 3, а также из общих качественных соображений, оптимальными для квазипериодической генерации импульсов (или цугов импульсов) сверхизлучения являются такие параметры активной среды, накачки и резонатора многомодового лазера, при которых имеется всего одна-две сильно нестационарные сверхизлучательные моды, а остальные моды являются квазистационарными или обладают умеренной автомодуляцией. Действительно, если сверхизлучательных мод будет несколько, что возможно при достаточно сильном превышении порога генерации в рассматриваемых лазерах с большим неоднородным уширением спектральной линии активной среды $\Delta_0 \gg 1$, то излучаемые ими квазипериодические последовательности очень коротких импульсов с различными периодами следования будут нерегулярным образом воздействовать друг на друга благодаря их широкому спектру, перекрывающему межмодовое расстояние, а следовательно, периодичность следования импульсов В каждой последовательности **УХУДШИТСЯ** И соответствующий спектр каждой из сверхизлучательных мод будет в существенной мере квазинепрерывным (типичный пример представлен на рисунок 4.1.1). Поэтому с точки зрения улучшения периодичности следования импульсов сверхизлучения и, соответственно, достижения хорошей дискретности спектра генерирующих их мод оптимальными для интересующих нас лазеров с комбинированными резонаторами ФП-РОС являются условия не слишком сильного превышения порога генерации, когда - в зависимости от асимметрии спектра – сверхизлучательной оказывается только одна или две моды на краях запрещённой фотонной зоны. Ширина этой зоны в последнем случае должна быть достаточно большой для того, чтобы две сильно нестационарные моды не пересекались своими спектрами и не нарушали периодичность создаваемых ими последовательностей импульсов (цугов импульсов). При этом для интересующих нас низкодобротных резонаторов с коэффициентами интегральных брэгговских отражений и отражений на торцевых зеркалах порядка 50% или меньше (т.е. $b = B\overline{\beta}k_0 < 1$ и R < 1/2), когда $T_1 > T_2 > T_E \gg T_2^*$, достижение лазерной генерации требует достаточно больших величин кооперативной частоты ω_c и создаваемой накачкой инверсии населённостей уровней активных центров n_p , обеспечивающих положительные инкременты наиболее добротных мод на краю запрещенной фотонной зоны: $T_2^* n_p \omega_c^2 - T_E^{-1} > 0$.



Рисунок 4.1.1 – Асимметричный полный спектр сверхизлучающего лазера с комбинированным резонатором ФП-РОС с увеличенным (на вставке) квазинепрерывным спектром различных сильно нестационарных сверхизлучательных мод в центральной части и гребёнками частично синхронизированных квазимонохроматических мод (обведены овалами) на крыльях. Параметры лазера: *R* = 0.17, *L* = 18, β = 0.044, Γ₁ = 0.01, Γ₂ = 0.03, Δ₀ = 13, *n_p* = 1.

Статистические характеристики цугов импульсов сверхизлучательных мод определяются не только лазерной динамикой, в частности известной сверхизлучательной неустойчивостью (ср. [109, 115, 123, 147 – 150]), но и квантовыми, тепловыми и различными техническими шумами лазера, не учитывавшимися в использованных полуклассических уравнениях Максвелла-Блоха рассматриваемой 2-уровневой модели активной среды в 1-мерном комбинированном резонаторе. В расчётах неявно присутствовали лишь вычислительные, скрытые шумы, возможно, слабо влиявшие, как и другие шумы, но качественно не изменявшие динамические флуктуации времени появления, амплитуды, длительности и даже формы импульсов коллективного спонтанного излучения лазера с одной, двумя или несколькими сверхизлучательными модами. Подобные флуктуации свойственны рассматриваемому неустойчивому режиму установившегося инициированного сверхизлучения, локально поскольку каждый следующий цуг импульсов сверхизлучательной моды появляется и начинает экспоненциально нарастать в результате восстановления непрерывной накачкой достаточного уровня инверсии населённостей активной среды, которая была деактивирована предыдущим цугом импульсов, но ещё сохранила оставшееся от него, сильно ослабленное поле благодаря наличию резонатора, пусть и низкодобротного. Данные флуктуации ухудшают стабильность солитоноподобного импульса, создаваемого группой синхронизующихся квазистационарных мод, но ни в коем случае не отменяют рассматренный в главе 3 грубый механизм их когерентного параметрического фазирования, пусть и не совсем устойчивого, за счёт биений двух нестационарных сверхизлучательных мод или одной сверхизлучательной моды и автомодуляционной моды, расположенных по разные стороны запрещённой фотонной зоны комбинированного резонатора ФП-РОС, ширина которой примерно вдвое превышает спектральный интервал между квазистационарными модами. При этом роль любых слабых шумов мала.

Имея в виду указанную ситуацию и изложенные соображения, на ряде исследованных модельных примеров рассмотрим более детально явления, обуславливающие формирование квазипериодических последовательностей импульсов сверхизлучательных мод [A4, A5]. Для выяснения простейших статистических свойств тех или иных квазипериодических импульсных последовательностей нами использовались численные расчёты и временное усреднение установившейся лазерной генерации на больших интервалах порядка тысячи времён обхода резонатора для различных вариантов лазеров, например, представленных в таблице 3.

Для простоты ограничимся здесь статистикой огибающих цугов импульсов сверхизлучательных мод в установившейся генерации лазера с почти симметричным и сильно асимметричным спектрами для вариантов резонаторов 1 и 2 соответственно. В первом случае (рисунок 3.3.1а) цуги импульсов двух сверхизлучательных мод следуют примерно на равных
расстояниях друг от друга, т.е. практически противофазно, с периодом около 210 и скважностью 3.5, хорошо повторяя себя в подпоследовательности каждой из мод и отличаясь амплитуде противофазных друг ОТ друга по длительности И В смежных, подпоследовательностях двух мод всего на несколько процентов; при этом в независимых одинаково проведённых расчётах наблюдается случайный выбор той моды слева или справа от запрещённой фотонной зоны (рисунок 3.1.3а), цуги импульсов которой на протяжении всего расчёта оказываются чуть интенсивнее и чуть короче своих соседей – цугов импульсов другой, симметричной моды. Во втором случае (рисунок 3.2.3а) только одна мода справа от запрещённой фотонной зоны (рисунок 3.1.4а) генерирует цуги импульсов сверхизлучения, которые идут с периодом около 220 и скважностью 3.3 и поочерёдно оказываются по амплитуде огибающей меньше или больше предшественника примерно в полтора раза; при этом автомодуляционная мода с другой стороны запрещённой фотонной зоны в максимуме излучения оказывается в пять раз менее интенсивной и колеблется с периодом около 300, изменяясь по величине интенсивности излучения примерно вдвое.

Уже из приведённых примеров ясно, что для лазеров класса С и D с комбинированными резонаторами ФП-РОС, в общем случае имеющих несимметричные спектры генерации, можно в широких пределах перестраивать мощность, когерентность, импульсный и спектральный составы излучения, в том числе достигать хорошей периодичности сверхизлучательных импульсов, путём изменения параметров резонатора, активной среды и накачки. В следующем разделе сделанное утверждение будет подробнее проиллюстрировано в частном случае лазеров с симметричным спектром генерации.

4.2. Периодическая последовательность импульсов и дискретный спектр сверхизлучательных мод в симметричных резонаторах

В настоящем разделе на основе анализа численных расчётов сверхизлучательной генерации в лазерах с симметричными ФП-РОС и, в частности, чисто брэгговскими резонаторами рассматриваются И уточняются особенности физической картины сверхизлучательных процессов, в том числе в отношении интересующих нас режимов квазипериодической генерации импульсов (цугов импульсов) сверхизлучения. Основной особенностью является одновременная генерация двух сверхизлучательных мод с одинаковыми спектрами, расположенными симметрично по краям запрещённой фотонной зоны. Только вблизи порога генерации из-за низкой добротности резонатора сверхизлучение может ограничиваться биениями отсутствовать, лазерная динамика двух практически а монохроматических мод малой интенсивности. Биения и взаимовлияние мод становятся более

существенными после превышения сверхизлучательного и/или второго порога (нестационарной генерации каждой из мод), когда происходит переход сначала в автомодуляционный режим, а потом в сверхизлучательный квазипериодический цуговый режим. Последний по-прежнему отвечает периодическому возникновению глубоких провалов в инверсии населенностей и модуляции интенсивности и когерентности излучения, поскольку области с низкой и отрицательной инверсией населённостей, возникающие после очередного высвечивания импульса сверхизлучения, поглощают электромагнитное поле и тем самым на время прерывают эффективную генерацию излучения в лазере. Каждый раз, когда уровень инверсии дорастает до требуемого для начала генерации следующего сверхизлучательного импульса или цугов импульсов, интенсивность и когерентность излучения снова резко увеличиваются с первыми импульсами цуга и также резко спадают при высвечивании менее мощных сателлитов, что будет продемонстрировано ниже. При этом две моды на краях запрещённой фотонной зоны могут высвечиваться синхронно или в противофазе, и в обоих случаях следует ожидать улучшения качества периодичности общей последовательности импульсов (цугов импульсов) сверхизлучения благодаря нелинейной синхронизации и фазированию мод.

Рассмотрим особенности формирования квазипериодических последовательностей импульсов сверхизлучательных мод в данной ситуации более детально. Для простоты в основном ограничимся случаем чисто брэгговского резонатора, поскольку наличие слабо отражающих зеркал на торцах лазера, требующееся для формирования квазиэквидистантных и, возможно, самосинхронизующихся мод на крыльях лазерного спектра, не меняет качественно характер сверхизлучательной генерации двух мод на краях запрещённой фотонной зоны в центре спектра. В иерархии времён некогерентной релаксации подобных лазеров максимальным является время релаксации инверсии населённостей, которое определяется в том числе и скоростью непрерывной накачки рабочих уровней активных центров, а в итоге само определяет период следования цугов импульсов сверхизлучения: $T_1 \gg T_2 \ge T_E \gg T_2^*$.

Переход от обычного лазера класса В к лазеру класса С и затем D отвечает существенному уменьшению добротности брэгговского резонатора с понижением отношения T_E/T_2 в несколько раз в окрестности единичного значения и естественно предполагает значительное превышение накачки над порогом генерации. Такой переход возможен и путем изменения других параметров лазера, например, сокращения его длины L, ослабления коэффициента РОС β или увеличения времени некогерентной релаксации поляризации T_2 , скажем, за счет понижения температуры активного образца. При этом открывается возможность получения весьма коротких и мощных импульсов сверхизлучения мод при непрерывной накачке несмотря на большое неоднородное уширение рабочей линии активной

среды. Последнее, как известно, губит сверхизлучение волн непрерывного спектра в однородной среде (в отсутствие резонатора или периодической модуляции её свойств вдоль трассы распространения излучения) и существенно изменяет характер импульсов модового сверхизлучения по сравнению со случаем однородного уширения [106, 113, 114].

Так или иначе, в результате происходит существенное обогащение динамического спектра [A1] излучения мод. Для лазера класса С и D уровень накачки или длина, отвечающие второму порогу, т.е. порогу нестационарной генерации, и даже сверхизлучательному порогу, могут не сильно отличаться от соответствующих значений для первого порога генерации. Отмечая роль пространственной (полуволновой) решётки инверсии населённостей n_z , возникающей под действием встречных волн, согласно проведённым расчётам можно утверждать, что хотя переотражение на ней в лазерах класса B с резонаторами не слишком высокой добротности, скажем, при b < 10, может на десятки процентов увеличивать амплитуды мод, по существу оно не меняет их спектральное положение и динамический спектр. Напротив, в лазерах класса C и D наличие уже весьма малой пространственной модуляции решётки инверсии населённостей n_z , вообще говоря, может приводить к потере строгой периодичности следования цугов сверхизлучательных импульсов. Возникающее переотражение является нестационарным и влияют на фазовые свойства излучения, снижая его когерентность, внося случайность в процесс формирования и высвечивания каждого отдельного импульса и цуга импульсов в целом.

Согласно сказанному в предыдущих главах, ширина спектрального канала отдельной сверхизлучательной моды определяется так называемой эффективной кооперативной частотой, задаваемой активными центрами данного спектрального канала, в котором развивается сверхизлучательная неустойчивость и все спектральные компоненты поля когерентны: $\tilde{\omega}_c \simeq \omega_c \sqrt{n} / \Delta_0$. Проведённые численные расчёты подтверждают, что как только под действием накачки количество инвертированных активных центров спектрального канала становится достаточным для того, чтобы эффективная кооперативная частота $\tilde{\omega}_c$ превзошла скорость релаксации поля в резонаторе T_E^{-1} на величину, превышающую скорость релаксации поляризации T_2^{-1} , активные центры, фазируемые действием общего поля излучения, начинают формировать импульс модового сверхизлучения, что при наступлении нелинейной стадии приводит к коллективному снятию их инверсии. При этом в лазере класса С и D благодаря малости однородного уширения рабочего перехода ширина спектра моды и соответствующая ширина спектрального провала в инверсии населённостей, имеющего динамический характер, в

типичных условиях оказываются одного порядка и определяются указанной эффективной кооперативной частотой, по порядку величины близкой к частоте Раби в максимуме поля моды.

Сравнивая характерные динамические спектры лазеров различных классов – В, С (рисунок 4.2.1а) и D (рисунок 4.2.2а), можно проследить усложнение динамики снятия инверсии населённостей и высвечивания поля по мере изменения отношения времён релаксации поляризации T_2 и жизни фотона T_E . Для лазера класса В типична квазистационарная двумодовая генерация, сопровождающаяся не играющей принципиальной роли модуляцией инверсии на разностной частоте мод. Лазер класса С, имея близкие значения времен релаксации поляризации и жизни фотона $(T_2 \sim T_E)$, занимает промежуточное место в классификации [70, 109, 114, 123, 163, 181, 182]. В интересующем нас случае большого неоднородного уширения активной среды ему свойственен цуговый характер генерации импульсов (рисунок 4.2.16) даже при небольшом превышении второго лазерного порога. При этом количество генерируемых мод в общем случае не ограничивается одной парой около запрещенной зоны и возникает значительное уширение спектра отдельных мод из-за их автомодуляции (рисунок 4.2.1в).



Рисунок 4.2.1 – а) Динамический спектр инверсии населённостей n(Δ, τ) в лазере класса С со следующими параметрами: уровень накачки n_p = 1, скорость релаксации инверсии населённостей Γ₁ = 0.01, длина активной среды L = 10, полуширина запрещенной фотонной зоны β = 0.1, параметр РОС b = βL = 1, значения однородного и неоднородного уширения спектральной линии Г₂ = 0.1 и Δ₀ = 4, соответственно. б) Осциллограмма интенсивности поля I |a₊|² на торце лазера класса С, нормированной на квадрат частоты Раби, (черная линия) на фоне биений двух мод (серая линия) лазера класса В, отличающегося значением однородного уширения Г₂ = 0.2. в) Спектральная мощность поля I |a_{+ω}|² на торце лазера класса С.



Рисунок 4.2.2 – а) Осциллограмма интенсивности поля $I |a_+|^2$ на торце лазера, нормированной на квадрат частоты Раби, (черная линия) на фоне динамического спектра инверсии населённостей уровней $n(\Delta, \tau)$ и б) спектральная мощность поля $I |a_{+\omega}|^2$ на торце лазера класса D со следующими параметрами: уровень накачки $n_p = 1$, скорость релаксации инверсии населённостей $\Gamma_1 = 0.01$, длина активной среды L = 10, полуширина запрещенной фотонной зоны $\beta = 0.1$, параметр РОС $b \equiv \beta L = 1$, значения однородного и неоднородного уширения спектральной линии $\Gamma_2 = 0.02$ и $\Delta_0 = 4$, соответственно. Штриховой линией с треугольниками (правая ось ординат) показаны инкременты и декременты горячих мод брэгговской структуры на линейной стадии генерации при $n = n_p$.

В предшествующих теоретических исследованиях когерентной динамики мод – как регулярной, так и стохастической – в лазерах со сравнительно низкодобротными резонаторами (классов В и С) неоднородное уширение спектральной линии либо совсем не учитывалось (например, [70, 183, 187, 188), либо учитывалось в предположении о доминирующей величине однородного уширения: $1/T_2 \ge 1/T_2^*$ (например, [150, 184–186]). Эти исследования в той или иной мере позволили объяснить экспериментально наблюдаемую динамику таких известных лазеров класса С, как ксенонового, гелий-неонового и аммиачного (а также других аналогичных ему молекулярных газовых лазеров дальнего инфракрасного диапазона длин волн); см., например, [109, 181, 189 – 192].

В широкой области параметров, как показывает сравнение динамических спектров инверсии населённостей и интенсивности поля на торце лазера, эти импульсы генерируются и высвечиваются независимо, каждый в своем спектральном канале, образуя цуги, вообще говоря, содержащие по несколько импульсов в полосе частот каждой сверхизлучательной моды (таких, как импульсы первого цуга на рисунок 4.2.1 или рисунок 4.2.2). Благодаря широкому спектру

импульсы сверхизлучения из различных спектральных каналов, относящихся к соседним горячим модам или даже разделенных запрещенной фотонной зоной, могут высвечиваться синхронно на протяжении целого ряда цугов импульсной генерации. Несколько одновременно высвечиваемых когерентных импульсов из разных спектральных областей на краю образца интерферируют и могут порождать более высокие и короткие импульсы излучения (см. импульсы последнего цуга на рисунке 4.2.1 или 4.2.2). При этом полные спектры сверхизлучательных мод оказываются сильно уширенными (рисунок 4.2.2б).

Динамика снятия и восполнения инверсии населенностей (рисунок 4.2.2a) согласована с нестационарным уширением спектра горячих электромагнитных мод. Первым в цуге высвечивается сверхизлучательный импульс на частоте, близкой к частоте неустойчивой моды, вычисленной по линейной теории (рисунок 4.2.26, штриховая линия с треугольниками); ему соответствует глубокий провал в инверсии (темная область на вершине «подковы» в центре широких спектральных полос около запрещенной зоны на рисунке 4.2.2а). Если частота Раби $\Omega_R = \sqrt{I} |a_{\text{max}}|$, задаваемая пиковым значением поля a_{max} в сверхизлучательном импульсе, больше эффективной кооперативной частоты $\tilde{\Omega}_c = \tilde{\omega}_c / \omega_c$, т.е. $\Omega_R > \tilde{\Omega}_c$, то возможно создание и усиление поля за пределами отработанного спектрального канала, т.е. в области, где еще сохранились инвертированные активные центры. Как видно из рисунка 4.2.2а, последующие сателлитные импульсы сверхизлучения могут «выжигать» глубокие и короткие по времени провалы в инверсии населённостей, соответствующие коллективному спонтанному излучению этих активных центров. Количество импульсов-сателлитов ограничено, с одной стороны, наличием запрещенной фотонной зоны, с другой стороны, затуханием поляризации в активной среде и конечным межмодовым интервалом. Кроме того, возникает сильная неоднородность поля, которая вместе с волнами непрерывного спектра создаёт сильный спектральный градиент инверсии населённостей, способный эффективно увеличить инкременты соседних мод, что позволяет им развиться на нелинейной стадии.

Согласно изложенному сценарию, формируется цуг излучения с первыми короткими и мощными импульсами сверхизлучательной природы, следующими за ними менее мощными импульсами сателлитов и завершающими цуг маломощными плохо сформированными импульсами [A4 – A6] биений волн непрерывного спектра и промодулированных мод с окраин спектра генерации. Отличительной особенностью лазеров класса С и D является быстрое появление (и исчезновение) в активной среде областей со значительным истощением инверсии населённостей и с отрицательной инверсией населённостей, которые могут служить насыщающимися поглотителями поля и вести к сильному взаимодействию мод между собой, а также с волнами непрерывного спектра.

Наиболее показательной в лазере класса D является генерация цугов импульсов (рисунок 4.2.1 и рисунки 4.2.3б,д,з), отличающаяся большой пиковой мощностью, четкой модовой структурой спектра и периодически высокой когерентностью излучения. Этот режим наблюдается при наличии двух или более (см. рисунок 4.2.2) сверхизлучательных мод, работающих почти синхронно и высвечивающих когерентные импульсы в цугах большой скважности, что обеспечивают всплески в функции корреляции

$$K(\tau) = \int_{-T/2}^{T/2} a(t)a^*(t+\tau)dt \bigg/ \int_{-T/2}^{T/2} |a(t)|^2 dt$$



Рисунок 4.2.2 – Типичные режимы генерация лазера класса D с параметрами $n_p = 1$, $\Gamma_1 = 0.01$, $\Gamma_2 = 0.03$, $\beta = 0.2$, $\Delta_0 = 4$ для различных длин активной среды: (а, г, ж) L = 5.2; (б, д, з) L = 7;

(в, е, и) L = 12. а-в) Осциллограммы интенсивности поля $I |a_+|^2$ на торце лазера, нормированной на квадрат частоты Раби, г-е) спектральные мощности поля установившейся генерации $I |a_+|^2$, ж-и) корреляционные функции |К|. Графики ж) и а) сформированы очень частыми (неразрешимыми на рисунках) биениями двух равноправных квазимонохроматических полей (двух мод на спектрограмме г) с периодом, определяемом временем обхода резонатора, а плавная автомодуляция интенсивности каждого из этих полей (показанная пунктиром) обуславливает периодическое изменение максимальных значений полной интенсивности и функции корреляции. Если же мод много, скажем, 8 и более, то обычно режим является квазихаотическим (рисунки 4.2.3в,е,и): импульсы большой мощности следуют неупорядоченно и широкополосный многомодовый спектр приобретает характер непрерывного (особенно вблизи брэгговской запрещенной зоны, где усиление максимально). При этом наличие нескольких сверхизлучательных спектральных каналов, генерирующих цуги импульсов практически независимо друг от друга, сбивает когерентность излучения, и тогда корреляция многократно ослабевает (до нескольких процентов на рисунок 4.2.3и).

Примеры установившейся генерации квазипериодической последовательности цугов импульсов сверхизлучения и соответствующие квазидискретные спектры лазера класса С с комбинированным резонатором ФП-РОС (со значительным коэффициентом отражения зеркал на торцах) и симметричным спектром генерации представлены на рисунок 4.2.4.



Рисунок 4.2.4 – Идущие в противофазе квазипериодические цуги импульсов и соответствующие квазидискретные спектры различных (левой и правой на каждой панели внизу)
 сверхизлучательных мод в лазерах с комбинированными резонаторами ФП-РОС, имеющими коэффициент РОС β = 0.04 (левые панели) и β = 0.06 (правые панели) при R = 0.1e^{iπ/2},

L = 22.5, $\Delta_0 = 13$, $I = 2.3 \cdot 10^{-6}$, $n_p = 1$, $\Gamma_1 = 0.01$, $\Gamma_2 = 0.03$.

Таким образом, приведенные примеры численных расчётов лазерной динамики и их детальный анализ показывают, что в лазерах класса С с симметричным спектром генерации в определённом диапазоне параметров может быть реализовано вполне периодическое излучение импульсов сверхизлучательных мод, а их спектр может иметь хорошо выраженный дискретный характер.

4.3. Солитоноподобные и сверхизлучательные импульсы в условиях сосуществования спектрального (параметрическая связь) и временного (кратность следования) резонансов

Имея развитые представления о свойствах последовательности импульсов (цугов импульсов) сверхизлучения двух мод, находящихся в центре лазерного спектра, обратимся снова к статистике солитоноподобных импульсов, образованных квазиэквидистантными модами на крыльях спектра, с целью выяснения её возможного изменения (улучшения) при соблюдении условия кратности периода следования импульсов сверхизлучения периоду обхода резонатора солитоноподобным импульсов, т.е. при наличии временного резонанса двух указанных последовательностей импульсов [А8]. Последний должен приводить к кратности спектральной гребёнки квазиэквидистантных (частично самосинхронизовавшихся) мод на крыльях спектра и более частой гребёнки дискретных компонент двух сверхизлучательных мод.

Согласно проведённым расчётам, вариации параметров и даже формы солитоноподобных импульсов, [А13, А15] образованных одной или несколькими группами синхронизованных квазистационарных мод, обычно выражены сильнее вариаций цугов импульсов сверхизлучательных мод и обусловлены не столько флуктуациями поля под действием тех или иных шумов, сколько сверхизлучательной неустойчивостью и связанной с ней медленной сменой фаз указанных мод в группе, а особенно интерференцией сосуществующих солитоноподобных импульсов при наличии двух и более слабо связанных групп таких синхронизованных мод, амплитуды которых практически не меняются. В наличии подобных двух-трёх слабо связанных групп мод нетрудно убедиться путём анализа динамических спектров лазерной генерации, например, на рисунке 3.2.1а, рисунке 3.2.2, рисунке 3.3.1в для вариантов резонаторов 2, 10, 1 соответственно из таблицы 3. При этом параметрическое воздействие сверхизлучательных (или сверхизлучательной и автомодуляционной) мод на квазистационарные моды в указанных группах служит важным стабилизирующим фактором в формировании солитоноподобных импульсов и ослабляет флуктуационные проявления сверхизлучательной неустойчивости, особенно (см. ниже) когда периода следования цугов импульсов сверхизлучения кратен периоду обхода резонатора импульсами, созданными вместе всеми частично синхронизованными модами.

Вариации параметров циркулирующего по резонатору солитоноподобного импульса в расчётах обычно оказывались минимальными в случае сильно асимметричного спектра установившейся генерации с не очень большим числом квазистационарных мод порядка 10-30, которые расположены в основном на одном из крыльев спектра, т.е. с одной стороны запрещённой фотонной зоны резонатора, и почти все входят в единственную группу синхронизовавшихся мод. Примером является уже рассматривавшийся ранее [А2, А4] вариант резонатора 6 с указанными в разделе 3.1 параметрами активной среды при уровне накачки $n_{p} = 0.9$, когда сверхизлучательная мода, расположенная ближе к синхронизующимся модам, создаёт последовательность цугов импульсов с периодом следования около 200 и скважностью 4, а менее мощная сверхизлучательная мода с другой стороны запрещённой фотонной зоны последовательность цугов импульсов вдвое меньшей амплитуды с периодом около 280 и скважностью 3. При этом синхронизуется примерно дюжина квазистационарных мод, образующих квазипериодическую последовательность солитоноподобных импульсов с периодом 40, скважностью 6-8 и амплитудой, близкой к амплитуде наиболее мощных импульсов сверхизлучения. В независимых одинаково проведённых расчётах число хорошо синхронизованных мод менялось на 2-3, а амплитуды и длительности создаваемых ими импульсов – на 10-20%.

Довольно сильные вариации параметров солитоноподобных импульсов обычно присутствуют в расчётах установившейся генерации с почти симметричноым спектром, поскольку тогда параметрическая синхронизация квазистационарных мод приводит к образованию по крайней мере двух похожих, но слабо связанных групп синхронизованных мод на левом и правом крыльях спектра. В свою очередь группа мод на каждом крыле спектра может разбиваться на две и более подгруппы по-разному синхронизованных мод. На рисунке 4.3.1 и рисунке 4.3.2 даны два примера солитоноподобных импульсов, формируемых группами мод на различных крыльях симметричного в целом спектра (рисунки 3.1.3а и 3.1.3в), для вариантов симметричных резонаторов 1 и 8 из таблицы 3 при одинаковых параметрах активной среды и накачки.



Рисунок 4.3.1 – Особенности полей самосинхронизованных мод в установившемся режиме генерации с почти симметричным спектром в сверхизлучающем лазере с резонатором № 1 из таблицы 3 (см. также рисунок 3.3.1). Показаны типичные осциллограммы интенсивности: а) поля I_{ML} самосинхронизованных квазистационарных мод с частотами $\Delta < -1$ левого крыла спектра для левого (серая линия 1) $\zeta = -L/2$ и правого (черная линия 2) $\zeta = L/2$ торцов; b) поля I_{ML} самосинхронизованных квазистационарных мод с частотами $\Delta > 1$ правого крыла спектра для левого (серая линия 1) $\zeta = -L/2$ и правого (черная линия 2) $\zeta = L/2$ торцов; c) полей I_{ML} самосинхронизованных квазистационарных мод с частотами $\Delta > 1$ правого крыла спектра для левого (серая линия 1) $\zeta = -L/2$ и правого (черная линия 2) $\zeta = L/2$ торцов; c) полей I_{ML} самосинхронизованных квазистационарных мод с частотами $\Delta < -3$ левого (чёрная линия 1) и $\Delta > 3$ правого (серая линия 2) крыла спектра для левого $\zeta = -L/2$ торца.



Рисунок 4.3.2 – Особенности полей самосинхронизованных мод в установившемся режиме генерации с почти симметричным спектром в сверхизлучающем лазере с резонатором № 8 из таблицы 3 (см. также рисунок 3.3.2). Для левого торца ζ = -L/2 показаны типичные осциллограммы интенсивности: а) *I_{ML}* полей самосинхронизованных квазистационарных мод с частотами Δ < -0.45 левого (серая линия 1) и Δ > 0.45 правого (черная линия 2) крыла спектра;
b) *I_{ML}* полей самосинхронизованных квазистационарных мод с частотами Δ < -1 левого (чёрная линия) и Δ < -1 правого (серая линия) крыла спектра (на рисунке 3.3.2в пунктирной линией 1 показаны аналогичные осциллограммы на другом интервале времени).

В первом примере импульсы со спектром в симметричных спектральных областях $\Delta < -1$ и $\Delta > 1$ или $\Delta < -3$ и $\Delta > 3$ обладают чётко выраженной дву- и одногорбой формой с 3-4 второстепенными пиками и имеют небольшие, но заметные отличия (~20%), медленно меняющиеся со временем. На соответствующем динамическом спектре поляризации активной среды (рисунок 3.3.1в) легко идентифицировать три пары подгрупп синхронизованных мод с различной структурой в частотных интервалах (-5,-3.6), (-3.6,-1.8), (-1.8,-1) и (1,1.8), (1.8,3.6), (3.6,5). Вследствие фазовых эффектов интерференции большую часть времени полное поле всех подгрупп мод с частотами $|\Delta|>1$ представляет собой не вполне

упорядоченную и довольно быстро эволюционирующую комбинацию создаваемых ими солитоноподобных импульсов (рисунок 3.3.1б) с длительностью всего в несколько раз меньшей периода обхода резонатора $\Delta \tau \simeq 36.5$. Тем не менее амплитуда отдельных «конкурирующих» комбинации может многократно превышать пиков такой амплитуду импульсов сверхизлучательных мод (ср. рисунок 3.3.1а) и длительность этих пиков может быть в десятки раз меньше, а характерное время их эволюции в десятки раз больше периода обхода резонатора, сравнимого для данного лазера с длительностью импульсов сверхизлучения. Последнее показано на рисунке 4.3.3, представляющем долговременную динамику поля лазера на частотах $|\Delta| > 2$ вне центральной части спектра, содержащей сверхизлучательные моды и подверженные их нестационарному воздействию, плохо синхронизованные квазимонохроматические моды. При этом на длительных интервалах времени порядка десятков времён обхода резонатора (см. рисунок 4.3.3) указанные частично сфазированные подгруппы мод могут обеспечивать циркуляцию по резоратору трёх-четырёх медленно эволюционирующих солитоноподобных имеющих сравнимые амплитуды, пропадающих, возникающих импульсов, вновь И сопровождающихся примесью слабых подымпульсов.



Рисунок 4.3.3 – Пример осциллограммы интенсивности солитоноподобных импульсов, образованных квазимонохроматическими квазиэквидистантными модами с частотами вне центральной части спектра |Δ| > 2 (см. рисунок 3.1.3а), в установившемся режиме генерации с почти симметричным спектром для правого торца сверхизлучающего лазера с резонатором № 1 из таблицы 3. Благодаря плавным огибающим хорошо видны не менее четырёх различных последовательностей импульсов с малой длительности Δτ ~ 1–1.5, следующих примерно с одним и тем же периодом Δτ ≈ 36.5 и с высокой скважностью (вплоть до 32 для наиболее интенсивных коротких импульсов на уровне 0.005).

Во втором примере импульсы со спектром в симметричных спектральных областях $\Delta < -0.45$ и $\Delta > 0.45$ или $\Delta < -1$ и $\Delta > 1$ тоже обладают чётко выраженной дву- и одногорбой формой с 3-4 второстепенными пиками, но практически неразличимы между собой и заметно эволюционируют. Определяющие эти последовательности импульсов две пары подгрупп частично синхронизованных мод прослеживаются на динамическом спектре инверсии населённостей (рисунок 3.3.26) в частотных интервалах (-2,-1.4), (-1.4,-0.9) и (0.9,1.4), (1.4,2). Однако теперь, в отличие от предыдущего случая, как продемонстрировано на рисунке 3.3.2в, большую часть времени полное поле всех подгрупп мод с частотами $|\Delta|>1$ представляет собой гораздо лучше упорядоченную и слабо меняющуюся одногорбую комбинацию создаваемых ими солитоноподобных импульсов с длительностью в 12 раз меньше периода обхода резонатора $\Delta \tau \approx 46$, тоже сравнимого с длительностью цугов импульсов сверхизлучения, и с амплитудой в несколько раз больше амплитуды последних.

Спектрально-временную статистику различных импульсных последовательностей и взаимодействующих мод позволяет выяснить корреляционный анализ, развитый в работах [A2, A5, 154] и использующий метод пространственно-временных либо частотно-временных комплексных эмпирических ортогональных функций, которые определяются с помощью собственных функций тех или иных ковариационных матриц с элементами, вычисляемыми усреднением по времени произведения двух комплексно сопряжённых исходных либо спектральных компонент поля или поляризации активной среды, взятых в конечном числе точек резонатора либо конечном числе частот D и для конечного числа моментов времени $M = T/T_0$, сдвинутых с шагом T_0 внутри временного окна T, длительность которого задаёт интересующий нас корреляционный масштаб времени. Однако подобный анализ выходит за рамки настоящей работы.

4.4. Зависимость спектрально-временных характеристик двухпериодной генерации от параметров лазера и проблема получения двух кратных гребенок спектра при наличии параметрического резонанса

Вернёмся теперь к рассматривавшемуся в главе 3 когерентному параметрическому механизму самосинхронизации части мод сверхизлучающих лазеров с комбинированными резонаторами ФП-РОС с целью выяснения возможностей его оптимизации подбором надлежащих параметров лазера в условиях примерной кратности периодов следования солитоноподобных импульсов и цугов импульсов сверхизлучения [А8]. В этих условиях спектр лазера содержит две гребёнки: одна образована квазидискретными компонентами двух (или

одной при несимметричном спектре) сверхизлучательных мод на краях запрещённой фотонной зоны в центре спектра, а другая – квазидискретными компонентами частично синхронизованных мод на краях спектра. Некоторое количество неквазиэквидистантных и поэтому несфазированных квазимонохроматических мод на склонах спектра (т.е. промежуточных мод, не укладывающихся в две названные гребёнки и по отношению к ним фактически некогерентных) хотя и могут иметь сравнимую с остальными модами интенсивность излучения, но с точки зрения интересующих нас двух квазипериодических импульсных последовательностей представляют слабый шум.

Для дальнейшего уместно напомнить суть и проиллюстрировать действие когерентного параметрического механизма на типичных примерах сверхизлучательной лазерной генерации с несимметричным и симметричным спектрами. В определённом смысе он объединяет известные механизмы активной (параметрической) и пассивной (когерентной) синхронизации мод в обычных лазерах класса В, где активная синхронизация достигается за счёт внешней модуляции параметров лазера или накачки в такт с движением солитона по резонатору, а пассивная - благодаря включению в схему лазера связанных с резонатором дополнительных нелинейных элементов, например, резонансно поглощающей ячейки, селективно действующих на импульсы различной амплитуды и длительности. По существу сверхизлучающий лазер обеспечивает и то и другое, во-первых, благодаря биениям сверхизлучательных мод, параметрически воздействующим на биения синхронизующихся мод, а во-вторых, созданию в активной среде пусть кратковременных, но спектрально широких неинвертированных или слабо инвертированных областей поглощения поля вследствие Раби-осцилляций поляризации и инверсии населённостей активных центров в моменты высвечивания мощных импульсов сверхизлучения.

Воспользуемся детальным анализом трёх вариантов численных расчётов для следующих типичных параметров: $I = 2, 3 \cdot 10^{-6}$, неоднородное уширение $\Delta_0 = 13$, скорости релаксации инверсии населённостей $\Gamma_1 = 0,01$ и поляризации $\Gamma_2 = 0,03$, а также для следующих вполне достижимых длин резонатора L, параметров РОС $b = \beta L$, коэффициентов отражения зеркал R и уровней накачки n_p :

(i)
$$L = 20, b = \sqrt{3}, R = 0,1, n_p = 1;$$

(ii) $L = 20, b = \sqrt{3}, R = 0,15, n_p = 0,9;$
(iii) $L = 22,5, b = 0,9, R = 0,1e^{i\pi/2}, n_p = 1.$

Для наиболее добротных мод указанных резонаторов отношение времён релаксации поляризации и поля T_2/T_E равно 3/2 (вариант і), 4/3 (вариант іі) и 2 (вариант ііі). По

отношению к среднему варианту (ii) с наиболее добротным комбинированным резонатором варианты (i) и (iii) имеют немного более мощную накачку, но менее добротные резонаторы за счёт меньшего коэффициента отражения зеркал R в первом варианте и дополнительно за счёт меньшего параметра РОС $b \equiv \beta L$ в последнем.

Во всех трёх вариантах осциллограммы интенсивности выходящего лазерного излучения являются весьма нерегулярными, испещрёнными острыми пичками с длительностью до $\delta \tau <\sim 10$, т.е. $\delta t <\sim 10 \omega_c^{-1}$, которые обусловлены интерференцией и нелинейным взаимодействием сверхизлучательных полей. При этом достигаемая максимальная величина частоты Раби оказывается порядка межмодового интервала, $\max(\omega_R / \omega_c) \sim \pi / L \sim 0,1$, и отвечает немного большему характерному временному масштабу Раби-осцилляций, а характерный период следования изрезанных импульсов сверхизлучения ещё на порядок больше и задаётся временем восстановления инверсии населённостей активной среды под действием накачки, $t_{SR} \sim 2T_1 = 200\omega_c^{-1}$.

Спектр выходящего поля для трёх данных вариантов установившейся лазерной генерации существенно различен (рисунок 4.4.1), хотя и содержит всего по две ярко выраженных, уширенных сверхизлучательных моды на краях запрещённой фотонной зоны комбинированного резонатора ФП-РОС. В первых двух вариантах эти моды различны и примерно вдвое отличаются по интенсивности, а остальные, квазимонохроматические моды (примерно вдвое отличающиеся по числу) расположены почти эквидистантно и занимают только одно, высокочастотное крыло спектра генерации. Положение их всех, как и в третьем варианте, хорошо соответствует положению так называемых горячих мод. Однако в третьем варианте спектр генерируемых мод – и сверхизлучательных, и квазимонохроматических – является практически симметричным, что обусловлено наличием фазового сдвига на $\varphi = \pi/2$ при отражении поля от зеркал резонатора. В результате излучаемые лазером импульсы в этом варианте оказываются более упорядоченными, в частности, импульсы коллективного спонтанного излучения двух сверхизлучательных мод идут в противофазе и имеют одинаковый период следования [А4]. Уместно отметить, что генерация всех квазимонохроматических мод в данном варианте, как и в двух других вариантах с несимметричным спектром (за исключением одной немного уширенной моды, соседствующей со сверхизлучательной модой), обусловлена нелинейно-резонансным взаимодействием с парой сверхизлучательных мод, без которого, согласно линеаризованным уравнениям Максвелла-Блоха в разделе 1.3, все они затухают, обладая отрицательными инкрементами, т.е. находясь ниже порога неустойчивости $n_{p}\omega_{c}^{2}T_{2}^{*}T_{E}=1.$



Рисунок 4.4.1(2) – Спектры установившейся генерации сверхизлучающих лазеров (i), (ii), (iii): (a), (б) и (в), соответственно. Точками показаны нормированные частоты Δ и инкременты/декременты Г горячих мод, рассчитанные при постоянной однородной инверсии населенностей $n = n_p$. Как пример для варианта (ii) показан также спектр фазы лазерного излучения, демонстрирующий примерное постоянство разности фаз соседних синхронизованных мод.

Во всех трёх указанных вариантах (i) – (iii) чрезвычайно важной особенностью нелинейно-резонансного (параметрического) возлействия пары пульсирующих сверхизлучательных мод, расположенных по краям запрещённой фотонной зоны, на развитие и характер установившейся многомодовой генерации является примерно двукратное отличие разности их средних частот от величины среднего межмодового интервала для квазиэквидистантной части спектра. Именно, с учётом уширения спектра сверхизлучательных мод отношение указанной разности их частот к межмодовому интервалу равно, соответственно: i) 2.1 ± 0.3 , ii) 2.0 ± 0.2 , iii) 1.5 ± 0.6 . При этом существенным является сильное спектральное уширение последних благодаря их нестационарности, обеспечивающее возможность параметрической раскачки при наличии заметной неэквидистантности квазимонохроматических мод и значительном изменении параметров лазера, поскольку в спектре сверхизлучающих мод имеется широкий выбор компонент, удовлетворяющих сформулированному условию параметрического резонанса. Конечно, как уже отмечалось, синхронизации части квазимонохроматических мод, попадающих в область широкого динамического спектра импульсов сверхизлучения, может способствовать и образование последними провалов инверсии населённостей, которые при подходящем движении солитоноподобного импульса будут предотвращать нежелательное усиление возмущений на его склонах и хвостах, т.е. препятствовать расфазировке образующих его мод.

На рисунке 4.4.2 представлены квазипериодические последовательности импульсов, создаваемые каждой из двух сверхизлучательных мод для трёх типичных вариантов лазеров (i) - (iii) и найденные путём обратного преобразования Фурье с использованием части спектра лазерного излучения, сосредоточенного в полосе отдельной моды. Длительность импульсов модового сверхизлучения оказалась порядка времени некогерентной релаксации поляризации, точнее, $\delta t_{SR} \sim (1-2)T_2 \sim (2-4)T_E$, что и следовало ожидать для рассматриваемых достаточно длинных лазеров класса C, в которых время жизни фотонов сверхизлучательных мод T_E не на много меньше времени некогерентной релаксации дипольных колебаний активных центров T₂. Для асимметричных спектров генерации (варианты і и іі) интенсивности сверхизлучательных мод отличаются всего в полтора-два раза, а периоды следования соответствующих импульсов на (20 - 30)% и, как отмечалось, составляют величину $\tau_{SR} \sim 2\Gamma_1^{-1} = 200$, т.е. всего в три-пять раз больше длительности этих импульсов. Такие импульсы сверхизлучения часто перекрываются и интерферируют, создавая биения поля и, следовательно, инверсии населённостей на частоте $\approx 2\pi/L$, требуемой для эффективного параметрического воздействия на достаточно близко расположенные пары соседних квазимонохроматических мод с межмодовым интервалом $\approx \pi/L$.



Рисунок 4.4.2 – Типичные осциллограммы интенсивности излучения двух сверхизлучательных мод (сплошная линия и пунктир) лазеров (i), (ii), (iii) – (a), (б) и (в) – в установившемся режиме генерации в единицах квадрата частоты Раби, нормированной на кооперативную частоту,

$$I\left|a_{SR}^{2}\right| = \left|\omega_{R}^{2} / \omega_{c}^{2}\right|.$$

Подобные биения с аналогичным параметрическим эффектом возбуждения и синхронизации квазимонохроматических мод имеются и для варианта (iii) с симметричным спектром лазерного излучения, когда в установившейся генерации пара одинаковых по интенсивности сверхизлучательных мод создаёт две квазипериодические последовательности почти одинаковых импульсов, идущих практически в противофазе и обладающих примерно теми же временными параметрами, что и в двух предыдущих вариантах. Поэтому эти импульсы перекрываются только хвостами и параметрическая модуляция инверсии населённостей получается не столь сильной, но зато более регулярной и опять вполне достаточной для существенного воздействия на близлежащие пары соседних квазимонохроматических мод и синхронизации фаз этих мод, которая необходима для образования и долговременного, стабильного существования солитоноподобного импульса, обходящего резонатор.

Таким же методом, с использованием обратного преобразования Фурье для соответствующей области спектра лазерного излучения, на рисунке 4.4.3 построены периодические последовательности импульсов, создаваемые синхронизованной частью квазимонохроматических мод, т.е. всеми модами за исключением сверхизлучательных и трёхпяти ближайших к ним мод, которые оказываются не столь квазиэквидистантно расположенными и к тому же подверженными большему флуктуационному воздействию со стороны близлежащих сверхизлучательных мод. В рассмотренных вариантах (i) - (iii) энергосодержание этих последовательностей импульсов синхронизованных мод составляет (10 – 30)%, период следования определяется удвоенной длиной резонатора, $\tau_{round} \approx 2L$ (равной 40 или 45), т.е. порядка или чуть меньше продолжительности типичного импульса сверхизлучения $\tau_{SR} \sim 50$, а длительность оказывается на порядок короче, $\delta \tau_{ML} \sim 3-10$. Согласно проведённому корреляционному анализу, получающиеся в вариантах (i) - (iii) солитоноподобные импульсы вполне стабильны на временах порядка десятков периодов обхода резонатора. Однако, как удалось проследить, в первом варианте (i) самосинхронизованные моды фактически разделились на две слабосфазированные группы и образованный ими общий импульс (рисунок 4.4.3а) вряд ли уместно характеризовать как единый солитон.



Рисунок 4.4.3 – Типичные осциллограммы интенсивности излучения периодической последовательности импульсов (диссипативных солитонов), $I \left| a_{ML}^2 \right| = \left| \omega_R^2 / \omega_c^2 \right|$, образованных самосинхронизованными квазистационарными модами, для лазеров (i), (ii), (iii) – (a), (б) и (в) – в установившемся режиме генерации на фоне полной интенсивности их излучения,

 $I|a^2| = |\omega_R^2 / \omega_c^2|$ (в единицах квадрата частоты Раби, нормированной на кооперативную частоту).

Особенностью варианта (iii) с симметричным спектром генерируемых мод является полное совпадение и сфазированность импульсов, которые формируются левым и правым крыльями спектра синхронизованных квазимонохроматических мод, образующих таким образом единый солитоноподобный импульс. С учётом ещё и большего числа участвующих в его формировании самосинхронизованных мод, он оказывается относительно мощнее, стабильнее и короче, чем солитоноподобные импульсы в вариантах (i) и (ii).

Во всех трёх вариантах (i) - (iii) на динамических спектрах поляризации и инверсии населённостей активной среды прослеживается пара квазипериодических последовательностей импульсов сверхизлучения двух наиболее добротных мод (на краях запрещённой фотонной зоны) с периодами в диапазоне $\tau_{SR} \sim 180-300$, которые отличаются на 20-30% в первых двух вариантах. Пересекающиеся во времени импульсы сверхизлучения захватывают несколько соседних мод и вызывают глубокие биения поляризации (и поля) на частоте, примерно вдвое превышающей межмодовый интервал в области квазиэквидистантного спектра мод: $2 / \tau_{round} \simeq 0.05$. Естественно стабильному ожидать, что более существованию солитоноподобного импульса может способствовать и его обратное воздействие на импульсы коллективного спонтанного излучения Дике, а именно, их инициирование, ведущее к примерной кратности среднего периода au_{SR} следования импульсов одной из сверхизлучающих мод периоду обхода резонатора au_{round} . Так, в приведенном варианте (iii) подобную кратность с индексом K = 5 можно установить путём сравнения соответствующих осциллограмм на рисунке 4.4.2 и рисунке 4.4.3. Соответствующие спектр и осциллограммы разнопериодных последовательностей сверхизлучательных и солитоноподобных (полных) импульсов детальнее представлены на рисунке 4.4.4.



Рисунок 4.4.4 – Две кратные спектральные гребёнки и соответствующие осциллограммы двух последовательностей импульсов – сверхизлучательных и солитоноподобных – с той же кратностью периодов следования для лазера варианта (iii) (подробнее квазидискретный спектр сверхизлучательных мод изображён на рисунке 4.2.4).

Улучшать условия для рассматриваемого параметрического резонанса или, напротив, разрушать его можно путём изменения длины лазера, которой пропорционален период импульсной последовательности излучения синхронизованных образующих мод, солитоноподобный импульс [А13], обходящий резонатор. Так, например, если перейти от варианта (iii) к более короткому (примерно на 10%) лазеру с длиной L = 20, когда отношение разности средних частот сверхизлучательных мод межмодовому интервалу к квазимонохроматических мод становится равным 1.4±0.5, то параметрический резонанс возбуждаться исчезают оказывается невозможным, так что перестают И все квазимонохроматические моды, а следовательно, сам солитоноподобный импульс. При этом, как показано на рисунке 4.4.5, спектры сохраняющихся двух сверхизлучательных мод (являющиеся почти зеркально симметричными) мало меняются, оставаясь квазидискретными, отвечающими квазипериодической последовательности их импульсов (цугов импульсов), идущих по-прежнему в противофазе.



Рисунок 4.4.5 – Спектр установившейся генерации сверхизлучающего лазера (iii) с сокращённой длиной L = 20 (вместо L = 22, 5). Точками показаны нормированные частоты Δ и инкременты/декременты Г горячих мод, рассчитанные при постоянной однородной инверсии населённостей $n_p = 1$.

Эффективным способом управления условиями реализации не только параметрического резонанса, но и временного резонанса, т.е. достижения двойного резонанса, является изменение коэффициента РОС β . Он практически напрямую определяет спектральное расстояние между двумя сверхизлучательными модами, по порядку величины равное 2 β (если исключить случай $b \ll 1$), и значительно влияет на период следования цугов импульсов сверхизлучения этих мод, по существу не затрагивая спектральные И временные свойства излучения квазиэквидистантных мод на крыльях спектра. Согласно проведённым расчётам, указанным в таблице 4, и их детальному анализу, для рассмотренного варианта лазера (iii) с симметричным спектром оказывается, что увеличение коэффициента РОС от исходного значения $\beta = 0.04$ до значения $\beta = 0.07$ позволяет изменить временную кратность последовательностей сверхизлучательных и солитоноподобных импульсов с исходного значения K = 5 до нового значения K = 4 при сохранении параметрического резонанса. Этот резонанс в последнем

случае становится ещё эффективнее [А4, А8, А15], поскольку теперь двукратное превышение межмодового интервала квазимонохроматических мод на крыльях спектра реализуется для двух пар наиболее интенсивных дискретных компонент двух сверхизлучательных мод в центре лазерного спектра. Правда, для точного выполнения двойного резонанса пришлось ещё немного изменить связанное со скоростью накачки время некогерентной релаксации инверсии $T_1 = \Gamma_1^{-1}$, которому пропорционален период следования населённостей импульсов сверхизлучения, а именно, взять $\Gamma_1 = 0.0088$ вместо $\Gamma_1 = 0.01$. Получающийся спектр лазерного излучения с двумя кратными гребёнками, образованными сверхизлучательными модами в центре и квазиэквидистантными модами на краях, а также типичные осциллограммы излучения, содержащие две (слева внизу и справа) последовательности импульсов с временной кратностью K = 4, представлены на рисунке 4.4.6. Осциллограмму излучения, связанного с полными импульсами самосинхронизованных мод лазера обоих крыльев спектра (см. нижнюю панель левого столбца рисунка 4.4.6д), полезно сравнить с аналогичной осциллограммой, представленной на рисунке 4.3.3 для случая отсутствия двойного резонанса и обладающей не столь выраженной периодичностью основных солитоноподобных импульсов.

Таблица 4 – Изменение ряда параметров сверхизлучающего лазера с самосинхронизацией мод при смене временной кратности от K = 5 до K = 4 за счёт увеличения коэффициента РОС от $\beta = 0.04$ до $\beta = 0.07$ (и небольшого уменьшения скорости некогерентной релаксации инверсии

населённостей Γ_1) в условиях двойного резонанса: L - длина резонатора, $\operatorname{Rexp}(i\varphi)$ –

коэффициент отражения зеркал, $b = \beta L$ - параметр РОС, π/L - межмодовый спектральный интервал, T_2/T_E - отношение времени некогерентной релаксации поляризации активной среды ко времени жизни фотона в наиболее добротной моде резонатора, $n_L \simeq (\omega_c^2 T_2^* T_E)^{-1} \equiv \Delta_0 \Gamma_E -$ оценка порога лазерной генерации.

№	L	β	$R e^{i\varphi}$	$b = \beta L$	$\pi/L = 0.14$	T_2 / T_E	Γ_1	$n_L \simeq \Delta_0 \Gamma_E$	K
1	22.5	0,04	$0.1e^{i\pi/2}$	0,9	0.137	2,02	0.01	0,78	5
2		0.049		1.10	0.137	1.81		0.7	4.4
3		0.057		1.28	0.137	1.65		0.65	4.15
4		0.061		1.37	0.137	1.58		0.62	4
5		0.065		1.46	0.136	1.5		0.6	3.85
6		0.069		1.55	0.136	1.45	0.0088	0.55	4
7		0.07		1.57	0.136	1.43		0.55	4



Рисунок 4.4.6 – Полный спектр (а) и спектр двух сверхизлучательных мод (б) в установившейся генерации лазера класса С с коэффициентом РОС $\beta = 0.07$ в условиях двойного резонанса – параметрического и временного (с кратностью *K*=4), а также осциллограмма периодической последовательности регулярно чередующихся цугов импульсов двух сверхизлучательных мод (в) и осциллограммы (г) излучения в четыре раза чаще идущих импульсов, образованных самосинхронизованными модами на левом (вверху), правом (в середине) и обоих (внизу) крыльях спектра генерации. Параметры лазера: $R = 0.1e^{i\pi/2}$, L = 22.5, $\beta = 0.07$, $\Gamma_1 = 0.0088$, $\Gamma_2 = 0.03$, $\Delta_0 = 13$, $n_p = 1$.

В рассматриваемом случае рисунка 4.4.6 ширина спектра генерации составляет несколько кооперативных частот и много больше однородного уширения $2\Gamma_2$, но мала по сравнению с неоднородным $2\Delta_0 \gg 1$. Межмодовый интервал $\pi/L \approx 0.14$ тоже существенно больше однородного уширения $2\Gamma_2 = 0.06$, но сравним со спектральными ширинами холодных мод

резонатора $\Gamma_E = (T_E \omega_c)^{-1}$, лежащими примерно в пределах 0.08 – 0.2, границы которых отвечают двум центральным модам и модам на крыльях спектра. В этих условиях благодаря нелинейным когерентным эффектам спектр оказывается почти дискретным и содержит две гребёнки с кратностью K = 4. Едва заметное уширение из-за квазихаотической генерации импульсов сверхизлучения имеют лишь две пары центральных компонент расщепившихся сверхизлуча-тельных мод и две пары соседних с ними автомодуляционных мод. Последние близки к запре-щённой фотонной зоне и имеют межмодовый интервал немного отличный от π/L , так что не подвержены параметрической синхронизации и не дают вклада в солитоноподобные импульсы.

Остальные квазимонохроматические квазиэквидистантные моды испытывают на себе когерентную параметрическую синхронизацию, поскольку имеется 4 пары компонент левой и правой сверхизлучательных мод (рисунок 4.4.6б), разность частот которых вдвое больше межмодового интервала π/L (пары образуют 1-я, 2-я, 3-я и 4-я компонента справа с 4-й, 3-й, 2-й и 1-й слева соответственно). Более того, это параметрическое воздействие сверхизлучательных мод обеспечивает саму генерацию всех квазиэквидистантных мод, поскольку все они не обладают инкрементами при заданной максимальной накачке.

С использованием анализа эволюционирующих профилей и динамических спектров импульсов двух последовательностей с кратными периодами удается показать, что имеет место: 1) взаимное фазирование и синхронизация импульсов обеих последовательностей; 2) формирование единого солитоноподобного импульса частью мод обоих крыльев спектра лазера; 3) примерное сохранение формы этого импульса на временных интервалах вплоть до нескольких десятков времён обхода светом резонатора. Подобные когерентные свойства, несмотря на квазихаотический характер полного излучения лазера, обусловлены эффективным взаимовлиянием указанных последовательностей в условиях рассматриваемого двойного резонанса, ведущим как к стабилизации цугов сверхизлучения за счёт его инициирования солитоноподобными импульсами, так и к вынужденной синхронизации квазистационарных мод периодической модуляцией активной среды под действием импульсов сверхизлучения.

Периоды следования солитоноподобных импульсов, образованных большим числом квазиэквидистантных мод, и цугов сверхизучательных импульсов отличаются в четыре раза (кратность как и у гребёнок, K = 4), составляя примерно 45 и 180 соответственно при нормировании времени на кооперативную частоту, $\tau = \omega_c t$. Наряду со строгой периодичностью обеих последовательностей, следует отметить, что имеются заметные отличия и по пиковой интенсивности (до двух раз), и по форме как соседних цугов сверхизлучательных импульсов,

так и соседних солитоноподобных импульсов. Сравнение последних, образованных без учёта или с учётом двух пар мод, ближайших к сверхизлучательным модам (см. рисунок 4.4.6а), также показывает заметные отличия, а следовательно, свидетельствует о том, что эти ближайшие моды испытывают довольно сильное и разное фазовое воздействие со стороны соответствующих (правой или левой) пульсирующих сверхизлучательных мод, возмущающих строгую синхронизацию квазиэквидистантных мод, но в целом не разрушающих её. Анализ влияния точности соблюдения условий двойного резонанса на вариации свойств тех или иных импульсов, в том числе образованных модами отдельно правого или левого крыльев спектра, а также поиск оптимальных областей параметров лазера требует дополнительного исследования.

Таким образом, показано, что в лазере класса С с комбинированным низкодобротным резонатором ФП-РОС и симметричным спектром генерации возможна реализация условий двойного резонанса – основного параметрического и временного с различной кратность периодов следования сверхизлучательных и солитоноподобных импульсов. При этом спектр лазера не только содержит соответствующие две кратные гребёнки, образованные сверхизлучательными и самосинхронизованными модами, но разность частот некоторых дискретных спектральных компонент двух сверхизлучательных мод в центре спектра ровно вдвое превышает межмодовый интервал квазимонохроматических мод на краях генерируемого спектра. Тем самым обоснована идея двойного резонанса – параметрического и временного, позволяющего получать две кратные гребёнки в спектре генерации сверхизлучающего лазера. Предложенный метод основан на коллективной когерентной динамике активных центров, однородно заполняющих резонатор, работоспособен в широкой области параметров лазера и не требует использования их внешней модуляции, включения дополнительных нелинейных элементов или запаздывающей обратной связи. Особенности генерируемых кратных гребёнок и отвечающих им последовательностей импульсов проиллюстрированы путём детального численного моделирования излучения типичного сверхизлучающего лазера, удовлетворяющего условиям двойного резонанса. Полученные результаты позволяют надеяться на возможность применения подобных сверхизлучающих лазеров в различных областях динамической спектроскопии, информационной оптики и квантовой электроники.

4.5. Выводы

Наиболее важные результаты представленных в данной главе исследований состоят в следующем.

Для многомодового сверхизлучающего лазера класса C с симметричным низкодобротным комбинированным резонатором определены условия, при которых происходит

спонтанное формирование двух кратных спектральных гребёнок, состоящих из частично самосинхронизованных квазимонохроматических мод на крыльях спектра генерации и дискретных компонент двух сверхизлучательных мод на краях запрещённой фотонной зоны в центре спектра генерации и согласованных с когерентным периодическим излучением соответствующих солитоноподобных и сверхизлучательных импульсов (цугов импульсов), интервалы следования которых отличаются в целое число раз.

Найдены характерные свойства И необходимые условия генерации двух квазипериодических разнопериодных последовательностей когерентных импульсов сверхизлучающим лазером класса С с низкодобротным комбинированным резонатором, не обязательно симметричным, при наличии явления двойного резонанса – параметрического, когда разность частот определённых спектральных компонент двух нестационарных мод на краях запрещённой фотонной зоны примерно вдвое превышает межмодовый интервал квазимонохроматических мод вдали от этой зоны, и временного, когда период следования импульсов (цугов импульсов) сверхизлучения одной или двух указанных нестационарных мод примерно кратен периоду обхода резонатора солитоноподобным импульсом (не обязательно единственным), образованным частично синхронизованными квазистационарными модами.

Заключение

Выявленные широкие возможности управления неэквидистантностью, инкрементами/декрементами и неоднородностью структуры горячих мод сверхизлучающих лазеров, образованных активной средой с неоднородным уширением спектральной линии и низкодобротным комбинированным резонатором Фабри-Перо с распределённой обратной связью встречных волн, позволяют реализовать уникальные когерентные состояния ансамбля активных центров и их собственного поля излучения с разнообразной неоднородной структурой в координатном и частотном пространстве и согласованной нелинейной динамикой мод при наличии непрерывной некогерентной накачки.

В однородном сверхизлучающем лазере класса D с почти однородным уширением спектральной линии И низкодобротным симметричным резонатором существуют самосогласованные асимметричные состояния поля, поляризации и инверсии населённостей активной среды, которые характеризуются значительно различающимися интенсивностями излучения, выходящего из противоположных торцов лазера, и могут быть как стационарными, автомодуляции и бистабильным переходам так подверженными между двумя И асимметричными состояниями, зеркально симметричными друг другу. Согласно проведенному сравнению дискретного спектра слабой автомодуляции и спектра поляритонных мод сверхизлучающего лазера с симметричным резонатором Фабри-Перо в режиме сильно нарушенной зеркальной симметрии генерации, доминирующие составляющие спектра обусловлены нелинейным возбуждением двух поляритонных мод с наименьшими декрементами благодаря резонансным колебаниям Раби активных центров в области наибольшей амплитуды полуволновой решётки инверсии населённостей.

В лазере класса С с неоднородным уширением спектральной линии и низкодобротным комбинированным резонатором Фабри-Перо с распределённой обратной связью встречных волн возможна самосинхронизация части квазимонохроматических мод на крыльях спектра генерации в условиях параметрического резонанса их биений с биениями двух нестационарных (сверхизлучательных) мод на краях запрещённой фотонной зоны в центре спектра генерации, причём действие такого параметрического когерентного механизма во многом определяет формирование солитоноподобного импульса, периодически обходящего резонатор, в отсутствие внешних воздействий или дополнительных нелинейных элементов в лазере.

В спектре многомодового сверхизлучающего лазера класса С, имеющего симметричный низкодобротный комбинированный резонатор Фабри-Перо с распределённой обратной связью встречных волн, при определённых условиях происходит спонтанное формирование двух

кратных гребёнок, одна из которых образована частично самосинхронизованными квазимонохроматическими модами, создающими циркулирующий по резонатору солитоноподобный импульс, другая _ двумя сверхизлучательными модами, а обуславливающими генерацию периодической последовательности когерентных импульсов, интервал между которыми в целое число раз превышает период обхода резонатора светом.

Автор выражает глубокую благодарность и признательность своему научному руководителю члену-корреспонденту РАН Кочаровскому Владимиру Владиленовичу и старшему научному сотруднику ИПФ РАН Кочаровской Екатерине Рудольфовне за помошь, поддержку, ценные советы и научное руководство.

Список работ автора по теме диссертационного исследования

Публикации в рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук:

A1. Comparative analysis of the dynamical spectra of a polarization of an active medium and an electromagnetic field in the superradiant heterolasers / Vl. V. Kocharovsky, A. S. Gavrilov, E. R. Kocharovskaya, A. V. Mishin, I. S. Ryabinin, A. F. Selezhnev, V. V. Kocharovsky // Breakthrough directions of scientific research at MEPhI. KnE Engineering: Conference Paper. – 2018. – Vol. 3, No. 6. – P. 160–173.

А2. Спектрально-динамические особенности поляризации активной среды и пространственно-временные' эмпирические моды лазера с низкодобротным резонатором / Е. Р. Кочаровская, А. С. Гаврилов, В. В. Кочаровский, Е. М. Лоскутов, А. В. Мишин, Д. Н. Мухин, А. Ф. Селезнев, Вл. В. Кочаровский // Известия высших учебных заведений. Радиофизика. – 2018. – Т. 61, № 11. – С. 906–936.

А3. Особенности одновременной генерации низко- и высокодобротных мод в гетеролазерах на квантовых точках с большим временем некогерентной релаксации оптических дипольных колебаний / Е. Р. Кочаровская, А. В. Мишин, И. С. Рябинин, В. В. Кочаровский // Физика и техника полупроводников. – 2019. – Т. 53, № 10. – С. 1329–1337.

А4. Параметрический эффект в сверхизлучающем лазере с самосинхронизацией мод /
Вл. В. Кочаровский, А. В. Мишин, А. Ф. Селезнёв, Е. Р. Кочаровская, В. В. Кочаровский //
Теоретическая и математическая физика. – 2020. – Т. 203, № 1. – С. 56–77.

А5. Сосуществование когерентных импульсов сверхизлучательных и квазистационарных мод в лазере с низкодобротным резонатором / Е. Р. Кочаровская, А. В. Мишин, А. Ф. Селезнев, В. В. Кочаровский, Вл. В. Кочаровский // Известия высших учебных заведений. Радиофизика. – 2020. – Т. 63, № 11. – С. 985–1007.

А6. Зависимость спектра генерации и синхронизации мод от ширины запрещённой фотонной зоны в гетеролазерах класса С с распределённой обратной связью волн в резонаторе Фабри-Перо / Е. Р. Кочаровская, В. А. Кукушкин, А. В. Мишин, Вл. В. Кочаровский, В. В. Кочаровский // Физика и техника полупроводников. – 2021. – Т. 55, № 9. – С. 758–765.

А7. Поляритонный резонанс в автомодуляции асимметричного состояния сверхизлучающего лазера / Е. Р. Кочаровская, А. В. Мишин, Вл. В. Кочаровский, В. В. Кочаровский // Физика и техника полупроводников. – 2022. – Т. 56, № 7. – С. 651–658.

А8. Когерентное взаимодействие мод и кратные гребенки в спектре сверхизлучающего лазера / Е. Р. Кочаровская, А. С. Гаврилов, А. Ф. Селезнев, А. В. Мишин, В. В. Кочаровский, Вл. В. Кочаровский // Квантовая электроника. – 2022. – Т. 52, № 9. – С. 1–6.

Тезисы докладов и материалы конференций:

А9. Е. Р. Кочаровская, А. В. Мишин, И. С. Рябинин «Одновременная генерация низко- и высокодобротных мод в гетеролазерах на квантовых точках: спектрально-корреляционный анализ» // Тезисы докладов XXIII Международного симпозиума "Нанофизика и наноэлектроника" (г. Нижний Новгород, 11 – 14 марта 2019 г.), Т.2, С. 722 – 723 (2019).

A10. Vladimir Kocharovsky, Alexey Mishin, Vitaly Kocharovsky, Ekaterina Kocharovskaya, Alexey Seleznev "Superradiance as a Way to the Steady-State Multimode and Ultrashort Pulsed Lasing in CW Quantum-Dot Heterolasers" // CLEO/Europe-EQEC 2019 abstracts, (23 - 27 June 2019, Munich, Germany).

A11. Ekaterina Kocharovskaya, Alexey Mishin and Ivan Ryabinin "Features of mode selection in a combined Fabry-Perot cavity with distributed feedback of counter-propagating waves" // ITM Web Conf. | 29th International Crimean Conference "Microwave & Telecommunication Technology" (CriMiCo'2019) | Conference Paper, Vol. 30, 2019, P. 08009 (2019) (doi.org/10.1051/itmconf/20193008009).

А12. А. В. Мишин, Е. Р. Кочаровская, И. В. Корюкин, Вл. В. Кочаровский, В. В. Кочаровский «Эффект спонтанного нарушения симметрии излучения сверхизлучающего гетеролазера с симметричным низкодобротным резонатором» // Сборник тезисов докладов VII Международного симпозиума по когерентному оптическому излучению полупроводниковых соединений и структур (КОИПСС-2019) (г. Москва, ФИАН, НИЯУ МИФИ, 18 – 20 ноября 2019 г.), С. 63 – 64 (2019).

А13. А. В. Мишин «Параметрическое взаимодействие и самосинхронизация мод в сверхизлучающем лазере» // Тезисы докладов XIX научной школы «Нелинейные волны – 2020» (г. Нижний Новгород, 29 февраля – 6 марта 2020 г.), С. 174 (2020).

А14. А. В. Мишин, А. Ф. Селезнев, Е. Р. Кочаровская, И. В. Корюкин, В. В. Кочаровский, Вл. В. Кочаровский «Биения сверхизлучательных мод как параметрический механизм синхронизации квазиэквидистантных мод гетеролазера: Анализ спектра горячих мод и динамического спектре генерации» // Тезисы докладов XXIV Международного симпозиума "Нанофизика и наноэлектроника" (г. Нижний Новгород, 10 – 13 марта 2020 г.), Т.2, С. 667 – 668 (2020).

A15. Vladimir Kocharovsky, Ekaterina Kocharovskaya, Alexey Mishin, Alexey Seleznev "Double Resonance and Coherent Parametric Self-Mode-Locking in CW Superradiant Lasing" // 23rd Photonics North Conference abstracts (31 May– 2 June 2021, online), P. 21436727. A16. Vitaly Kocharovsky, Vladimir Kocharovsky, Ekaterina Kocharovskaya, Alexey Mishin "Novel Steady-State Light-Matter Phase" // 23^{rd} Photonics North Conference abstracts (31 May – 2 June 2021, online), P. 21299575.

A17. Vladimir Kocharovsky, Alexey Mishin, Vitaly Kocharovsky, Ekaterina Kocharovskaya, Alexey Seleznev "Simultanious generation of pulse trains with different periods in a class C quantum-dot heterolaser" // CLEO/Europe-EQEC 2021 abstracts, (21 – 25 June 2021, online), P. cb_p_21.

А18. А. В. Мишин, Е. Р. Кочаровская «Изменение спектра и структуры поляритонных мод гетеролазера класса С под действием распределённой обратной связи волн» // Сборник тезисов докладов VIII Международного симпозиума по когерентному оптическому излучению полупроводниковых соединений и структур (КОИПСС-2021) (г. Москва, ФИАН, НИЯУ МИФИ, 23 – 25 ноября 2021 г.), С. 49 (2021).

А19. Е. Р. Кочаровская, А. В. Мишин, В. В. Кочаровский, Вл. В. Кочаровский «Поляритонные резонансы в автомодуляции сверхизлучающих лазеров» // Тезисы докладов XXVI Международного симпозиума "Нанофизика и наноэлектроника" (г. Нижний Новгород, 14 – 17 марта 2022 г.), Т.2, С. 864 – 865 (2022).

А20. Вл. В. Кочаровский, Е. Р. Кочаровская, А. В. Мишин, В. В. Кочаровский, «Диссипативный сверхизлучательный фазовый переход в системе активных центров с некогерентной непрерывной накачкой в низкодобротном резонаторе Фабри-Перо» // Тезисы докладов XXVI Международного симпозиума "Нанофизика и наноэлектроника" (г. Нижний Новгород, 14 – 17 марта 2022 г.), Т.2, С. 866 – 867 (2022).

A21. E. Kocharovskaya, A. Mishin, V. Kocharovsky "Polariton self-modulation of an asymmetric steady-state of a superradiant laser with a low-Q symmetric Fabry-Perot cavity" // 30th Annual International Workshop "Laser Physics 2022" (18 – 28 July 2022, online).

https://www.lasphys.com/workshops/abstracts/files/2022/fe/0b/30/9ac79a55a10c0eca1ccadb69 f3/abstract.pdf

A22. V. Kocharovsky, E. Kocharovskaya, A. Mishin "Dissipative superradiant state in a Fabry-Perot cavity with weakly reflecting mirrors" // 30th Annual International Workshop "Laser Physics 2022" (18 – 28 July 2022, online).

<u>https://www.lasphys.com/workshops/abstracts/files/2022/c8/fa/7d/9c7080c3e3cfe522fab61b56f</u> <u>b/abstract.pdf</u>
Список литературы

 Cooperative recombination of a quantized high-density electron-hole plasma in semiconductor quantum wells / Y. D. Jho, Xiaoming Wang, J. Kono, D. H. Reitze, X. Wei, A. A. Belyanin, V. V. Kocharovsky, Vl. V. Kocharovsky, G. S. Solomon // Physical Review Letters. – 2006.
 Vol. 96, No. 23. – P. 237401.

2. Cooperative recombination of electron-hole pairs in semiconductor quantum wells under quantizing magnetic fields / Y. D. Jho, X. Wang, D. H. Reitze, J. Kono, A. A. Belyanin, V. V. Kocharovsky, Vl. V. Kocharovsky, G. S. Solomon // Physical Review B. – 2010. – Vol. 81, No. 15. – P. 155314.

3. Giant superfluorescent bursts from a semiconductor magneto-plasma / G. Timothy Noe II, Ji-Hee Kim, Jinho Lee, Yongrui Wang, Aleksander K. Wójcik, Stephen A. McGill, David H. Reitze, Alexey A. Belyanin, Junichiro Kono // Nature Physics. – 2012. – Vol. 8, No. 3. – P. 219–224.

4. Generation of superfluorescent bursts from a fully tunable semiconductor magneto-plasma /
G. T. Noe II, J.-H. Kim, J. Lee, Y.-D. Jho, Y. Wang, A. K. Wójcik, S. A. McGill, D. H. Reitze, A. A. Belyanin, J. Kono // Fortschritte der Physik. – 2013. – Vol. 61, No. 2–3. – P. 393–403.

5. Fermi-edge superfluorescence from a quantum-degenerate electron-hole gas / Ji-Hee Kim,
 G. Timothy Noe II, Stephen A. McGill, Yongrui Wang, Aleksander K. Wójcik, Alexey A. Belyanin,
 Junichiro Kono // Scientific Reports. – 2013. – Vol. 3, No. 1. – P. 3283.

6. Superfluorescence from photoexcited semiconductor quantum wells: Magnetic field, temperature, and excitation power dependence / Kankan Cong, Yongrui Wang, Ji-Hee Kim, G. Timothy Noe II, Stephen A. McGill, Alexey Belyanin, Junichiro Kono // Physical Review B. – 2015. – Vol. 91, No. 23. – P. 235448.

7. Super-radiant mode in InAs-monolayer-based Bragg structures / G. Pozina, M. A. Kaliteevski, E. V. Nikitina, D. V. Denisov, N. K. Polyakov, E. V. Pirogov, L. I. Goray, A. R. Gubaydullin, K. A. Ivanov, N. A. Kaliteevskaya, A. Yu. Egorov, S. J. Clark // Scientific Reports. – 2015. – Vol. 5, No. 1. – P. 14911.

8. Nonlinear behavior of the emission in the periodic structure of InAs monolayers embedded in a GaAs matrix / Galia Pozina, Mikhail A. Kaliteevski, Ekaterina V. Nikitina, Dmitrii V. Denisov, Nikolai K. Polyakov, Evgenii V. Pirogov, Leonid I. Goray, Azat R. Gubaydullin, Konstantin A. Ivanov, Natalia A. Kaliteevskaya, Anton Yu. Egorov // Physica Status Solidi (b). – 2017. – Vol. 254, No. 4. – P. 1600402.

9. Multiple-pulse microcavity lasing from an optically induced confinement / Wei Xie, Fengkuo Hsu, Yi-Shan Lee, Sheng-Di Lin, Chih Wei Lai // Optica. – 2016. – Vol. 3, No. 12. – P. 1477– 1482.

10. Superfluorescent pulsed emission from biexcitons in an ensemble of semiconductor quantum dots / K. Miyajima, Y. Kagotani, S. Saito, M. Ashida, T. Itoh // Journal of Physics: Condensed Matter. – 2009. – Vol. 21, No. 19. – P. 195802.

11. Superradiance of quantum dots / Michael Scheibner, Thomas Schmidt, Lukas Worschech, Alfred Forchel, Gerd Bacher, Thorsten Passow, Detlef Hommel // Nature Physics. – 2007. – Vol. 3, No. 2. – P. 106–110.

12. Dai, D. C. Observation of superfluorescence from a quantum ensemble of coherent excitons in a ZnTe crystal: Evidence for spontaneous Bose-Einstein condensation of excitons / D. C. Dai, A. P. Monkman // Physical Review B. – 2011. – Vol. 84, No. 11. – P. 115206.

Plasmonic Bowtie Nanolaser Arrays / Jae Yong Suh, Chul Hoon Kim, Wei Zhou, Mark D.
 Huntington, Dick T. Co, Michael R. Wasielewski, Teri W. Odom // Nano Letters. – 2012. – Vol. 12, No. 11. – P. 5769–5774.

14. Kozub, M. Enhanced spontaneous optical emission from inhomogeneous ensembles of quantum dots is induced by short-range coupling / Michał Kozub, Łukasz Pawicki, Paweł Machnikowski // Physical Review B. – 2012. – Vol. 86, No. 12. – P. 121305(R).

15. Okuyama, R. Superradiance in transport through ensemble of double quantum dots / Rin Okuyama, Mikio Eto // Journal of Physics: Conference Series. – 2012. – Vol. 400. – P. 2357–2361.

16. Room temperature superradiance due to coherent coupling between light and extended single quantum state / Masayoshi Ichimiya, Hideki Yasuda, Masaaki Ashida, Hajime Ishihara, Tadashi Itoh // Journal of Non-Crystalline Solids. – 2012. – Vol. 358, No. 17. – P. 042049.

17. Transitions from spontaneous emission to stimulated emission and superfluorescence of biexcitons confined in CuCl quantum dots / L. Q. Phuong, K. Miyajima, K. Maeno, T. Itoh, M. Ashida // Journal of Luminescence. – 2013. – Vol. 133. – P. 77–80.

Superradiance in Molecular H Aggregates / F. Meinardi, M. Cerminara, A. Sassella,
 R. Bonifacio, R. Tubino // Physical Review Letters. – 2003. – Vol. 91, No. 24. – P. 247401.

19.. Ultrafast emission under two-photon excitation of biexcitons in CuCl quantum dots / K. Miyajima, Y. Kagotani, S. Saito, M. Ashida, T. Itoh // Physica Status Solidi (b). – 2006. – Vol. 243, No. 14. – P. 3795–3799.

20. Deng, H. Exciton-polariton Bose-Einstein condensation / Hui Deng, Hartmut Haug, Yoshihisa Yamamoto // Reviews of Modern Physics. – 2010. – Vol. 82, No. 2. – P. 1489.

21. Condensation of Excitons in a Trap / A. A. High, J. R. Leonard, M. Remeika, L. V. Butov,
M. Hanson, A. C. Gossard // Nano Letters. – 2012. – Vol. 12, No. 5. – P. 2605–2609.

22. Observation of In-related collective spontaneous emission (superfluorescence) in Cd_{0.8}Zn_{0.2}Te:In crystal / C. R. Ding, Z. L. Li, Z. R. Qiu, Z. C. Feng, P. Becla // Applied Physics

Letters. - 2012. - Vol. 101, No. 9. - P. 091115.

23. Kyriienko, O. Superradiant Terahertz Emission by Dipolaritons / O. Kyriienko, A. V. Kavokin, I. A. Shelykh // Physical Review Letters. – 2013. – Vol. 111, No. 17. – P. 176401.

24. Observation of Dicke Superradiance in Optically Pumped HF Gas / N. Skribanowitz, I. P. Herman, J. C. MacGillivray, M. S. Feld // Physical Review Letters. – 1973. – Vol. 30, No. 8. – P. 309.

25. MacGillivray, J. C. Theory of superradiance in an extended, optically thick medium / J. C. MacGillivray, M. S. Feld // Physical Review A. – 1976. – Vol. 14, No. 3. – P. 1169.

26. Gibbs, H. M. Single-Pulse Superfluorescence in Cesium / H. M. Gibbs, Q. H. F. Vrehen,
H. M. J. Hikspoors // Physical Review Letters. - 1977. - Vol. 39, No. 9. - P. 547.

27. Rydberg-atom masers. I. A theoretical and experimental study of super-radiant systems in the millimeter-wave domain / L. Moi, P. Goy, M. Gross, J. M. Raimond, C. Fabre, S. Haroche // Physical Review A. – 1983. – Vol. 27, No. 4. – P. 2043.

28. Rydberg-atom masers. II. Triggering by external radiation and application to millimeterwave detectors / P. Goy, L. Moi, M. Gross, J. M. Raimond, C. Fabre, S. Haroche // Physical Review A. – 1983. – Vol. 27, No. 4. – P. 2065.

29. Florian, R. Time-resolving experiments on Dicke superfluorescence of O_2^- centers in KCl. Two-color superfluorescence / Reinhold Florian, Lothar O. Schwan, Dankward Schmid // Physical Review A. – 1984. – Vol. 29, No. 5. – P. 2709.

30. Coherent amplification of ultrashort pulses in activated crystals / O. P. Varnavskii, A. N. Kirkin, A. M. Leontovich, R. F. Malikov, A. M. Mozharovskii, E. D. Trifonov // Journal of Experimental and Theoretical Physics. – 1984. – Vol. 86, No. 4. – P. 716–723.

31. Coherent propagation of small-area pulses in activated crystals / O. P. Varnavskii, V. V. Golovlev, A. N. Kirkin, R. F. Malikov, A. M. Mozharovskii, M. G. Benedikt, E. D. Trifonov // Journal of Experimental and Theoretical Physics. – 1986. – Vol. 90, No. 5. – P. 937–944.

32. Schiller, A. Large-sample effects in superfluorescence of O_2^- centers in KCl / Achim Schiller, Lothar O. Schwan, H. Dankward Schmid // Journal of Luminescence. – 1987. – Vol. 38, No. 1–6. – P. 937–944.

33. Schiller, A. Spatial coherence in large-sample superflourescence of O⁻₂ centers in KCl / Achim Schiller, Lothar O. Schwan, H. Dankward Schmid // Journal of Luminescence. – 1988. – Vol. 40–41. – P. 541–542.

34. Boursey, E. Superfluorescence dynamics in /sup 130/Te/sub 2/ / E. Boursey, J. Meziane, A. Topouzkhanian // IEEE Journal of Quantum Electronics. – 1993. – Vol. 29, No. 4. – P. 1038–1041.

35. Boursey, E. Coherent ringing in /sup 130/Te/sub 2/ superfluorescent emission / E. Boursey,
H. Itji, J. Meziane // IEEE Journal of Quantum Electronics. – 1994. – Vol. 30, No. 11. – P. 2653–2656.

36. Kumarakrishnan, A. Collision-induced superfluorescence / A. Kumarakrishnan, Siddharaj

Chudasama, Xianming Han // Journal of the Optical Society of America B. – 2005. – Vol. 22, No. 7. – P. 1538–1546.

37. Kumarakrishnan, A. Superfluorescence from optically trapped calcium atoms / A. Kumarakrishnan, X. L. Han // Physical Review A. – 1998. – Vol. 58, No. 5. – P. 4153.

38. Observation of superfluorescent emissions from laser-cooled atoms / E. Paradis, B. Barrett,
A. Kumarakrishnan, R. Zhang, G. Raithel // Physical Review A. – 2008. – Vol. 77, No. 4. – P. 043419.

39. Observation of picosecond superfluorescent pulses in rubidium atomic vapor pumped by 100-fs laser pulses / Gombojav O. Ariunbold, Michael M. Kash, Vladimir A. Sautenkov, Hebin Li, Yuri V. Rostovtsev, George R. Welch, Marlan O. Scully // Physical Review A. – 2010. – Vol. 82, No. 4. – P. 043421.

40. Quantum fluctuations of superfluorescence delay observed with ultrashort optical excitations / Gombojav O. Ariunbold, Vladimir A. Sautenkov, Marlan O. Scully // Physics Letters A. – 2012. – Vol. 376, No. 4. – P. 335–338.

41. Reduced lasing threshold from organic dye microcavities / G. M. Akselrod, E. R. Young,
K. W. Stone, A. Palatnik, V. Bulović, Y. R. Tischler // Physical Review B. – 2014. – Vol. 90, No. 3. –
P. 035209.

42. Photon echo in superradiant media / A. M. Basharov, N. V. Znamenskii // Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics. – 2010. – Vol. 74, No. 7. – P. 901–903.

43. Mesoscale cavities in hollow-core waveguides for quantum optics with atomic ensembles /
C. M. Haapamaki, J. Flannery, G. Bappi, R. Al Maruf, S. V. Bhaskara, O. Alshehri, T. Yoon, M. Bajcsy // Nanophotonics. – 2016. – Vol. 5, No. 3. – P. 392–408.

44. Spiky structure of coherent emission from optically thick media / A. M. Basharov, G. G. Grigoryan, N. V. Znamenskiy, E. A. Manykin, Yu. V. Orlov, A. Yu. Shashkov, T. G. Yukina // Journal of Experimental and Theoretical Physics. – 2006. – Vol. 102, No. 2. – P. 206–219.

45. Dynamics of superradiant media in a resonator / A. M. Basharov, G. G. Grigoryan, N. V. Znamenskiy, Yu. V. Orlov, A. Yu. Shashkov, T. G. Yukina // Quantum Electronics. – 2009. – Vol. 39, No. 3. – P. 251–255.

46. Superradiant emission from colour centres in diamond / Andreas Angerer, Kirill Streltsov, Thomas Astner, Stefan Putz, Hitoshi Sumiya, Shinobu Onoda, Junichi Isoya, William J. Munro, Kae Nemoto, Jörg Schmiedmayer, Johannes Majer // Nature Physics. – 2018. – Vol. 14, No. 12. – P. 1168– 1172.

47. Gibbs, H. M. Superradiance for Atoms Trapped along a Photonic Crystal Waveguide / A. Goban, C.-L. Hung, J. D. Hood, S.-P. Yu, J A. Muniz, O. Painter, H. J. Kimble // Physical Review Letters. – 2015. – Vol. 115, No. 6. – P. 063601.

48. Yoshikawa, Y. Superradiant Light Scattering from Thermal Atomic Vapors / Yutaka

Yoshikawa, Yoshio Torii, Takahiro Kuga // Physical Review Letters. – 2005. – Vol. 94, No. 8. – P. 083602.

49. Kaluzny, Y. Observation of Self-Induced Rabi Oscillations in Two-Level Atoms Excited Inside a Resonant Cavity: The Ringing Regime of Superradiance / Y. Kaluzny, P. Goy, M. Gross, J. M. Raimond, S. Haroche // Physical Review Letters. – 1983. – Vol. 51, No. 13. – P. 1175.

50. Inouye, S. Superradiant Rayleigh Scattering from a Bose-Einstein Condensate / S. Inouye, A. P. Chikkatur, D. M. Stamper-Kurn, J. Stenger, D. E. Pritchard, W. Ketterle // Science. – 1999. – Vol. 285, No. 5427. – P. 571–574.

51. Inouye, S. Room-temperature spontaneous superradiance from single diamond nanocrystals / Carlo Bradac, Mattias T. Johnsson, Matthew van Breugel, Ben Q. Baragiola, Rochelle Martin, Mathieu L. Juan, Gavin K. Brennen, Thomas Volz // Nature Communications. – 2017. – Vol. 8, No. 1. – P. 1205.

52 Miyajima, K. Ultrashort Radiation of Biexcitonic Superfluorescence from High-Density Assembly of Semiconductor Quantum Dots / Kensuke Miyajima, Yuki Kumagai, Akira Ishikawa // The Journal of Physical Chemistry C. – 2017. – Vol. 121, No. 49. – P. 27751–27757.

53. Sato, G. Biexciton generation processes for CuCl quantum dot ensembles / Genta Sato, Tatsuro Akatsu, Kensuke Miyajima // Materials Research Express. – 2016. – Vol. 3, No. 2. – P. 025002.

54. Anomalous transport and luminescence of indirect excitons in AlAs/GaAs coupled quantum wells as evidence for exciton condensation / L. V. Butov, A. I. Filin // Physical Review B. – 1998. – Vol. 58, No. 4. – P. 1980.

55. Gorbunov, A. V. Phase diagram of the bose condensation of dipolar excitons in GaAs/AlGaAs quantum-well heterostructures / A. V. Gorbunov, V. B. Timofeev // Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters. – 2012. – Vol. 96, No. 2. – P. 138–147.

56. Butov, L. V. Towards Bose–Einstein condensation of excitons in potential traps / L. V. Butov, C. W. Lai, A. L. Ivanov, A. C. Gossard, D. S. Chemla // Nature. – 2012. – Vol. 417, No. 6884. – P. 47–52.

57. Timofeev, V. B. Long-range coherence of interacting Bose gas of dipolar excitons / V. B. Timofeev, A. V. Gorbunov, A. V Larionov // Journal of Physics: Condensed Matter. – 2007. – Vol. 19, No.29. – P. 295209.

58. Active mode locking of quantum cascade lasers in an external ring cavity / D. G. Revin, M. Hemingway, Y. Wang, J. W. Cockburn, A. Belyanin // Nature Communications. – 2016. – Vol. 7, No. 1. – P. 11440.

59. Vuković, Nikola N. Low-Threshold RNGH Instabilities in Quantum Cascade Lasers / Nikola N. Vuković, Jelena Radovanović, Vitomir Milanović, Dmitri L. Boiko // IEEE Journal of

Selected Topics in Quantum Electronics. - 2017. - Vol. 23, No. 6. - P. 1200616.

60. Multimode regimes in quantum cascade lasers: From coherent instabilities to spatial hole burning / A. Gordon, C. Y. Wang, L. Diehl, F. X. Kärtner, A. Belyanin, D. Bour, S. Corzine, G. Höfler, H. C. Liu, H. Schneider, T. Maier, M. Troccoli, J. Faist, F. Capasso // Physical Review B. – 2008. – Vol. 77, No. 5. – P. 053804.

61 Analytical expression for Risken-Nummedal-Graham-Haken instability threshold in quantum cascade lasers / N. Vukovic, J. Radovanovic, V. Milanovic, D. L. Boiko // Optics Express. – 2016. – Vol. 24, No. 23. – P. 26911-26929.

62. Long-range order in a high-density electron-hole system at room temperature during superradiant phase transition / Peter P. Vasil'ev, Vojtech Olle, Richard V. Penty, Ian H. White // Europhysics Letters. – 2013. – Vol. 104, No. 4. – P. 40003.

63. Vasil'ev, P. P. Pulse generation with ultra-superluminal pulse propagation in semiconductor heterostructures by superradiant-phase transition enhanced by transient coherent population gratings / P. P. Vasil'ev, R. V. Penty, I. H. White // Light: Science & Applications. – 2016. – Vol. 5, No. 6. – P. e16086.

64. Threshold behavior of optical frequency comb self-generation in an InAs/InGaAs quantum dot laser / Z. G. Lu, J. R. Liu, P. J. Poole, S. Raymond, P. J. Barrios, D. Poitras, G. Pakulski, P. Grant, D. Roy-Guay // Optics Express. – 2009. – Vol. 17, No. 16. – P. 13609–13614.

65. Threshold behavior of optical frequency comb self-generation in an InAs/InGaAs quantum dot laser / Christoph Weber, Lorenzo L. Columbo, Mariangela Gioannini, Stefan Breuer, Paolo Bardella // Optics Letters. – 2019. – Vol. 44, No. 14. – P. 3478–3481.

66. Indications on self mode-locking in a broad area single-section quantum dot laser / D. Auth,
V. V. Korenev, A. V. Savelyev, M. V. Maximov, A. E. Zhukov, S. Breuer // Journal of Physics:
Conference Series. – 2019. – Vol. 1410, No. 1. – P. 012084.

67. Multimode description of self-mode locking in a single-section quantum-dot laser / Weng W. Chow, Songtao Liu, Zeyu Zhang, John E. Bowers, Murray Sargent // Optics Express. – 2020. – Vol. 28, No. 4. – P. 5317–5330.

68. Opačak, N. Theory of Frequency-Modulated Combs in Lasers with Spatial Hole Burning, Dispersion, and Kerr Nonlinearity / Nikola Opačak, Benedikt Schwarz // Physical Review Letters. – 2019. – Vol. 123, No. 24. – P. 243902.

69. Wang, Y. Harmonic frequency combs in quantum cascade lasers: Time-domain and frequency-domain theory / Yongrui Wang, Alexey Belyanin // Physical Review A. – 2020. – Vol. 102, No. 1. – P. 013519.

70. Jahanpanah, J. Temporal characteristics of pulses produced by the simultaneous coupling of modes in free-running class-C lasers / J. Jahanpanah, H. R.Eslami // Optics Communications. – 2013.

– Vol. 293. – P. 102–107.

71. High-power semiconductor disk laser based on InAs/GaAs submonolayer quantum dots /
T. D. Germann, A. Strittmatter, J. Pohl, U. W. Pohl, D. Bimberg, J. Rautiainen, M. Guina, O. G. Okhotnikov // Applied Physics Letters. – 2008. – Vol. 92, No. 10. – P. 101123.

72. Qiao, P. Theory and experiment of submonolayer quantum-dot metal-cavity surfaceemitting microlasers / Pengfei Qiao, Chien-Yao Lu, Dieter Bimberg, Shun Lien Chuang // Optics Express. – 2013. – Vol. 21, No. 25. – P. 30336–30349.

73. Akiba, S. Encyclopedic Handbook of Integrated Optics: Distributed Feedback Lasers (Chapter 8) / Shigeyuki Akiba // Boca Raton: CRC Press. 2006. – 11 p. – ISBN: 9781315220949.

74. InAs/GaAs submonolayer quantum dot superluminescent diode emitting around 970 nm / Xin-Kun Li, De-Chun Liang, Peng Jin, Qi An, Heng Wei, Jian Wu, Zhan-Guo Wang // Chinese Physics B. – 2012. – Vol. 21, No. 2. – P. 028102.

75. Bijlani, B. J. Bragg reflection waveguide diode lasers / Bhavin J. Bijlani, Amr S. Helmy // Optics Letters. – 2009. – Vol. 34, No. 23. – P. 3734–3736.

76. Self-sustained pulsation in the oxide-confined vertical-cavity surface-emitting lasers based on submonolayer InGaAs quantum dots / A. G. Kuzmenkov, V. M. Ustinov, G. S. Sokolovskii, N. A. Maleev, S. A. Blokhin, A. G. Deryagin, S. V. Chumak, A. S. Shulenkov, S. S. Mikhrin, A. R. Kovsh, A. D. McRobbie, W. Sibbett, M. A. Cataluna, E. U. Rafailov // Applied Physics Letters. – 2007. – Vol. 91, No. 12. – P. 121106.

77. Li, Herbert E. Vertical-Cavity Surface-Emitting Laser Devices / Herbert E. Li, Kenichi Iga // Springer. 2002. – 386 p. – ISBN: 978-3-662-05263-1.

78. ColdrenScott, Larry A. Diode Lasers and Photonic Integrated Circuits (Second ed.) / Larry A. ColdrenScott, W. CorzineMilan, L. Mašanović // John Wiley and Sons. 2012. – 714 p. – ISBN: 9781118148167.

79. Yu, S. F. Analysis and Design of Vertical Cavity Surface Emitting Lasers / S. F. Yu // Wiley Series in Lasers and Applications, Series editor Dr. D.R.Vij. – John Wiley and Sons. 2003. – 445 p. – ISBN: 9780471723783.

80. Michalzik, R. VCSELs, Fundamentals, Technology and Applications of Vertical Cavity Surface Emitting Lasers / Rainer Michalzik // Springer Series in Optical Sciences. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. 2013. – 560 p. – ISBN: 978-3-642-24986-0.

81. High power lasers based on submonolayer InAs–GaAs quantum dots and InGaAs quantum wells / A. R. Kovsh, A. E. Zhukov, N. A. Maleev, S. S. Mikhrin, D. A. Livshits, Y. M. Shernyakov, M. V. Maximov, N. A. Pihtin, I. S. Tarasov, V. M. Ustinov, Zh. I. Alferov, J. S. Wang, L. Wei, G. Lin, J. Y. Chi, N. N. Ledentsov, D. Bimberg // Microelectronics Journal. – 2003. – Vol. 34, No. 5–8. – P. 491–493.

82. Gutiérrez-Jáuregui, R. Dissipative quantum phase transitions of light in a generalized Jaynes-Cummings-Rabi model / R. Gutiérrez-Jáuregui, H. J. Carmichael // Physical Review A. – 2018.
– Vol. 98, No. 2. – P. 023804.

83. Brennecke, F. Real-time observation of fluctuations at the driven-dissipative Dicke phase transition / Ferdinand Brennecke, Rafael Mottl, Kristian Baumann, Renate Landig, Tobias Donner, Tilman Esstinger // Published By: National Academy of Sciences. – 2013. – Vol. 110, No. 29. – P. 11763–11767.

84. Fleurov, V. Cooperative phase transitions in a system of photons and dye molecules / Victor Fleurov, Anatoly B. Kuklov // Physical Review A. – 2020. – Vol. 101, No. 4. – P. 043836.

85. Fleurov, V. Cooperative phases and phase transitions of Bose condensed light in dye filled cavities / Victor Fleurov, Anatoly Kuklov // New Journal of Physics. – 2019. – Vol. 21, No. 8. – P. 083009.

86. Real-time observation of fluctuations at the driven-dissipative Dicke phase transition / Jens Klinder, Hans Keßler, Matthias Wolke, Ludwig Mathey, Andreas Hemmerich // Published By: National Academy of Sciences. – 2015. – Vol. 112, No. 11. – P. 3290-3295.

87. Superradiant Emission from a Collective Excitation in a Semiconductor / T. Laurent, Y. Todorov, A. Vasanelli, A. Delteil, C. Sirtori, I. Sagnes, G. Beaudoin // Physical Review Letters. – 2015. – Vol. 115, No. 18. – P. 187402.

 Mivehvar, F. Emergent Quasicrystalline Symmetry in Light-Induced Quantum Phase Transitions / Farokh Mivehvar, Helmut Ritsch, Francesco Piazza // Physical Review Letters. – 2019. – Vol. 123, No. 21. – P. 210604.

89. Zhang, Y. Monte-Carlo simulations of superradiant lasing / Yuan Zhang, Yu-Xiang Zhang, Klaus Mølmer // New Journal of Physics. – 2018. – Vol. 20, No. 11. – P. 112001.

90. Rzażewski, K. Phase Transitions, Two-Level Atoms, and the A² Term / K. Rzażewski, K. Wódkiewicz, W. Żakowicz // Physical Review Letters. – 1975. – Vol. 35, No. 7. – P. 432.

91. Rząewski, K. Stability of matter interacting with photons / K. Rząewski, K. Wódkiewicz // Physical Review A. – 1991. – Vol. 43, No. 1. – P. 593.

92. Rzażewski, K. Comment on "Instability and Entanglement of the Ground State of the Dicke Model" / Kazimierz Rzążewski, Krzysztof Wódkiewicz // Physical Review Letters. – 2006. – Vol. 96, No. 8. – P. 089301.

93. Quantum plasmonics: new opportunity in fundamental and applied photonics / Da Xu, Xiao Xiong, Lin Wu, Xi-Feng Ren, Ching Eng Png, Guang-Can Guo, Qihuang Gong, Yun-Feng Xiao // Advances in Optics and Photonics. – 2018. – Vol. 10, No. 4. – P. 703–756.

94. Wu, Zh. Emergent symmetry at superradiance transition of a Bose condensate in two crossed beam cavities / Zhigang Wu, Yu Chen, Hui Zhai // Science Bulletin. – 2018. – Vol. 63, No. 9.

– P. 542–547.

95. Dicke, R. H. Coherence in Spontaneous Radiation Processes / R. H. Dicke // Physical Review. – 1954. – Vol. 93, No. 1. – P. 99.

96. Coherence in Spontaneous Radiation Processes / Akira Ishikawa, Kensuke Miyajima, Masaaki Ashida, Tadashi Itoh, Hajime Ishihara // Journal of the Physical Society of Japan. – 2016. – Vol. 85, No. 3. – P. 034703.

97. A steady-state superradiant laser with less than one intracavity photon / Justin G. Bohnet, Zilong Chen, Joshua M. Weiner, Dominic Meiser, Murray J. Holland, James K. Thompson // Nature. – 2012. – Vol. 484, No. 2810. – P. 78–81.

98. Phase synchronization inside a superradiant laser / Joshua M. Weiner, Kevin C. Cox, Justin G. Bohnet, James K. Thompson // Physical Review A. – 2017. – Vol. 95, No. 3. – P. 033808.

99. Superradiance on the millihertz linewidth strontium clock transition / Matthew A. Norcia, Matthew N. Winchester, Julia R. K. Cline, James K. Thompson // Science Advances. – 2016. – Vol. 2, No. 10. – P. e1601231.

100. Norcia, M. Cold-Strontium Laser in the Superradiant Crossover Regime / Matthew A. Norcia, James K. Thompson // Physical Review X. – 2016. – Vol. 6, No. 1. – P. 011025.

101. Dicke quantum phase transition with a superfluid gas in an optical cavity / Kristian Baumann, Christine Guerlin, Ferdinand Brennecke, Tilman Esslinger // Physical Review X. – 2010. – Vol. 464, No. 4505. – P. 1301–1306.

102. Guerin, W. Subradiance in a Large Cloud of Cold Atoms / William Guerin, Michelle O. Araújo, Robin Kaiser // Physical Review Letters. – 2016. – Vol. 116, No. 8. – P. 083601.

103. Железняков, В.В. Сверхизлучение и диссипативная неустойчивость в инвертированной двухуровневой системе / В.В. Железняков, В.В. Кочаровский, Вл.В. Кочаровский, Мурнал Экспериментальной и Теоретической Физики. – 1984. – Т. 87, № 5. – С. 1565.

104. Андреев, А. В. Оптическое сверхизлучение: новые идеи и новые эксперименты / А. В. Андреев // Успехи физических наук. – 1990. – Т. 160, № 12. – С. 1–46.

105. Gross, M. Superradiance: An essay on the theory of collective spontaneous emission / M. Gross, S. Haroche // Physics Reports. – 1982. – Vol. 93, No. 5. – P. 301–396.

106. Kocharovsky, V. V. Mode instability and nonlinear superradiance phenomena in open Fabry-Perot cavity / V. V. Kocharovsky, Vl. V. Kocharovsky, E. R. Golubyatnikova // Computers and Mathematics with Applications. – 1997. – Vol. 34, No. 7–8. – P. 773–793.

107. Kleppner, D. Hydrogen-Maser Principles and Techniques / D. Kleppner, H. C. Berg, S. B. Crampton, N. F. Ramsey, R. F. C. Vessot, H. E. Peters, J. Vanier // Physical Review. – 1965. – Vol. 138, No. 4A. – P. A972.

108. Belenov, E. M. Voprosy dinamiki kvantovykh generatorov, (Problems of the Dynamics of

109. Ханин, Я. И. Основы динамики лазеров / Я. И. Ханин – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 1999. – 368 с. – ISBN 5-02-014375-8.

Lasers) / E. M. Belenov, V. N. Morozov, A. N. Oraevsky // Trudy FIAN. - 1970. - Vol. 52. - P. 237.

110. Jones, D. J. Dynamics of Monolithic Passively Mode-Locked Semiconductor Lasers /
D. J. Jones, L. M. Zhang, J. E. Carroll, D. D. Marcenac // IEEE Journal of Quantum Electronics. –
1995. – Vol. 31, No. 5. – P. 1051–1058.

111. Андреев, А. В. Кооперативная самодифракция света в резонаторе / А. В. Андреев,
 М. В. Федотов // Квантовая электроника. – 1993. – Т. 20, № 1. – С. 79–83.

112. Андреев, А. В. Динамика сверхизлучения в резонаторе / А. В. Андреев // Квантовая электроника. – 1993. – Т. 20, № 6. – С. 581–585.

113. Кочаровский, Вл. В. Динамика лазеров класса D на бозе-эйнштейновском конденсате, субмонослойных квантовых точках и других экзотических активных средах / Вл. В. Кочаровский, П. А. Калинин, Е. Р. Кочаровская, В. В. Кочаровский // Нелинейные волны – 2012. Нижний Новгород: ИПФ РАН. 2013. – С.398–428.

114. Kocharovsky, Vl. V. Superradiant Lasing and Collective Dynamics of Active Centers with Polarization Lifetime Exceeding Photon Lifetime / Vl. V. Kocharovsky, A. A. Belyanin, E. R. Kocharovskaya, V. V. Kocharovsky // Advanced Lasers: Laser Physics and Technology for Applied and Fundamental Science Series: Springer Series in Optical Sciences. – 2015. – Vol. 193. – P. 49–69.

115. Кочаровский, Вл. В. Сверхизлучение: принципы генерации и реализация в лазерах / Вл. В. Кочаровский, В. В. Железняков, Е. Р. Кочаровская, В. В. Кочаровский // Успехи физических наук. – 2017. – Т. 187, № 4. – С. 367–410.

116. Kogelnik, H. Coupled-Wave Theory of Distributed Feedback Lasers / H. Kogelnik, C. V. Shank // Journal of Applied Physics. – 1972. – Vol. 43, No. 5. – P. 2327–2335.

117. Flanders, D. C. Grating filters for thin-film optical waveguides / D. C. Flanders, H. Kogelnik, R. V. Schmidt, C. V. Shank // Applied Physics Letters. – 1974. – Vol. 24, No. 4. – P. 194–196.

118. Wang, S. Principles of distributed feedback and distributed Bragg-reflector lasers / S. Wang // IEEE Journal of Quantum Electronics. – 1974. – Vol. 10, No. 4. – P. 413–427.

119. Nakano, Y. Facet reflection independent, single longitudinal mode oscillation in a GaAlAs/GaAs distributed feedback laser equipped with a gain-coupling mechanism / Y. Nakano, Y. Luo, K. Tada // Applied Physics Letters. – 1989. – Vol. 55, No. 16. – P. 1606–1608.

120. Purely gain-coupled distributed feedback semiconductor lasers / Y. Luo, Y. Nakano, T. Tada, T. Inoue, H. Hosomatsu, H. Iwaoka // Applied Physics Letters. – 1990. – Vol. 56, No. 17. – P. 1620–1622.

121. Zhu, L. Modal Gain Analysis of Transverse Bragg Resonance Waveguide Lasers With and Without Transverse Defects / L. Zhu, A. Scherer, A. Yariv // IEEE Journal of Quantum Electronics. – 2007. – Vol. 43, No. 10. – P. 934–940.

122. Modal Analysis of Photonic Crystal Double-Heterostructure Laser Cavities / A. Mock, L.
Lu, E. H. Hwang, J. O'Brien, P. D. Dapkus // IEEE Journal of Quantum Electronics. – 2009. – Vol. 15,
No. 3. – P. 892–900.

123. Arecchi, F. T. Instabilities and Chaos in Quantum Optics / F. T. Arecchi, R. G. Harrison // London: Springer Verlag, 2011. – 268 p. – ISBN: 978-3-642-71708-6.

124. Корюкин, И. В. Модель инжекционного полупроводникового лазера на квантовых точках / И. В. Корюкин // Известия Вузов. Радиофизика. – 2017. – Т. 60, № 11. – С. 993–1001.

125. Корюкин, И. В. Динамика многомодового полупроводникового лазера с оптической обратной связью / И. В. Корюкин // Физика и техника полупроводников. – 2009. – Т. 43, № 3. – С. 405–411.

126. Хандохин, П. А. Динамика двунаправленного кольцевого лазера класса В с невзаимным резонатором: модель с двумя линиями усиления / П. А. Хандохин, Я. И. Ханин // Квантовая электроника. – 1996. – Т. 23, № 1. – С. 29–32.

127. Железняков, В. В. Волны поляризации и сверхизлучение в активных средах / В. В. Железняков, В. В. Кочаровский, Вл. В. Кочаровский // Успехи физических наук. – 1989. – Т. 159, № 4. – С. 194–260.

128. Мандель, Л. Оптическая когерентность и квантовая оптика / Л. Мандель, Э. Вольф. – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2000. – 896 с. – ISBN 978-5-9221-0073-1.

129. Звелто, О. Принципы лазеров / О. Звелто – Санкт-Петербург: Лань // пер. с англ.: Orazio Zvelto. Principles of lasers (Plenum Publishing Corporation, being part of Springer Science, 1998), 2008. – 720 с. – ISBN 978-5-8114-0844-3.

130. Schelte, C. Dynamics of temporally localized states in passively mode-locked semiconductor lasers / C. Schelte, J. Javaloyes, S. V. Gurevich // Physical Review A. – 2018. – Vol. 97, No. 5. – P. 053820.

131. Transition from superfluorescence to amplified spontaneous emission / Michelle S.
Malcuit, Jeffery J. Maki, David J. Simkin, Robert W. Boyd // Physical Review Letters. – 1987. – Vol.
59, No. 11. – P. 1189.

132. Single-Photon Superradiance from a Quantum Dot / Petru Tighineanu, Raphaël S. Daveau, Tau B. Lehmann, Harvey E. Beere, David A. Ritchie, Peter Lodahl, Søren Stobbe // Physical Review Letters. – 2016. – Vol. 116, No. 16. – P. 163604.

133. Transverse Effects in Superfluorescence / F. P. Mattar, H. M. Gibbs, S. L. McCall, M. S. Feld // Physical Review Letters. – 1981. – Vol. 46, No. 17. – P. 1123.

134. Quantum fluctuations and transverse effects in superfluorescence / E. A. Watson, H. M. Gibbs, F. P. Mattar, M. Cormier, Y. Claude, S. L. McCall, M. S. Feld // Physical Review A. – 1983. – Vol. 27, No. 3. – P. 1427.

135. Spontaneous Symmetry Breaking in a Polariton and Photon Laser / H. Ohadi, E. Kammann, T. C. H. Liew, K. G. Lagoudakis, A. V. Kavokin, P. G. Lagoudakis // Physical Review Letters. – 2012. – Vol. 109, No. 1. – P. 016404.

136. Crossover from photon to exciton-polariton lasing / Elena Kammann, Hamid Ohadi, Maria Maragkou, Alexey V Kavokin Pavlos G Lagoudakis // New Journal of Physics. – 2012. – Vol. 14. – P. 105003.

137. Lasing threshold doubling at the crossover from strong to weak coupling regime in GaAs microcavity / P Tsotsis, P S Eldridge, T Gao, S I Tsintzos, Z Hatzopoulos, P G Savvidis // New Journal of Physics. – 2012. – Vol. 14. – P. 023060.

138. Exploring Symmetry Breaking at the Dicke Quantum Phase Transition / K. Baumann, R. Mottl, F. Brennecke, T. Esslinger // Physical Review Letters. – 2011. – Vol. 107, No. 14. – P. 140402.

139. Proposed realization of the Dicke-model quantum phase transition in an optical cavity QED system / F. Dimer, B. Estienne, A. S. Parkins, H. J. Carmichael // Physical Review A. – 2007. – Vol. 75, No. 1. – P. 013804.

140. Ritsch, H. Cold atoms in cavity-generated dynamical optical potentials / Helmut Ritsch, Peter Domokos, Ferdinand Brennecke, Tilman Esslinger // Reviews of Modern Physics. – 2013. – Vol. 85, No. 2. – P. 553.

141. Liu, C. Dicke Phase Transition with Multiple Superradiant States in Quantum Chaotic Resonators / C. Liu, A. Di Falco, A. Fratalocchi // Physical Review X. – 2014. – Vol. 4, No. 2. – P. 021048.

142. Nonequilibrium Phase Transition of Interacting Bosons in an Intra-Cavity Optical Lattice /
M. Reza Bakhtiari, A. Hemmerich, H. Ritsch, M. Thorwart // Physical Review Letters. – 2015. – Vol.
114, No. 12. – P. 123601.

143. Longo, P. Tailoring superradiance to design artificial quantum systems / Paolo Longo, Christoph H. Keitel, Jörg Evers // Scientific Reports. – 2016. – Vol. 6, No. 1. – P. 23628.

144. Superfluorescent emission in electrically pumped semiconductor laser / D. L. Boiko, X. Zeng, T. Stadelmann, S. Grossmann, A. Hoogerwerf, T. Weig, U. T. Schwarz, L. Sulmoni, J.-M. Lamy, N Grandjean // https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1302/1302.0263.pdf

145. Агранович, В. М. Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов / В. М. Агранович, В. Л. Гинзбург – Москва: Наука, 1965. – 374 с.

146. Kavokin, A. Cavity Polaritons, Volume 32 / Alexey Kavokin, Guillaume Malpuech // Academic Press, 2003. – 246 p. – ISBN: 9780080481371.

147. Siegman, A. E. Lasers / A. E Siegman // Mill Valley, Calif.: Univ. Science Books, 1986. – 1283 p. – ISBN: 0-935702-11-5.

148. Lugiato, L. Nonlinear Optical Systems / L. Lugiato, F. Prati, M. Brambilla // Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2015. – 454 p. – ISBN: 9781107477254.

149. Weiss, C. O. Instabilities in Fir Lasers / C. O. Weiss // Instabilities and Chaos in Quantum Optics II. N.Y.: Plenum Press – 1988. – Vol. 177 – P. 41–52.

150. Trends in Spatiotemporal Dynamics in Laser. Instabilities, Polarization Dynamics, and Spatial Structures / E. Roldan, G. J. de Varcarcel, F. Prati, F. Mitschke, T. Voigt // Trivandrum: Research Signpost, India., 2005 // http://www.arXiv: physics/0412071V1.

151. Haus, H. A. Mode-locking of lasers / H. A. Haus // IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics. – 2000. – Vol. 6, No. 6. – P. 1173–1185.

152. Комаров, А. К. Нелинейная динамика формирования и ультракоротких импульсов в лазерах с пассивной синхронизации мод / А. К. Комаров, К. П. Комаров, А. К. Дмитриев – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2017. – 288 с. ISBN 978-5-7782-3339-3.

153. Belyanin, A. A. Collective QED processes of electron-hole recombination and electronpositron annihilation in a strong magnetic field / A. A. Belyanin, V. V. Kocharovsky, Vl. V. Kocharovsky // Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics. – 1997. – Vol. 9, No. 1. – P. 1–44.

154. Empirical Mode with a Variable Spatial-Temporal Structure and the Dynamics of Superradiant Lasers / E. R. Kocharovskaya, A. S. Gavrilov, V. V. Kocharovsky, E. M. Loskutov, D. N. Mukhin, A. M. Feigin, V. V. Kocharovsky // Journal of Physics: Conference Series. – 2016. – Vol. 740, No. 1. – P. 012007.

155. Komarov, A. K. Passive Mode-Locking of a Fiber Laser Operating in the Regime of Undumped Regular Spiking / A. K. Komarov, A. K. Dmitriev, K. P. Komarov, F. Sanchez // Optics and Spectroscopy. – 2016. – Vol. 121, No. 6. – P. 925–929.

156. Wave-Breaking-Free Passively Mode-Locked Fiber Laser Using a Hybrid Regime of Oscillation / Fatma Ben Braham, Georges Semaan, Alioune Niang, Andrey Komarov, Faouzi Bahloul, Mohamed Salhi, Konstantin Komarov, François Sanchez // Laser Physics Letters. – 2018. – Vol. 15, No. 9. – P. 095401.

157. Multisoliton hybrid generation of fiber lasers with anomalous dispersion / Andrey Komarov, Alexander Dmitriev, Konstantin Komarov, Yichang Meng, Georges Semaan, François Sanchez. // Physical Review A. – 2019. – Vol. 99, No. 5. – P. 053848.

158. Turitsyn, Sergei K. Soliton-sinc optical pulses / Sergei K. Turitsyn, Stepan Bogdanov, Alexey Redyuk // Optics Letters. – 2020. – Vol. 45, No. 19. – P. 5352

159. Coherent Raman spectro-imaging with laser frequency combs / Takuro Ideguchi, Simon

Holzner, Birgitta Bernhardt, Guy Guelachvili, Nathalie Picqué, Theodor W. Hänsch // Nature. – 2013. – Vol. 502, No. 7471. – P. 355–358.

160. Qin, Y. All-fiber single-cavity dual-comb for coherent anti-Stokes Raman scattering spectroscopy based on spectral focusing / Yukun Qin, Benjamin Cromey, Orkhongua Batjargal, Khanh Kieu // Optics Letters. – 2021. – Vol. 46, No. 1. – P. 146.

161. Andrianov, A. V. Raman-assisted optical frequency combs generated in a silica microsphere in two whispering gallery mode families / A. V. Andrianov, E. A. Anashkina // Laser Physics Letters. – 2021. – Vol. 18, No. 2. – P. 025403.

162. Grelu, P. Nonlinear Optical Cavity Dynamics: From Microresonators to Fiber Lasers / Philippe Grelu // Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA., 2016. – 429 p. – ISBN: 9783527686476.

163. Ohtsubo, J. Semiconductor Lasers: Stability, Instability and Chaos (Series: Springer Series in Optical Sciences, 2013) / Junji Ohtsubo // Springer, Cham, 2017. – 666 p. – ISBN: 978-3-319-56138-7.

164. Yariv, A. Optical Waves in Crystals: Propagation and Control of Laser Radiation / Amnon Yariv, Pochi Yeh // John Wiley and Sons, 2003. – 604 p. – ISBN: 978-0-471-43081-0.

165. Жуков, А. Е. Лазеры на основе полупроводниковых наноструктур / А. Е. Жуков – СПб.: ООО "Техномедиа". Изд-во "Элмор", 2007. – 304 с.

166. Диссипативные солитоны в волоконных лазерах / С. К. Турицын, Н. Н. Розанов, И. А. Яруткина, А. Е. Беднякова, С. В. Фёдоров, О. В. Штырина, М. П. Федорук // Успехи физических наук. – 2016. – Т. 186, № 7. – С. 713–742.

167. Kozlov, Victor V. Self-induced transparency soliton laser via coherent mode locking / Victor V. Kozlov // Physical Review A. – 1997. – Vol. 56, No. 2. – P. 1607–1612.

168. Talukder, Muhammad A. Analytical and computational study of self-induced transparency mode locking in quantum cascade lasers / Muhammad Anisuzzaman Talukder, Curtis R. Menyuk // Physical Review A. – 2009. – Vol. 79, No. 6. – P. 063841.

169. Kozlov, Victor V. Single-cycle-pulse passively-mode-locked laser with inhomogeneously broadened active medium / Victor V. Kozlov, Nikolay N. Rosanov // Physical Review A. – 2013. – Vol. 87, No. 4. – P. 043836.

170. Архипов, Р. М. О когерентной синхронизации мод в двухсекционном лазере / Р. М. Архипов, М. В. Архипов, И. В. Бабушкин // Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 2015. – Т. 101, № 3 – 4. – С. 164–169.

171. Arkhipov, R. M. Self-induced transparency mode locking, and area theorem / R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, I. Babushkin, N. N. Rosanov // Optics Letters. – 2016. – Vol. 41, No. 4. – P. 737–740.

172. Архипов, М. В. О когерентной синхронизации мод в двухсекционном лазере / М. В.

Архипов, Р. М. Архипов, А. А. Шимко, И. А. Бабушкин // Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 2015. – Т. 101, № 3 – 4. – С. 250–253.

173. Аллен Л. Оптический резонанс и двухуровневые атомы / Л. Аллен, Д. Эберли – М.: Мир, под редакцией Стрижевского В. Л., 1978. – 222 с.

174. Пантел, Р. Основы квантовой электроники / Р. Пантел, Г. Путхоф – М.: Мир, под редакцией Ильинского Ю. А., 1972. – 384 с.

175. Перспективы создания сверхизлучающего гетеролазера. / Вл. В. Кочаровский, М. А. Гарасев, П. А. Калинин, Е. Р. Кочаровская // II Симпозиум по когерентному оптическому излучению полупроводниковых соединений и структур. Звенигород, 16 – 18 ноября 2009 г.: Труды II симпозиума по когерентному оптическому излучению полупроводниковых соединений и структур 2009. Москва: ФИАН, 2010, Т. 2 – С. 68–77.

176. Krestnikov, I. L. Arrays of Two-Dimensional Islands Formed by Submonolayer Insertions: Growth, Properties, Devices / I. L. Krestnikov, N. N. Ledentsov, A. Hoffmann, D. Bimberg // Physica Status Solidi (a). – 2001. – Vol. 183, No. 2. – P. 207–233.

177. Кочаровская, Е. Р. Коллективное спонтанное излучение в лазере с распределенной обратной связью в условиях неоднородного уширения активной среды / Е. Р. Кочаровская, Н. С. Гинзбург, А. С. Сергеев // Известия Российской академии наук. Серия физическая. – 2010. – Т. 74, № 7. – С. 946–949.

178. Cong, K. Dicke superradiance in solids / Kankan Cong, Qi Zhang, Yongrui Wang, G. Timothy Noe, Alexey Belyanin, Junichiro Kono // Journal of the Optical Society of America B. – 2016. – Vol. 33, No. 7. – P. C80–C101.

179. Надточий, А. М. Бимодальность в массивах гибридных квантово-размерных гетероструктур In0.4Ga0.6As, выращенных на подложках GaAs / А. М. Надточий, С. А. Минтаиров, Н. А. Калюжный, С. С. Рувимов, В. Н. Неведомский, М. В. Максимов, А. Е. Жуков // Физика и техника полупроводников. – 2018. – Т. 52, № 1. – С. 57–62.

180. Kocharovsky, V. V. Cooperative parametric instability of natural modes and coherent mechanism of self-mode-locking in a ring class-B laser / V. V. Kocharovsky, Vl. V. Kocharovsky // Radiophysics and Quantum Electronics. – 2001. – Vol. 44, No. 5–6. – P. 443–449.

181. Chenkosol, P. Spontaneous mode locking in mixed-broadened laser oscillators / Pitak Chenkosol, Lee W. Casperson // Journal of the Optical Society of America B. – 2007. – Vol. 24, No. 5. – P. 1199–1210.

182. Chenkosol, P. Stability criteria for spontaneously pulsing gas lasers / Pitak Chenkosol, Lee W. Casperson // Journal of the Optical Society of America B. – 2009. – Vol. 26, No. 5. – P. 939–945.

183. Ikeda, K. Maxwell-Bloch Turbulence / Kensuke Ikeda, Kenju Otsuka, Kenji Matsumoto //

Progress of Theoretical Physics Supplement. - 1989. - Vol. 99. - P. 295-324.

184. Casperson, L. W. Spontaneous coherent pulsations in standing-wave laser oscillators / Lee W. Casperson // Journal of the Optical Society of America B. – 1988. – Vol. 5, No. 5. – P. 958-969.

185. Casperson, L. W. Spontaneous coherent pulsations in standing-wave laser oscillators: simplified models / Lee W. Casperson, Manuela Fe H. Tarroja // Journal of the Optical Society of America B. – 1991. – Vol. 8, No. 2. – P. 250-261.

186. Coherent effects in the multimode dynamics of inhomogeneously broadened ring lasers /
Franco Prati, Enrico M. Pessina, Germán J. de Valcárcel, Eugenio Roldán // Optics Communications. –
2004. – Vol. 237, No. 1–3. – P. 189–199.

187. Coexistence of single-mode and multi-longitudinal mode emission in the ring laser model / J. L. Font, R. Vilaseca, F. Prati, E. Roldán // Optics Communications. – 2006. – Vol. 261, No. 2. – P. 336–341.

188. Theory of gain and mode locking in free-running class-B lasers with simultaneous oscillation of three longitudinal modes / J. Jahanpanah, A. A. Rahdar // Optics and Laser Technology. – 2012. – Vol. 44, No. 7. – P. 2135–2139.

189. Experimental investigation of Risken–Nummedal–Graham–Haken laser instability in fiber ring lasers / T. Voigt, M. O. Lenz, F. Mitschke, E. Roldán, G. J. de Valcárcel // Applied Physics B. – 2004. – Vol. 79, No. 2. – P. 175–183.

190. Models, predictions, and experimental measurements of far-infrared NH₃-laser dynamics and comparisons with the Lorenz-Haken model / C. O. Weiss, R. Vilaseca, N. B. Abraham, R. Corbalán, E. Roldán, G. J. de Valcárcel, J. Pujol, U. Hübner, D. Y. Tang // Applied Physics B. – 1995. – Vol. 61, No. 3. – P. 223–242.

191. Chenkosol, P. Spontaneous coherent pulsations in 3.39-μm He–Ne standing-wave laser oscillators / Pitak Chenkosol, Lee W. Casperson // Journal of the Optical Society of America B. – 2003. – Vol. 20, No. 12. – P. 2539–2547.

192. Chenkosol, P. Spontaneous mode locking in long-cavity xenon lasers / Manuela Fe H. Tarroja, Mohammad Sharafi, Lee W. Casperson // Journal of the Optical Society of America B. – 1989. – Vol. 6, No. 8. – P. 1564-1573.

193. Асимметричная генерация в сверхизлучающем лазере с симметричным низкодобротным резонатором / Вл. В. Кочаровский, В. А. Кукушкин, С. В. Тарасов, Е. Р. Кочаровская, В. В. Кочаровский // Физика и техника полупроводников. – 2019. – Т. 53, № 10. – С. 1321–1328.