

*На правах рукописи*

A handwritten signature in black ink, consisting of stylized letters and a long horizontal stroke extending to the right.

КЛИНЬШОВ Владимир Викторович

**КОЛЕБАНИЯ В СЛОЖНЫХ СИСТЕМАХ  
С ИМПУЛЬСНЫМИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯМИ**

01.04.03 – радиофизика

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук

Нижний Новгород – 2021

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном научном учреждении «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики Российской академии наук» (г. Нижний Новгород).

**Научный консультант:**

Некоркин Владимир Исаакович, доктор физико-математических наук, профессор, Институт прикладной физики РАН, заведующий отделом нелинейной динамики

**Официальные оппоненты:**

Кашенко Сергей Александрович, доктор физико-математических наук, профессор, Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова, первый проректор

Храмов Александр Евгеньевич, доктор физико-математических наук, профессор, Университет Иннополис, руководитель лаборатории нейронауки и когнитивных технологий

Кузнецов Николай Владимирович, доктор физико-математических наук, профессор, Санкт-Петербургский государственный университет, заведующий кафедрой прикладной кибернетики

**Ведущая организация:**

Физический институт имени П. Н. Лебедева Российской академии наук, г. Москва.

Защита состоится «11» октября 2021 г. на заседании диссертационного совета Д 002.069.02 в Институте прикладной физики РАН (603950, г. Нижний Новгород, ул. Ульянова, 46).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института прикладной физики РАН и на сайте [ipfran.ru](http://ipfran.ru)

Автореферат разослан «8» июля 2021 г.

Учёный секретарь диссертационного совета  
доктор физико-математических наук



Э. Б. Абубакиров

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### Актуальность проблемы

Для многих систем самой различной природы характерны *автоколебания* – устойчивые незатухающие колебания, возникающие за счет действия источника энергии, не обладающего колебательными свойствами. Автоколебательная тематика восходит к работам Мандельштама и Андропова, она красной нитью проходит через всю историю развития радиофизики, которая включает исследование автоколебаний в электронных автогенераторах, мощных генераторах высокочастотных электромагнитных колебаний, источниках лазерного излучения и проч. В результате многолетних исследований была в целом построена теория синхронизации автоколебательных систем, развита теория хаотических автоколебаний, исследованы волны, динамические структуры и пространственно-временной хаос в непрерывных и дискретных колебательных средах.

В последние десятилетия радиофизические подходы и методы все чаще применяются к объектам исследования, которые в том или ином смысле можно охарактеризовать как *сложные*. Во-первых, отмечается рост внимания к автоколебаниям в системах нефизической природы – химических, биологических, социальных и других. Во-вторых, приобретают популярность исследования коллективных колебаний в сетевых системах, представляющих собой набор большого числа взаимодействующих между собой автоколебательных подсистем. В-третьих, все больший интерес вызывают системы со сложными динамическими свойствами, такими как существенная нелинейность, неоднородность параметров, наличие временного запаздывания и др.

Для многих автоколебательных систем различной природы характерны взаимодействия в форме обмена короткими *импульсными сигналами*. Примеры систем с импульсными взаимодействиями – лазеры в режиме синхронизации мод, ансамбли электронных и химических автогенераторов, биологические нейронные сети, клетки сердечной ткани и проч. Динамика систем с импульсными взаимодействиями сочетает черты дискретности и непрерывности: динамика в отсутствие импульсов является непрерывной, тогда как получение импульса приводит к быстрому, в пределе мгновенному изменению состояния системы.

Исследования коллективной динамики сетевых систем с импульсными связями приобрели в последнее время широкую популярность в первую очередь в контексте моделирования нейронных сетей мозга [15, 24А, 32А]. Большое число работ посвящено исследованию возникновения в таких сетях синхронизации – важного явления, при котором локальная динамика узлов сети в результате их взаимодействия становится идентичной или существенно коррелированной [29]. Среди работ, посвященных синхронизации в сетях с импульсными связями, можно отметить пионерскую работу Mirollo и Strogatz

[26], работы Gerstner и van Hemmen [14], и многих других. Режимы кластерной синхронизации исследовались в работах Hopfield и др. в контексте запоминания информации [21, 36]. Противоположные синхронному асинхронные режимы изучены в работах Abbott и Van Vreeswijk [1], Gerstner [13], и др. Асинхронные режимы с нерегулярной активностью узлов, характерные для кортикальных нейронных сетей головного мозга, изучены в работах Brunel [4], Renart и др. [31], Teramae и др. [36]. Потеря устойчивости асинхронным режимом и переход к частичной синхронизации были изучены в работах van Vreeswijk [7], Golomb и Hansel [17], Brunel [4] и др. Режимы частичной синхронизации со сложной, хаотической динамикой среднего поля были изучены в серии работ Politi и соавторов [24, 38]. Сложные паттерны частичной синхронизации, так называемые «химеры», были изучены в группах Provata [22] и Храмова [2].

Таким образом, исследования колебаний в системах с импульсными связями имеют долгую историю и привели к получению серии важных результатов, углубивших понимание таких систем. Однако, несмотря на это, в данной области существует и целый ряд важных открытых проблем.

Важным этапом при исследовании сетевых систем с импульсными взаимодействиями является разработка простых моделей и способов описания воздействия импульсных сигналов на узлы сети. Для автоколебательных элементов таким универсальным и широко применимым способом описания стал метод так называемых кривых переустановки фазы (phase resetting functions, PRC [7]). При достаточно слабом воздействии на периодическую автоколебательную систему она не покидает малой окрестности предельного цикла и может быть описана в рамках фазового приближения, идея которого восходит к работам И.Г.Малкина [46], Winfree [43] и др. При этом отклик системы на поступающий импульс зависит только от фазы системы и определяется кривой переустановки фазы. Однако при сильных воздействиях система может удаляться от предельного цикла, и описание на основе кривой переустановки фазы становится неадекватным [41]. Еще более сильные воздействия могут привести к выходу системы из бассейна притяжения аттрактора и переключению на другой режим. Исследование возможности таких переключений предполагает изучение размера и формы бассейна притяжения аттрактора в фазовом пространстве. Для динамических систем с высокой размерностью определение бассейнов притяжения аттракторов является нетривиальной задачей вследствие их сложной структуры. Оценку бассейна притяжения позволяет получить метод функций Ляпунова, однако для сложных систем получения таких функций затруднено. Также оценить размер бассейна притяжения позволяет так называемый метод бассейновой устойчивости, разработанный в группе Kurths [25], однако одна лишь величина бассейновой устойчивости недостаточна для полного описания бассейна. Таким образом, исследование отклика автоколебательной системы на сильные импульсные воздействия и

разработка соответствующих численных мер является важной открытой задачей.

Часто встречающимся свойством многих физических систем является наличие в них *временного запаздывания*, связанного с конечной скоростью распространения сигналов. Известно, что запаздывание оказывает существенное влияние на коллективную динамику сетей, и, в частности, на процессы синхронизации [4A]. Впервые влияние запаздывания на синхронизацию двух автоколебательных систем было исследовано в пионерской работе Schuster и Wagner [32]. Позднее была изучена синхронизация в больших сетях с запаздывающими связями [10]. Рыскин с соавторами исследовали влияние запаздывания на синхронизацию гиротронов [39, 45]. Системы с временным запаздыванием активно исследовались в группе Безручко применительно к реконструкции динамических систем по временным реализациям [3, 30, 35], а также С.П. Кузнецовым как примеры систем с гиперболическим хаосом [47]. Системы с запаздывающими импульсными взаимодействиями исследовались, среди прочих, Григорьевой и Кашенко при моделировании лазерных систем [18–20], Ernst с соавторами в контексте нейронных популяций [12], а Ваного – в контексте химических систем [40]. Заметим, однако, что динамика и, в частности, синхронизация систем с импульсными запаздывающими связями проводилось в ограниченном объеме, и полная картина возникновения и разрушения синхронных режимов в таких сетях к настоящему моменту отсутствует.

Как уже было сказано выше, важнейшим примером сетей с импульсными связями являются нейронные сети. В этой области одним из активно развивающихся направлений является построение *редуцированных низкоразмерных моделей*, описывающих динамику больших сетей в терминах усредненных переменных. В задачах моделирования динамики крупномасштабных нейронных сетей, состоящих из миллионов и миллиардов элементов, редуцированные системы могут описывать динамику однородных популяций мезомасштаба, при этом крупномасштабные сети описываются как системы взаимодействующих популяций мезоуровня. Широко используемые модели для мезоскопических нейронных популяций основаны на эвристических (качественных) уравнениях для активности популяции [42]. Однако в последнее время активно развиваются подходы, основанные на выводе редуцированных моделей из уравнений для микроскопической динамики. К таким подходам относятся, например, метод рефрактерной плотности [9, 33], формализм на базе основного кинетического уравнения [5, 14], методы подстановки Отта-Антонсена и Лоренца [27, 28], подход на основе круговых кумулянтов Голдобина с соавторами [16] и др. Отметим, что все описанные методы редукции применимы к сетям либо с редкими случайными связями, либо со связями каждый-с-каждым. Однако структура реалистичных нейронных сетей существенно отличается от обоих этих случаев и представляет собой «скелет» из кластеров с плотными связями в «море» нейронов с редкими связями [34].

Известно, что наличие таких кластеров может оказывать кардинальное влияние на коллективную динамику, например, приводить к медленным флуктуациям локальной активности [23]. Разработка редуцированных систем для сетей с подобными структурами связей является важной открытой проблемой.

Таким образом, в области исследования сетевых систем с импульсными связями остаются открытыми и ожидают решения следующие задачи:

- разработка новых методов описания отклика динамических систем на сильные импульсные воздействия

- исследование влияния временного запаздывания на коллективную динамику и, в частности, синхронизацию сетевых систем с импульсными взаимодействиями

- разработка и исследование редуцированных динамических систем для описания коллективной динамики нейронных сетей со сложной реалистичной топологией связей

## **Цели и задачи исследования**

Основными целями настоящего исследования являются: разработка новых аналитических и численных методов описания автоколебательных систем с импульсными сигналами, в том числе сетевых, а также исследование с помощью разработанных методов коллективной динамики сетей автогенераторов с импульсными связями с учетом таких факторов, как наличие временного запаздывания и сложной топологии связей.

Для достижения поставленных целей были сформулированы следующие основные задачи исследования:

1. Развитие новых методов описания воздействия импульсных сигналов на автоколебательные системы, позволяющих определять отклик системы при больших амплитудах импульсов и применимых как в случае, когда после воздействия система остается в бассейне притяжения исходного аттрактора, так и в случае, когда после воздействия происходит переключение системы на новый аттрактор.

2. Разработка численных и аналитических методов исследования динамики автоколебательных сетей с импульсными запаздывающими связями.

3. Исследование влияния временного запаздывания на коллективную динамику автоколебательных сетей с импульсными связями, в частности на процессы синхронизации в таких сетях. Определение условий существования, сценариев возникновения и характеристик различных режимов коллективной динамики, в том числе при большом запаздывании.

4. Разработка и исследование редуцированных моделей для описания коллективной динамики нейронных сетей с реалистичными кластерными структурами связей. Получение условий существования многоуровневой активности в таких сетях, а также исследование переключений между уровнями.

## **Объект исследования**

Основным объектом исследования в работе являются сложные автоколебательные системы, в том числе сетевые, взаимодействия в которых имеют форму обмена короткими импульсами.

## **Научная ценность и новизна результатов**

В работе развиты новые оригинальные методы описания воздействия импульсных сигналов на автоколебательные системы, а именно метод функции переустановки фазы и метод порога устойчивости. Данные методы позволяют описывать воздействие сильных сигналов за пределами линейного приближения на произвольные динамические системы. Также разработаны новые методы численного и аналитического исследования сетевых систем с импульсными запаздывающими связями на основе редукции динамики таких систем к многомерным точечным отображениям.

Обнаружены и изучены новые динамические режимы автоколебательных систем с запаздывающими импульсными взаимодействиями, в том числе сложные длиннопериодические, квазипериодические и хаотические колебания, характеризующиеся высокой степенью мультистабильности. Получены условия возникновения этих режимов, описаны новые, ранее неизвестные динамические механизмы их формирования. Изучены общие сценарии и механизмы переходов между синхронными и асинхронными режимами в автоколебательных сетях с импульсными связями.

Разработаны новые методы редукции динамики нейронных сетей к низкоразмерным динамическим системам для усредненных переменных. С помощью полученных моделей исследована коллективная динамика однородных и кластерных сетей, в том числе мультистабильные режимы многоуровневой активности и режимы переключений между уровнями.

Все полученные в диссертационной работе результаты обладают научной ценностью и новизной, что подтверждается публикациями в высокорейтинговых международных научных журналах и выступлениями на профильных международных конференциях.

## **Достоверность результатов**

Все полученные результаты обладают высокой степенью достоверности и являются обоснованными. Достоверность получаемых результатов обеспечивается хорошим качественным и количественным совпадением результатов, полученных аналитически, с результатами численного счета и результатами физических экспериментов. Результаты диссертации опубликованы в рецензируемых российских и зарубежных научных журналах, докладывались на международных и всероссийских конференциях, обсуждались на семинарах

ИПФ РАН, Технического университета Берлина (Германия), Университета физики Белграда (Сербия), Университета Астона (Великобритания).

### **Научная и практическая значимость работы**

Полученные в диссертации результаты представляют интерес с точки зрения фундаментальной науки как развивающие теорию автоколебательных динамических систем и динамических сетей. Кроме того, развитые в работе подходы и полученные результаты могут иметь практическое значение для задач, связанных с динамикой нейронных популяций, геофизических систем, искусственных систем обработки информации и техногенных систем: понимание принципов обработки информации в сетях головного мозга, синхронизации и предотвращения аварий в энергосетях, изучение устойчивости макроклиматических систем и проч.

### **Личный вклад автора**

Все изложенные в диссертационной работе оригинальные результаты получены автором лично, либо при его непосредственном участии. В совместных работах автор принимал непосредственное участие в выборе направлений исследований и постановке основных задач, проведении исследований и обсуждении результатов.

### **Апробация результатов**

Результаты выполненных исследований обсуждались на научных семинарах в Институте прикладной физики РАН, в Техническом Университете Берлина (Германия), в Институте Вейерштрасса по прикладному анализу и стохастике (Берлин, Германия), в Институте Мозга RIKEN (Токио, Япония), в Университете Физики Белграда (Сербия), в Университете Астона (Бирмингем, Великобритания). Они докладывались на Международных и Всероссийских конференциях, в том числе на Международной конференции “Dynamics Days Europe” (2013, 2014, 2016, 2017, 2018), Международном симпозиуме “Topical problems of nonlinear wave physics” (NWP 2014, 2017, 2020), Международной конференции - научной школе «Нелинейные волны» (2010, 2016, 2020), Международном семинаре IEEE “Nonlinear Dynamics of Electronic Systems” (NDES 2010), Международном симпозиуме “Nonlinear Theory and its Applications” (NOLTA 2012, 2014), Международной научной конференции “Physics and Control” (PhysCon - 2011, 2019), Международной школе «Хаотические автоколебания и образование структур» (2010, 2016), Международной конференции Society for Neuroscience (2013), Международной конференции «Динамика, бифуркации и странные аттракторы» (2018), Международном семинаре “IFAC Workshop On Time Delay Systems” (2018), Международном симпозиуме “Frontiers of Nonlinear Physics” (2013).



## **Объем и структура диссертации**

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Общий объем диссертации составляет 381 страницу, включая 80 рисунков. Список литературы содержит 401 наименование.

## **Положения, выносимые на защиту**

1. Разработанная функция переустановки фазы описывает сдвиг фазы регулярной автоколебательной системы под действием серии сильных и частых импульсов в зависимости от фаз их воздействия даже при значительном удалении системы от предельного цикла.

2. Предложенные численные характеристики порог устойчивости и порог переключения описывают переключения мультистабильных динамических систем между различными аттракторами под действием сильных импульсных сигналов.

3. В автоколебательных системах с импульсной запаздывающей обратной связью при большом запаздывании колебания с периодом, близким к собственному, могут терять устойчивость и порождать сложные длиннопериодические, квазипериодические и хаотические колебания. Для возникающих режимов характерна высокая мультистабильность, причем число сосуществующих режимов возрастает экспоненциально с ростом величины задержки.

4. Автогенераторы с импульсными запаздывающими связями могут демонстрировать фазовую синхронизацию и кросс-частотную синхронизацию при величине запаздывания, существенно превышающей период их колебаний.

5. В больших сетях автоколебательных элементов с глобальными импульсными запаздывающими связями синхронизация сети возможна при величинах задержки, существенно превышающей период автоколебаний. Дестабилизация синхронного режима происходит через механизм проскальзывания фазы.

6. В неоднородных популяциях автоколебательных и возбудимых элементов переход от стационарного к колебательному режиму при изменении параметров системы может иметь гистерезисный характер.

7. Разработанные редуцированные среднеполевые модели на основе Гауссова приближения адекватно описывают коллективную динамику сетей нейронов с кластерной структурой связей.

8. В сетях нейронов с кластерной структурой связей существуют режимы многоуровневой активности. В термодинамическом пределе различные уровни являются устойчивыми, а в случае конечного размера сети могут становиться метастабильными и порождать стохастические переключения между уровнями.

## КРАТКОЕ ИЗЛОЖЕНИЕ МАТЕРИАЛА ДИССЕРТАЦИИ

Во **Введении** обосновывается актуальность темы диссертационной работы, формулируются цели и задачи, перечислены основные положения, выносимые на защиту, обосновывается научная новизна и практическая ценность работы.

**Первая глава** посвящена исследованию отклика динамических систем при воздействии на них сильных импульсных сигналов. Рассмотрены два важных случая: 1) случай, когда действие импульса возмущает систему, но не приводит к ее переключению на другой аттрактор; 2) случай переключения мультистабильной системы на другой аттрактор под действием импульса.

**В разделе 1.1** изучается фазовая динамика регулярной автоколебательной системы при воздействии на неё серии сильных импульсов. В случае слабых импульсов отклик системы может быть описан в рамках хорошо известного подхода на основе кривой переустановки фазы [8], которая задаёт величину фазового сдвига в зависимости от фазы воздействия импульса. Тот же подход может быть применён в случае сильных импульсов, если они поступают достаточно редко, и возмущённая система успевает вернуться в малую окрестность предельного цикла до прихода следующего импульса. Однако в случае когда импульсы поступают часто, подход на основе кривой переустановки фазы не применим.

Для случая частых и сильных импульсов был предложен подход на основе так называемой функции переустановки фазы, которая задаёт фазовый сдвиг системы в зависимости от фаз воздействия нескольких последних импульсов. Таким образом, динамика полной системы может быть редуцирована к фазовой системе с памятью. Было получено приближенное выражение для функции переустановки фазы, которое по сути является разложением до следующего порядка малости по сравнению с кривой переустановки фазы. Также был предложен метод точного вычисления функции переустановки фазы сколь угодно высокого порядка. На ряде примеров показано, что предлагаемый подход имеет более широкую область применения по сравнению со стандартным подходом на основе кривой переустановки фазы.

**Раздел 1.2** посвящён исследованию переключения мультистабильных систем между различными динамическими режимами под действием сильных импульсных сигналов. Возможность такого переключения определяется размером, формой и взаимным расположением бассейнов притяжения различных аттракторов системы. Для многомерных динамических систем бассейны притяжения могут представлять собой весьма сложные множества, описание которых является нетривиальной задачей. Для описания бассейнов притяжения аттракторов в мультистабильных системах было введено понятие порога устойчивости. Эта численная характеристика равна минимальной амплитуде импульсного сигнала, под действием которого система может покинуть бассейн притяжения аттрактора. Предложен численный метод определения по-

рога устойчивости для широкого класса динамических систем, продемонстрирована связь между порогом устойчивости и другой недавно предложенной численной характеристикой бассейнов притяжения – так называемой бассейновой устойчивостью [25].

**В разделе 1.3** введено понятие интервальной устойчивости, которое состоит в возвращении возмущённой системы в малую окрестность аттрактора за заданный интервал времени. Введены понятия интервальной бассейновой устойчивости и порога интервальной устойчивости, предложены численные методы их вычисления. Меры интервальной устойчивости отличаются тем, что при их численной оценке интегрирование системы производится в течение ограниченного интервала времени, что приводит к экономии вычислительных ресурсов.

**Раздел 1.4** посвящён исследованию переключений мультистабильных динамических систем с одного аттрактора на другой под действием сильных возмущений в случаях, когда важен не только начальный, но и конечный режим системы. Определено понятие порога переключения между двумя аттракторами мультистабильной системы как амплитуды минимального импульсного сигнала, переводящего систему с одного аттрактора в бассейн притяжения второго. Показано, что вычисления матрицы порогов переключения в мультистабильной системе позволяет получить важную информацию о динамике такой системы под внешним воздействием, в том числе стохастическим.

**В разделе 1.5** подведены итоги первой главы.

Материалы первой главы опубликованы в работах [15А, 17А, 19А, 23А, 31А].

**Вторая глава** посвящена исследованию динамики малых ансамблей автоколебательных элементов с импульсными запаздывающими связями. Описан метод редукции динамики системы с импульсными запаздывающими связями к высокоразмерному точечному отображению. С помощью описанного метода изучена динамика одного автоколебательного элемента с импульсной запаздывающей обратной связью и двух элементов с импульсными запаздывающими связями.

**В разделе 2.1** представлен метод сведения динамики сетевых систем с импульсными запаздывающим связями с высокоразмерному точечному отображению. Введена общая модель сетевой системы в виде

$$\frac{dx_j}{dt} = f(x_j) + g(x_j) \sum_k A_{kj} \sum_{t_k^s} \delta(t - t_k^s - \tau_{kj}), \quad (1)$$

где  $j, k = 1, \dots, N$ , коэффициенты  $A_{kj}$  и  $\tau_{kj}$  задают соответственно силу связи и запаздывание между  $j$ -м и  $k$ -м осцилляторами. Вторая сумма берётся по всем моментам  $t_k^s$  в которые  $k$ -й осциллятор испускает импульсы или спайки. Импульс, сгенерированный  $k$ -м узлом, позднее поступает на другие узлы, с которыми он связан, и вызывает мгновенное изменения их состояния. В интерва-

лах времени между приходом последовательных импульсов динамика узлов является непрерывной и независимой, она определяется локальным отображением потока для каждого узла.

Показано, что состояние сетевой системы (1) может быть полностью описано парой  $(X, T)$ , где  $X$  является вектором мгновенных состояний всех узлов сети, тогда как  $T$  представляет собой множество моментов генерации импульсов узлами сети в прошлом. Несмотря на наличие запаздывания, вследствие импульсного характера взаимодействий отсутствует необходимость задания истории состояний узлов системы в прошлом, вместо этого достаточно задать лишь историю генерации ими импульсов. Таким образом, размерность фазового пространства системы (1) является конечной, получена оценка данной размерности. Динамика сети разворачивается как последовательность дискретных событий, связанных с генерацией и получением импульсов ее узлами. Было получено высокоразмерное точечное отображение, описывающее эволюцию состояния сети между двумя последовательными дискретными событиями. На основе полученного точечного отображения разработаны эффективные методы численного моделирования сетевых систем с импульсными запаздывающими связями.

В разделе 2.2 проведено исследование простейшей сетевой системы с импульсными запаздывающими связями, а именно автогенератора с импульсной запаздывающей обратной связью. Базовым режимом такой системы является периодическая генерация импульсов, причём период данного режима зависит от величины задержки, но близок к периоду системы без обратной связи. Получены условия устойчивости базового режима, которые зависят от формы кривой переустановки фазы осциллятора под действием одиночного импульса. Если данная кривая имеет небольшой наклон, базовые режимы являются единственными возможными в системе. При большой задержке возможно сосуществование базовых режимов различных периодов, что характерно для всех систем с запаздыванием [44].

Необычный сценарий дестабилизации базового режима наблюдается при увеличении крутизны кривой переустановки фазы. При достижении наклона функции, равного  $-1$ , базовый режим теряет устойчивость. Вместо него в системе возникают длиннопериодические так называемые «дрожащие» режимы, характеризующиеся сложной последовательностью генерируемых межимпульсных интервалов. Вблизи точки бифуркации данные последовательности состоят из двух различных значений межимпульсного интервала – короткого и длинного. При этом период возникающих режимов пропорционален величине задержки, а число одновременно существующих режимов экспоненциально возрастает с ростом задержки. При дальнейшем увеличении крутизны кривой переустановки фазы длиннопериодические режимы могут испытывать последующие бифуркации, переходя в квазипериодические и хаотические режимы.

**Раздел 2.3** посвящён исследованию синхронизации двух осцилляторов с частотной расстройкой и импульсными запаздывающими связями. Полная синхронизация неидентичных осцилляторов невозможна, поэтому в фокусе исследования была фазовая синхронизация – режим, при котором оба осциллятора генерируют импульсы периодически с одинаковым периодом и постоянным сдвигом фаз. Были получены условия существования и устойчивости синхронных режимов, показано, что они возможны в конечной полосе частотных расстройек, но однако при сколь угодно большой величине запаздывания. Области синхронизации в пространстве параметров расположены периодически вдоль оси задержки, причем наблюдается чередование областей синфазной и противофазной синхронизации. Важным свойством является увеличение ширины области синхронизации с ростом задержки, вследствие чего при достаточно больших задержках система становится мультистабильной. Другой возможный тип мультистабильности – сосуществование синхронных и асинхронных режимов динамики.

В **разделе 2.4** рассмотрен случай существенно различных частотных автогенераторов, при котором возможна их кратная синхронизация, то есть периодические режимы, при которых элементы генерируют различное число импульсов за период. Определены зоны синхронизации  $m : n$  в области параметров, показано, что при малой силе связи границы зон имеют периодическую структуру по отношению к величине задержки. Показано, что на границах зон синхронное решение разрушается через седло-узловую бифуркацию. Бифуркации того же типа могут происходить и внутри зон синхронизации, что приводит к мультистабильной синхронизации и гистерезисному поведению системы при изменении параметров.

В **разделе 2.5** подведены итоги второй главы.

Материалы второй главы опубликованы в работах [1А, 5А, 7А, 9А, 10А, 13А, 14А, 21А, 22А, 34А, 35А].

**Третья глава** посвящена исследованию коллективной динамики больших сетей с импульсными запаздывающими связями. Рассмотрены два типа топологии сети – кольцевая сеть с однонаправленными связями и сеть с глобальными связями каждый с каждым.

**Раздел 3.1** посвящён исследованию динамики кольца идентичных осцилляторов с однонаправленными запаздывающими связями. Сначала исследована динамика системы общего вида

$$\frac{dx_n}{dt} = f(x_n(t), x_{n-1}(t - \tau)), \quad (2)$$

в которой  $n$ -й узел получает запаздывающий сигнал от  $(n - 1)$ -го. Показано, что в системе (2) могут существовать решения в виде бегущих волн, профили которых совпадают с периодическими решениями уравнения с запаздыванием  $dx(t)/dt = f(x(t), x(t - \tau))$ . Более того, устойчивость волн в кольце и периодических решений одного уравнения совпадают в двух случаях: 1) когда за-

паздывание велико и 2) когда запаздывание равно нулю. Данный результат позволяет связать динамические свойства кольцевых сетей и одиночных уравнений с запаздыванием.

Полученные результаты были применены к кольцу осцилляторов с однонаправленными запаздывающими импульсными связями. Бегущие волны, наблюдаемые в таком кольце, могут быть получены из периодических решений для одиночного осциллятора с запаздывающей обратной связью. При достаточно крутой кривой переустановки фазы в одиночном осцилляторе существуют «дрожящие» режимы, исследованные в разделе 2.2. Следовательно, в кольце осцилляторов существуют бегущие «дрожящие» волны, характеризующиеся длиннопериодической последовательностью межимпульсных интервалов. Доказано, что при достаточно большом числе элементов такие волны существуют в кольце с мгновенными связями.

**Раздел 3.2** посвящён исследованию синхронизации в сети идентичных осцилляторов с импульсными запаздывающими связями каждый с каждым. Исследован режим полной синхронизации, при котором все узлы сети генерируют импульсы одновременно. Из-за высокой симметрии системы все сгенерированные импульсы поступают на узлы также одновременно, что позволяет описать их совокупное действие с помощью модифицированной кривой переустановки фазы, соответствующей «пачке» импульсов.

Получены условия устойчивости синхронного режима, которые зависят от наклона модифицированной кривой переустановки фазы. Показано, что структура зон синхронизации в пространстве параметров системы при слабых связях является периодической по отношению к величине задержки. При увеличении силы связи зоны синхронизации расширяются, причём этот эффект увеличивается с ростом задержки. При достаточно сильных связях система синхронизируется при любых задержках, больших некоторой величины. На границах зон разрушение синхронизации происходит через сценарий так называемого «проскальзывания фазы»: элементы сети поочерёдно покидают синхронную группу, совершают дополнительный оборот по фазе, после чего вновь возвращаются в группу.

В **разделе 3.3** изучено влияние неоднородности параметров на динамику сети активных элементов с глобальными запаздывающими связями. Исследование проводилось в термодинамическом пределе (при бесконечно большом числе элементов), что позволило перейти от уравнений для динамики индивидуальных элементов к уравнению непрерывности для функции плотности и использовать подход Отта-Антонсена [28]. Было обнаружено три различных типа режимов коллективной активности сети: синхронизация, асинхронная активность и покой. Вследствие неоднородности узлов сети синхронизация не может быть полной, но лишь частичной. При этом узлы возбуждаются не одновременно, но их активность коррелирована во времени, вследствие чего сеть генерирует периодическое среднее поле. Это поле постоянно в случае асинхронного режима и равно нулю в случае покоя.

Проведён полный бифуркационный анализ системы в зависимости от среднего и дисперсии локальных параметров узлов, силы связи и величины запаздывания. Показано, что при увеличении меры неоднородности, то есть дисперсии локальных параметров, происходит переход от состояния покоя к синхронным колебаниям сети, а затем к асинхронным колебаниям. В отличие от предыдущих работ продемонстрировано, что такой переход может быть как непрерывным, так и скачкообразным с гистерезисным поведением системы. В последнем случае наличие гистерезиса связано с бистабильностью системы в некоторой области параметров.

В разделе 3.4 подведены итоги третьей главы.

Материалы третьей главы опубликованы в работах [2А, 3А, 11А, 12А, 16А, 20А, 25А, 26А, 29А, 30А, 33А, 36А].

**Четвёртая глава** посвящена исследованию многоуровневой локализованной активности сетей активных элементов с кластерной структурой связей. Получены условия существования и устойчивости уровней, изучены спонтанные и индуцированные переходы между ними.

**Раздел 4.1** посвящён построению модели связей в локальных кортикальных сетях нейронов на основе статистических экспериментальных данных и исследованию влияния таких структур на коллективную динамику сети. Показано, что целый ряд важных статистических свойств синаптических соединений, полученных в экспериментах *in vitro* со срезами коры головного мозга крысы [34], воспроизводится в рамках простой модели так называемой кластерной сети. В данной модели большинство связей между узлами сети являются случайными и редкими, однако в дополнение к ним в сети присутствует ряд так называемых кластеров, то есть подмножеств узлов с более плотными и сильными связями. Наличие таких подмножеств позволяет объяснить наблюдаемую тенденцию синаптических связей к кластеризации, а также положительную корреляцию между числом и силой связи узлов.

Путём численного моделирования показано, что введение кластеризации связей в крупномасштабных нейронных сетях приводит к появлению новых режимов коллективной динамики. В зависимости от размера кластеров на их основе возникают метастабильные либо устойчивые режимы повышенной локальной активности сети. При этом в сети продолжает существовать режим однородной низкой «фоновой» активности.

В разделе 4.2 развит новый аналитический подход к описанию среднеполевой динамики однородной популяции нейронов со случайными связями под действием регулярных и шумовых сигналов. Рассматривается два типа шума – внешний, связанный с нерегулярностью синаптических сигналов, и внутренний, связанный с процессами в ионных каналах нейронов. Получена редуцированная так называемая среднеполевая система уравнений для макроскопических переменных – среднего и дисперсии активности нейронов в сети.

Полученная редуцированная исследована в термодинамическом пределе, для неё аналитически построена функция потенциала. Показано, что при дос-

таточно большой силе связей потенциал может приобретать форму с двумя минимумами, каждый из которых соответствует устойчивому стационарному состоянию сети с некоторым уровнем активности. Определены условия, при которых через седло-узловую бифуркацию возникает состояние повышенной локальной активности популяции. Исследовано влияние интенсивности шума на стационарные уровни активности сети и на скорость переходных процессов в ней. Также исследовано влияние эффектов конечного размера сети на ее динамику. При большом, но конечном числе нейронов в популяции в системе среднеполевых уравнений возникает стохастический член, а также происходит изменение детерминированных членов. Показано, за счет эффектов конечного размера в сети могут возникать спонтанные переключения между уровнями активности, напоминающие так называемые UP-DOWN состояния, наблюдаемые в кортикальных нейронных сетях [6]. Такие переключения возможны в области бистабильности, причем частота переключений резко падает по мере удаления параметров системы от бифуркации трехкратного состояния равновесия.

**В разделе 4.3** среднеполевой подход обобщен на нейронные сети с неоднородной кластерной структурой связей, описанной в разделе 4.1. Получена редуцированная среднеполевая модель, описывающая сетевую динамику кластерной сети в терминах связанных стохастических моделей второго порядка для каждого кластера. Модель включает в себя детерминированную часть, независимую от размера системы, а также три типа эффектов конечного размера: малый детерминированный поправочный член, макроскопический шум и топологическую неопределенность из-за случайности связей. Макроскопический шум является мультипликативным и включает в себя как локальный нейронный шум, так и флуктуации входных сигналов.

Был проведен бифуркационный анализ аттракторов системы в термодинамическом пределе. Показано, что эффект кластеризации связей заключается в увеличении мультистабильности сети: при достаточно большой степени кластеризации в сети возникают устойчивые асимметричные состояния с различными уровнями активности разных кластеров. Также в кластерной сети конечного размера наблюдаются спонтанные переключения между уровнями активности. При этом увеличение степени кластеризации способствует расширению области параметров, в которых наблюдаются спонтанные переключения. Это является результатом повышенной мультистабильности сети, в которой присутствуют асимметричные состояния с различной активностью разных кластеров. Так как размер одного кластера меньше размера всей сети, эффекты конечного размера в нем более выражены, и вероятность переключения одного кластера выше, чем сети в целом. Таким образом, показано, что кластеризация связей способствует спонтанной переключающей динамике.

**В разделе 4.4** подведены итоги четвертой главы.

Материалы четвертой главы опубликованы в работах [6A, 8A, 18A, 27A, 28A].



## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИИ

1. Разработана концепция функции перестановки фазы, описывающей отклик автоколебательной динамической системы на внешний сигнал в форме последовательности импульсов. Подход на основе функции перестановки фазы является обобщением классического подхода на основе кривой переустановки фазы и применим для описания фазовой динамики в случае сильных и частых воздействий.

2. Определены понятия порога устойчивости и порога переключения мультистабильных динамических систем, характеризующие форму и взаимное расположение бассейнов притяжения различных аттракторов. Предложены численные алгоритмы определения данных характеристик для широкого класса динамических систем. Показано, что матрица порогов переключения в мультистабильной системе позволяет получить важную информацию о динамике такой системы под внешним воздействием, в том числе стохастическим.

3. Разработана техника редукции динамики сетевых систем с импульсными запаздывающими связями к многомерным точечным отображениям. Динамика сети разворачивается как последовательность дискретных событий, связанных с генерацией и получением импульсов ее узлами. На основе полученных точечных отображений разработаны эффективные методы численного моделирования сетевых систем с импульсными запаздывающими связями.

4. В автоколебательных системах с импульсной запаздывающей обратной связью при большом запаздывании обнаружен новый сценарий дестабилизации колебаний с периодом, близким к собственному. При этом в системе возникают сложные длиннопериодические, квазипериодические и хаотические колебания, характеризующиеся высокой мультистабильностью. Период возникающих периодических колебаний пропорционален величине задержки, а число сосуществующих режимов возрастает экспоненциально с ростом величины задержки.

5. Показано, что в автоколебательных сетях с запаздывающими связями синхронизация между элементами сети может наблюдаться при сколь угодно большой величине запаздывания. При этом зоны синхронизации в пространстве параметров формируют структуру, близкую к периодической по отношению к величине запаздывания. В больших сетях дестабилизация синхронных режимов на границах зон происходит через механизм проскальзывания фазы.

6. Показано, что в неоднородной популяции автоколебательных и возбудимых элементов при увеличении дисперсии локальных параметров происходит переход от состояния покоя к синхронным колебаниям сети, а затем к асинхронным колебаниям. Продемонстрировано, что такой переход может быть как непрерывным, так и скачкообразным с гистерезисным поведением системы.

7. Получена редуцированная система уравнений для усредненных переменных, описывающая макроскопическую динамику нейронной сети со слу-

чайными редкими связями и шумом. Получена редуцированная среднеполевая модель, описывающая сетевую динамику сети с кластерной структурой связей в терминах связанных стохастических моделей второго порядка для каждого кластера.

8. Описаны динамические механизмы возникновения мультистабильности в нейронных сетях со случайными и кластерными связями, а также механизмы спонтанных переключений между уровнями различной активности. Показано, что кластеризация связей способствует мультистабильности и спонтанным переключениям.

### Список цитируемой литературы

[1] Abbott L. F., C. van Vreeswijk. Asynchronous states in networks of pulse-coupled oscillators // *Physical review E*. 1993. V. 48. P. 1483-1490.

[2] Andreev A. V., Frolov N. S., Pisarchik A. N., Hramov A. E. Chimera state in complex networks of bistable hodgkin-huxley neurons // *Physical Review E*. 2019. V. 100, № 2. P. 22224.

[3] Bezruchko B. P., Karavaev A. S., Ponomarenko V. I., Prokhorov M. D. Reconstruction of time-delay systems from chaotic time series // *Physical Review E*. 2001. V. 64. P. 056216.

[4] Brunel N. Dynamics of sparsely connected networks of excitatory and inhibitory spiking neurons // *Journal of Computational Neuroscience*. 2000. V. 8. P. 183-208.

[5] Buice M. A., Cowan J. D., Chow C. C. Systematic fluctuation expansion for neural network activity equations // *Neural Computation*. 2010. V. 22, № 2. P. 377-426.

[6] Buzsáki G, Anastassiou C. A., Koch C. The origin of extracellular fields and currents-EEG, ECoG, LFP and spikes // *Nature Reviews Neuroscience*. 2012. V. 13. P. 407-420.

[7] C. van Vreeswijk. Partial synchronization in populations of pulse-coupled oscillators // *Physical Review E*. 1996. V. 54, № 5. P. 5522-5537.

[8] Canavier C. C., Achuthan S. Pulse coupled oscillators and the phase resetting curve // *Mathematical Biosciences*. 2010. V. 226, № 2. P. 77-96.

[9] Chizhov A. V., Graham L. J. Efficient evaluation of neuron populations receiving colored-noise current based on a refractory density method // *Physical Review E*. 2008. V. 77, № 1. P. 11910.

[10] Earl M. G., Strogatz S. H. Synchronization in oscillator networks with delayed coupling: a stability criterion // *Physical Review E*. 2003. V. 67. P. 036204.

[11] El Boustani S., Destexhe A. A master equation formalism for macroscopic modeling of asynchronous irregular activity states // *Neural Computation*. 2009. V. 21, № 1. P. 46-100.

[12] Ernst U., Pawelzik K., Geisel T. Synchronization induced by temporal delays in pulse-coupled oscillators // *Physical Review Letters* 1995. V. 74. P. 1570.

- [13] Gerstner W. Population Dynamics of Spiking Neurons: Fast Transients, Asynchronous States, and Locking // *Neural Computation*. 2000. V.12, №1. P. 43-89.
- [14] Gerstner W., Van Hemmen J. L. Coherence and Incoherence in a Globally Coupled Ensemble of Pulse-Emitting Units // *Physical Review Letters*. 1993. V. 71. P. 312.
- [15] Gerstner, W., Kistler, W. M. Spiking neuron models: single neurons, populations, plasticity: Cambridge University Press. 2002.
- [16] Goldobin D. S., Tyulkina I. V., Klimenko L. S., Pikovsky A. Collective mode reductions for populations of coupled noisy oscillators // *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*. 2018. V. 28, № 10. P. 101101.
- [17] Golomb D., Hansel D. The number of synaptic inputs and the synchrony of large, sparse neuronal networks // *Neural Computation*. 2000. V. 12, №5. P. 1095-1139.
- [18] Grigorieva E. V., Kaschenko S. A. Chaotic spiking induced by variable delayed optoelectronic feedback in a model of class B laser // *Optics Communications*. 2018. V. 407. P. 9-16.
- [19] Grigorieva E.V., Kaschenko S.A. Stability of equilibrium state in a laser with rapidly oscillating delay feedback // *Physica D: Nonlinear Phenomena*. 2015. V. 291. P. 1-7.
- [20] Grigorieva E. V., Kashchenko S. A. Regular and chaotic pulsations in laser diode with delayed feedback // *International Journal of Bifurcation and Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*. 1993. V. 3, № 6. P. 1515-1528.
- [21] Hopfield J. J., Herz A. V. Rapid local synchronization of action potentials: Toward computation with coupled integrate-and-fire neurons // *Proceedings of the National Academy of Sciences*. 1995. V. 92, № 15. P. 6655-6662.
- [22] Kasimatis T., Hizanidis J., Provata A. Three-dimensional chimera patterns in networks of spiking neuron oscillators // *Physical Review E*. 2018. V. 97, № 5. P. 52213.
- [23] Litwin-Kumar A., Doiron B. Slow dynamics and high variability in balanced cortical networks with clustered connections // *Nature Neuroscience*. 2012. V. 15, № 22. P. 1498-1505.
- [24] Luccioli S., Politi A. Irregular collective behavior of heterogeneous neural networks // *Physical Review Letters*. 2010. V. 105, № 15. P. 158104.
- [25] Menck P. J., Heitzig J., Marwan N., Kurths J. How basin stability complements the linear-stability paradigm // *Nature Physics*. 2013. V. 9, № 2. P. 89-92.
- [26] Mirollo R. E., Strogatz S. H. Synchronization of pulse-coupled biological oscillators // *SIAM Journal on Applied Mathematics*. 1990. V. 50, № 6. P. 1645-1662.
- [27] Montbrío E., Pazó D., Roxin A. Macroscopic description for networks of spiking neurons // *Physical Review X*. 2015. V. 5. P. 021028.
- [28] Ott E., Antonsen T. M. Low dimensional behavior of large systems of globally coupled oscillators // *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*. 2008. V. 18, № 3. P. 37113.

- [29] Pikovsky A., Kurths J., Rosenblum M., Kurths J. Synchronization: a universal concept in nonlinear sciences // Cambridge university press. Cambridge, 2003.
- [30] Prokhorov M. D., Ponomarenko V. I., Karavaev A. S., Bezruchko B. P. Reconstruction of time-delayed feedback systems from time series. // *Physica D: Nonlinear Phenomena*. 2005. V. 203, № 3-4. P. 209-223.
- [31] Renart A., J. De La Rocha, Bartho P., Hollender L., Parga N., Reyes A., Harris K. D. The asynchronous state in cortical circuits // *Science*. 2010. V. 327, № 5965. P. 587-590.
- [32] Schuster H. G., Wagner P. Mutual Entrainment of Two Limit Cycle Oscillators with Time Delayed Coupling // *Progress in Theoretical Physics*. 1989. V. 81. P. 1989.
- [33] Schwalger T., Deger M., Gerstner W. Towards a theory of cortical columns: From spiking neurons to interacting neural populations of finite size // *PLoS Computational Biology*. 2017. V. 13, № 4. P. 1-63.
- [34] Song S., Sjöström P. J., Reigl M., Nelson S., Chklovskii D. B. Highly nonrandom features of synaptic connectivity in local cortical circuits // *PLoS Biology*. 2005. V. 3, № 3. P. 68.
- [35] Sysoev I. V., Ponomarenko V. I., Kulminskiy D. D., Prokhorov M. D. Recovery of couplings and parameters of elements in networks of time-delay systems from time series // *Physical Review E*. 2016. V. 94, № 5. P. 52207.
- [36] Teramae J.-n., Tsubo Y., Fukai T. Optimal spike-based communication in excitable networks with strong-sparse and weak-dense links // *Scientific Reports*. 2012. V. 2. P. 485.
- [37] Terman D., Wang D. Global competition and local cooperation in a network of neural oscillators // *Physica D: Nonlinear Phenomena*. 1995. V. 81, № 1-2. P. 148-176.
- [38] Ullner E., Politi A. Self-sustained irregular activity in an ensemble of neural oscillators // *Physical Review X*. 2016. V. 6, № 1. P. 011015.
- [39] Usacheva S. A., Ryskin N. M. Phase locking of two limit cycle oscillators with delay coupling // *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*. 2014. V. 14, № 2. P. 23123.
- [40] Vanag, V. K. (2019). Hierarchical network of pulse coupled chemical oscillators with adaptive behavior: Chemical neurocomputer // *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*. 2019. V. 29, № 8. P. 83104.
- [41] Wilson D., Moehlis J. Isostable reduction of periodic orbits // *Physical Review E*. 2016. V. 94, № 5. P. 1-7.
- [42] Wilson H. R., Cowan J. D. Excitatory and inhibitory interactions in localized populations of model neurons // *Biophysical Journal*. 1972. V. 12, № 1. P. 1-24.
- [43] Winfree A. T. The geometry of biological time. New York, Springer, 2001.

[44] Yanchuk S., Perlikowski P. Delay and periodicity // *Physical Review E*. 2009. V. 79, № 4. P. 1-9.

[45] Адилова А. Б., Рыскин Н. М. Исследование синхронизации в системе двух гиротронов с запаздыванием в канале связи на основе модифицированной квазилинейной модели // *Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика*. 2018. Т. 26, вып. 6. С. 68-81.

[46] Малкин И. Г. Некоторые задачи теории нелинейных колебаний. М., Гостехтеориздат, 1956.

[47] Кузнецов С. П., Пономаренко В. И. О возможности реализации странного аттрактора типа Смейла-Вильямса в радиотехническом генераторе с запаздыванием // *Письма в Журнал технической физики*. 2008. Т. 24, вып. 18.

### **Список публикаций по теме диссертации**

[1A] Klinshov V. V., Nekorkin V.I. Synchronization of time-delay coupled pulse oscillators // *Chaos, Solitons and Fractals*. 2011. V. 44, № 1-3. P. 98-107.

[2A] Klinshov V.V., Nekorkin V.I. Global Synchronization of Large Ensembles of Pulse Oscillators with Time-Delay Coupling // *Discontinuity, Nonlinearity and Complexity*. 2012. V. 1, № 3. P. 253-261.

[3A] Klinshov V., Nekorkin V. Synchronization in networks of pulse oscillators with time-delay coupling // *Cybernetics and Physics*. 2012. V. 1, № 2. P. 106-112.

[4A] Клиньшов В.В., Некоркин В.И. Синхронизация автоколебательных сетей с запаздывающими связями // *Успехи физических наук*. 2013. Т. 183, № 12. С. 1323-1336.

[5A] Klinshov V.V., Nekorkin V.I. The map with no predetermined firing order for the network of oscillators with time-delayed pulsatile coupling // *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulations*. 2013. V. 18, № 4. P. 973-977.

[6A] Klinshov V. V., Teramae J.N., Nekorkin V.I., Fukai T. Dense neuron clustering explains connectivity statistics in cortical microcircuits. // *PLoS One*. 2014. V. 9, № 4. P. e94292.

[7A] Klinshov V. V., Shchapin D.S., Nekorkin V.I. Cross-frequency synchronization of oscillators with time-delayed coupling // *Physical Review E*. 2014. V. 90, № 4. P. 042923.

[8A] Klinshov V., Franović I. Mean field dynamics of a random neural network with noise // *Physical Review E*. 2015. V. 92, № 6. P. 062813.

[9A] Klinshov V., Lücken L., Shchapin D., Nekorkin V., Yanchuk S. Emergence and combinatorial accumulation of jittering regimes in spiking oscillators with delayed feedback // *Physical Review E*. 2015. V. 92, № 4. P. 042914.

[10A] Klinshov V., Lücken L., Shchapin D., Nekorkin V., Yanchuk S. Multistable jittering in oscillators with pulsatile delayed feedback // *Physical Review Letters*. 2015. V. 114, № 17. P. 178103.

[11A] Klinshov V.V., Shapin D.S., Dmitrichev A.S., Nekorkin V.I., Andreev Y. V., Andreyev Y.V. Cellular Automata for Modeling Wireless Sensor Networks // *Nonlinear Phenomena in Complex Systems*. 2015. V. 18, № 4. P. 429-442.

[12A] Klinshov V., Shchapin D., Yanchuk S., Nekorkin V. Jittering waves in rings of pulse oscillators // *Physical Review E*. 2016. V. 94, № 1. P. 012206.

[13A] Vanag V.K., Smelov P.S., Klinshov V. V. Dynamical regimes of four almost identical chemical oscillators coupled via pulse inhibitory coupling with time delay // *Physical Chemistry Chemical Physics*. 2016. V. 18, № 7. P. 5509-5520.

[14A] Klinshov V., Maslennikov O., Nekorkin V. Jittering regimes of two spiking oscillators with delayed coupling // *Applied Mathematics and Nonlinear Sciences*. 2016. V. 1, № 1. P. 197-206.

[15A] Klinshov V. V, Nekorkin V.I., Kurths J. Stability threshold approach for complex dynamical systems // *New Journal of Physics*. 2016. V. 18, № 1. P. 13004.

[16A] Klinshov V., Shchapin D., Lücken L., Yanchuk S., Nekorkin V. Experimental study of jittering chimeras in a ring of excitable units // *AIP Conference Proceedings*. 2016. V. 1738, № 1. P. 210007.

[17A] Franović I., Kostić S., Perc M., Klinshov V., Nekorkin V., Kurths J. Phase response curves for models of earthquake fault dynamics // *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*. 2016. V. 26, № 6. P. 063105.

[18A] Klinshov V., Franović I. Slow rate fluctuations in a network of noisy neurons with coupling delay // *Europhysics Letters*. 2016. V. 116, № 4. P. 48002.

[19A] Klinshov V., Yanchuk S., Stephan A., Nekorkin V. Phase response function for oscillators with strong forcing or coupling // *Europhysics Letters*. 2017. V. 118. P. 50006.

[20A] Klinshov V., Shchapin D., Yanchuk S., Wolfrum M., D’Huys O., Nekorkin V. Embedding the dynamics of a single delay system into a feed-forward ring // *Physical Review E*. 2017. V. 96. P. 042217.

[21A] Klinshov V. V., Nekorkin V.I. Event-based simulation of networks with pulse delayed coupling // *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*. 2017. V. 27. P. 101105.

[22A] Safonov D.A., Klinshov V. V, Vanag V.K. Dynamical regimes of four oscillators with excitatory pulse coupling // *Physical Chemistry Chemical Physics*. 2017. Vol. 19, № 19. P. 12490-12501.

[23A] Klinshov V. V, Kirillov S., Kurths J., Nekorkin V. Interval stability for complex systems // *New Journal of Physics*. 2018. V. 20. P. 043040.

[24A] Дмитричев А.С., Касаткин Д.В., Клиньшов В.В., Кириллов С.Ю., Маслеников О.В., Шапин Д.С., Некоркин, В.И. Нелинейные динамические модели нейронов: Обзор // *Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика*. 2018. Т. 26, № 4. С. 5-58.

[25A] Klinshov V., Lücken L., Yanchuk S. Desynchronization by phase slip patterns in networks of pulse-coupled oscillators with delays // *The European Physical Journal Special Topics*. 2018. V. 227, № 10-11. P. 1117-1128.

- [26A] Bacić I., Klinshov V., Nekorkin V., Perc M., Franović I. Inverse stochastic resonance in a system of excitable active rotators with adaptive coupling // *EPL*. 2018. V. 124, № 4.
- [27A] Franović I., Klinshov V. Stimulus-evoked activity in clustered networks of stochastic ratebased neurons // *The European Physical Journal Special Topics*. 2018. V. 1076. P. 1063-1076.
- [28A] Franović I., Klinshov V. Clustering promotes switching dynamics in networks of noisy neurons // *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*. 2018. V. 28. P. 023111.
- [29A] Klinshov V., Franović I. Two scenarios for the onset and suppression of collective oscillations in heterogeneous populations of active rotators // *Physical Review E*. 2019. V. 100, № 6. P. 62211.
- [30A] Kasatkin D., Klinshov V., Nekorkin V. Wandering chimeras in adaptive network of pulse coupled oscillators // *Physical Review E*. 2019. V. 99. P. 022203.
- [31A] Klinshov V., Nekorkin V. Switching thresholds for multistable systems under strong external perturbation // *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulations*. 2020. V. 83. P. 105067.
- [32A] Клиньшов В. В.. Коллективная динамика сетей активных элементов с импульсными связями: Обзор // *Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика*. 2020. Т. 28, № 5. С. 465-490.
- [33A] Kirillov S. Y., Klinshov V. V., Nekorkin V. I. The role of timescale separation in oscillatory ensembles with competitive coupling // *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*. 2020. V. 30, № 5. P. 051101.
- [34A] Klinshov V., Shchapin D., D'Huys O. Mode hopping in oscillating systems with stochastic delays // *Physical Review Letters*. 2020. V. 125, № 3. P. 034101.
- [35A] Klinshov V., Lücken L., Feketa P. On the interpretation of Dirac  $\delta$  pulses in differential equations for phase oscillators // *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*. 2021. V. 31, № 3. P. 31102.
- [36A] Klinshov V. V., Zlobin D. A., Maryshev B. S., Goldobin D. S. Effect of noise on the collective dynamics of a heterogeneous population of active rotators // *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*. 2021. V.31, № 4. P. 43101.

КЛИНЬШОВ Владимир Викторович

**КОЛЕБАНИЯ В СЛОЖНЫХ СИСТЕМАХ  
С ИМПУЛЬСНЫМИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯМИ**

Автореферат

Подписано к печати 2.07.2021 г.  
Формат 60 × 90 1/16. Бумага офсетная №1.  
Усл. печ. л. 1,5. Тираж 170 экз. Заказ № 21(2021).

Отпечатано в типографии ФИЦ Институт прикладной физики РАН,  
603950, г. Н. Новгород, ул. Ульянова, 46