

Федеральное государственное бюджетное научное учреждение  
«Федеральный исследовательский центр  
Институт прикладной физики Российской академии наук»

# **НЕЛИНЕЙНЫЕ ВОЛНЫ – 2020**

**XIX научная школа**

*29 февраля – 6 марта 2020 года, Нижний Новгород*

## **ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ**

Нижний Новгород

ИПФ РАН

2020

В сборнике собраны аннотации лекций и инициативных докладов XIX научной школы «Нелинейные волны – 2020» (Нижний Новгород, 29 февраля – 6 марта 2020 г.), прошедшие рецензирование членами программного комитета и одобренные к включению в программу школы.

Целями школы является обсуждение мировых достижений последних лет в области фундаментальной нелинейной физики и ее приложений, координация усилий российских ученых в наиболее актуальных направлениях физики нелинейных волновых процессов и ориентация научной молодежи на активное участие в исследованиях, ведущихся в научных центрах нашей страны. Тематика XIX научной школы включает следующие направления исследований:

- современные проблемы теории нелинейных колебаний и волн;
- нелинейные процессы в геофизике;
- модели климата и экосистем;
- нелинейные явления в космологии и астрофизике;
- физика экстремальных электромагнитных полей;
- нелинейные процессы в биофизике и нейродинамике;
- нелинейная динамика квантовых систем.

Всего в работе школы принимает участие более 200 человек. Запланировано 45 лекций приглашенных известных российских и иностранных ученых, около 70 устных докладов и более 80 стендовых выступлений других участников школы. В этом году ожидается приезд исследователей из Нижнего Новгорода (ИПФ РАН, ННГУ, ИФМ РАН, ВШЭ), Москвы (ВШЭ, ГАИШ, ИВМ РАН, ИКИ РАН, ИО РАН, ИПМ РАН, ИОФ РАН, ИРЭ РАН, ИТЭФ, ИФА РАН, ИФЗ РАН, ИЯИ РАН, МГУ, МИФИ, МФТИ, НИТУ «МИСиС», НИЦ «Курчатовский институт», МЭИ, Сколтех, ФИАН), Саратова (СГУ, СФ ИРЭ РАН), а также из Владивостока, Казани, Калининграда, Новосибирска, Обнинска, Перми, Петрозаводска, Пущино, Санкт-Петербурга, Самары, Тюмени, Черногоровки, Ярославля. Кроме того, на школу должны приехать ученые из Германии, Израиля, Великобритании, Испании, Норвегии, США, Финляндии.

Ответственный за выпуск *А.В. Слюняев*

## ПРОГРАММНЫЙ КОМИТЕТ

акад. РАН А.Г. Литвак – председатель, ИПФ РАН, Н. Новгород  
д.ф.-м.н., проф. РАН А.В. Слюняев – ученый секретарь, ИПФ РАН, Н. Новгород  
акад. РАН К.В. Анохин, МГУ, Москва  
д.ф.-м.н., проф. С.И. Блинников, ИТЭФ, Москва  
член-корр. РАН Н.С. Гинзбург, ИПФ РАН, Н. Новгород  
д.ф.-м.н., проф. С.Н. Гурбатов, ННГУ, Н. Новгород  
акад. РАН В.П. Дымников, ИВМ РАН, Москва  
акад. РАН В.Е. Захаров, ФИАН, Москва  
акад. РАН Л.М. Зеленый, ИКИ РАН, Москва  
д.ф.-м.н., проф. С.С. Зилитинкевич, Хельсинкский университет, Финляндия  
д.ф.-м.н. В.Б. Казанцев, ННГУ, Н. Новгород  
член-корр. РАН И.Ю. Костюков, ИПФ РАН, Н. Новгород  
член-корр. РАН Вл.В. Кочаровский, ИПФ РАН, Н. Новгород  
акад. РАН Е.А. Кузнецов, ФИАН, Москва  
д.ф.-м.н. В.В. Курин, ИФМ РАН, Н. Новгород  
член-корр. РАН Е.А. Мареев, ИПФ РАН, Н. Новгород  
д.ф.-м.н., проф. В.И. Некоркин, ИПФ РАН, Н. Новгород  
акад. РАН Р.И. Нигматулин, ИО РАН, Москва  
проф. А.С. Пиковский, Потсдамский университет, Германия  
д.ф.-м.н. О.В. Починка, НИУ ВШЭ, Н. Новгород  
проф. А.М. Пухов, Дюссельдорфский университет, Германия  
акад. РАН О.В. Руденко, МГУ, Москва  
акад. РАН А.М. Сергеев, РАН, Москва  
д.ф.-м.н. Ю.И. Троицкая, ИПФ РАН, Н. Новгород  
член-корр. РАН Д.И. Трубецков, СГУ, Саратов  
д.ф.-м.н. А.М. Фейгин, ИПФ РАН, Н. Новгород  
акад. РАН Е.А. Хазанов, ИПФ РАН, Н. Новгород

- Проводится при финансовой поддержке РФФИ (проект № 20-02-20026).
- Проводится при поддержке Правительства Российской Федерации и Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках программы мегагрантов для поддержки исследований, проводимых под руководством ведущих ученых в российских учреждениях высшего образования и научных учреждениях:
  - договор № 14.W03.31.0032 «Квантовые эффекты в сильно локализованных интенсивных лазерных полях», ведущий ученый – Герхард Лойхс;
  - соглашение № 075-15-2019-1892 «Электромагнитное окружение Земли: формирование, изменчивость, влияние на биосферу», ведущий ученый – Колин Прайс.

## СОДЕРЖАНИЕ

### Аннотации лекций

<i>Leuchs G.</i> Quantum uncertainty of light fields and energy quantization – how comes light is best described by operators and what does this mean?.....	12
<i>Price C.</i> Earth’s electromagnetic environment: formation, variability, impact on the biosphere.....	12
<i>Андрюанов А.В.</i> Волоконные лазеры с когерентным суммированием пучков.....	12
<i>Анохин К.В.</i> Нейронные гиперсети: факты и теории об устройстве и динамике высших функций мозга.....	13
<i>Берлов П.С.</i> Динамически согласованная параметризация мезомасштабных вихрей.....	14
<i>Блинников С.И.</i> Фундаментальная физика и астрономия. Почему всё больше астрофизиков получают Нобелевские премии по физике.....	14
<i>Бутов Л.В.</i> Коллективные явления в холодных непрямых экситонах.....	14
<i>Быков А.М.</i> Нелинейные процессы в космических ускорителях частиц.....	15
<i>Быченко В.Ю.</i> Самозахват мощных лазерных импульсов и ядерная фотоника.....	15
<i>Василевский Ю.В.</i> Трёхмерные течения ньютоновских и вязкопластичных жидкостей со свободной поверхностью.....	16
<i>Гелаиш А.А.</i> Точные решения нелинейного уравнения Шрёдингера и солитонный газ высокой плотности... ..	16
<i>Гинзбург Н.С., Зотова И.В., Рыскин Н.М.</i> Генерация и усиление мощных ультракоротких микроволновых импульсов: автомодельные решения, солитоны, волны-«убийцы».....	17
<i>Глазов М.М.</i> Нелинейный классический и квантовый транспорт экситонов в двумерных кристаллах.....	17
<i>Гонченко С.В.</i> Три типа динамического хаоса.....	17
<i>Горбунов Д.С.</i> Ранняя инфляция и разогрев Вселенной.....	18
<i>Гурбатов С.Н.</i> Акустическая турбулентность. Локальная и статистическая автомодельность.....	18
<i>Гурия Г.Т.</i> Гидродинамические механизмы активации внутрисосудистого тромбообразования.....	19
<i>Ежова Е.В.</i> Динамика вечной мерзлоты и ее взаимосвязь с климатом.....	19
<i>Ерманюк Е.В.</i> Соударение тел со свободной поверхностью жидкости и дном.....	20
<i>Зайцев В.Ю.</i> Оценивание свойств «мягких дефектов» по нелинейности связи «напряжение – деформация»: от применения в сейсмике до эластобиопсии в медицине.....	20
<i>Залесный В.Б.</i> Методы вариационной ассимиляции данных в моделях геофизической гидродинамики.....	21
<i>Иванченко М.В.</i> Диссипативный квантовый хаос.....	22
<i>Иванчик А.В.</i> Современная космология. Горизонты исследования Вселенной.....	22
<i>Иорш И.В.</i> Управление статистикой выходного излучения в одномодовом волноводе с инкапсулированной квантовой точкой.....	22
<i>Казанович Я.Б.</i> Моделирование внимания на основе осцилляторных нейронных сетей.....	23
<i>Калачёв А.А.</i> Источники неклассических состояний света на основе нелинейных эффектов в системах связанных микрорезонаторов.....	23
<i>Кузнецов Е.А.</i> Коллапс газовых бозе-эйнштейновских конденсатов и генерация надконденсатных атомов.....	23
<i>Лехтинен Н.Г.</i> Физика (и математика) электрических стримеров.....	24
<i>Миронов С.Ю., Потемкин А.К., Хазанов Е.А.</i> Управление формой широкополосных лазерных импульсов.....	24
<i>Пелиновский Е.Н.</i> Катастрофические цунами последних лет: взгляд с позиции нелинейной физики.....	25
<i>Пиковский А.С.</i> Неравновесные процессы в нелинейных цепочках с беспорядком.....	26
<i>Писарчик А.Н.</i> Влияние стохастических процессов в нейронной сети головного мозга на когнитивные функции: математическое моделирование и эксперимент.....	26
<i>Поддубный А.Н.</i> Пара фотонов в волноводе с кубитами: излучение, локализация, топологические состояния.....	26
<i>Пухов А.М.</i> Экстремальные режимы структурированного взаимодействия света с веществом.....	27
<i>Рыскин Н.М., Новожилова Ю.В.</i> Нелинейная динамика гиротронов под воздействием внешнего или отраженного от нагрузки сигнала.....	28



<i>Семенов В.А.</i> Исследования изменений климата Арктики: прогресс, проблемы, актуальные задачи .....	28
<i>Сильченко О.К.</i> Наблюдательные проявления темной материи .....	29
<i>Тихоцкий С.А.</i> Нелинейные процессы деформирования горных пород: феномен, модели, практическое значение .....	29
<i>Фейгин А.М.</i> Эмпирическое моделирование климата .....	29
<i>Филатов Н.Н.</i> Диагноз и прогноз изменений экосистем крупных стратифицированных внутренних водоемов под влиянием климата и антропогенных факторов: моделирование и экспериментальные исследования .....	30
<i>Хаймович И.М.</i> Локализация Андерсона и неэргодические состояния в неупорядоченных системах .....	30
<i>Хайн А.</i> Влияние турбулентности на столкновения капель в облаках и образование дождя .....	31

### Тезисы докладов

<i>Адилова А.Б., Балакин М.И., Рыскин Н.М.</i> Влияние запаздывания на взаимную синхронизацию двух автоколебательных систем .....	33
<i>Алабужев А.А., Кашина М.А.</i> Влияние гистерезиса краевого угла на осесимметричные колебания цилиндрической капли .....	34
<i>Алабужев А.А., Кашина М.А.</i> Влияние свойств поверхности на вынужденные колебания цилиндрической капли во внешнем периодическом поле .....	35
<i>Антонов В.А., Хайрулин И.Р., Ахмеджанов Т.Р., Хан К.Ч., Скалли М.О., Кочаровская О.А.</i> Формирование и усиление аттосекундных рентгеновских импульсов в активной среде плазменного рентгеновского лазера, облучаемой сильным оптическим полем .....	36
<i>Артеменко И.И., Неруш Е.Н., Костюков И.Ю.</i> Синхротрон-черенковское излучение в вакууме .....	38
<i>Астахова Д.И., Сысоева М.В., Сысоев И.В.</i> Частотно-разрешенный анализ взаимодействия между структурами мозга по временным рядам локальных потенциалов мозга во время сверхдлинных пик-волновых разрядов .....	39
<i>Асфандияров Ш.А., Крит Т.Б., Андреев В.Г.</i> Измерение нелинейного параметра вязкоупругой среды методом интерферометра, деформируемого статической нагрузкой .....	40
<i>Багаутдинова Э.Р., Кузнецов С.П., Селезнев Е.П., Станкевич Н.В.</i> Гиперболический хаос, возникающий в результате катастрофы голубого неба: схематическое моделирование .....	42
<i>Балыбин С.Н., Халили Ф.Я.</i> Формирование негауссовских состояний в системах с кубической нелинейностью .....	45
<i>Башинов А.В., Ефименко Е.С., Leuchs G., Ким А.В.</i> Электрон-позитронный каскад в магнитодипольной волне .....	47
<i>Безручко Б.П., Гриднев В.И., Навроцкая Е.В.</i> Реконструкция эквивалентных схем легких человека при сердечной недостаточности по временным рядам вынужденных колебаний .....	49
<i>Белов С.А., Молевич Н.Е., Завершинский Д.И.</i> Самовоздействие альфвеновских волн в плазме с дисбалансом нагрева/охлаждения .....	51
<i>Бир А.С., Романенко Д.В., Гришин С.В.</i> Многосолитонные комплексы в микроволновых генераторах на основе нелинейных магнитных метаматериалов .....	52
<i>Бирюля В.А., Стрелков В.В.</i> Спектральная каустика в процессе генерации гармоник высокого порядка в двухцветном поле .....	54
<i>Бобина А.С., Росницкий П.Б., Юлдашев П.В., Хохлова В.А.</i> Влияние неоднородностей брюшной стенки на фокусировку ультразвукового пучка в задачах неинвазивной хирургии .....	56
<i>Болотов Д.И., Болотов М.И., Смирнов Л.А., Осипов Г.В., Пиковский А.С.</i> Градиентные состояния в системе нелокально-связанных фазовых осцилляторов .....	58
<i>Болотов М.И., Смирнов Л.А., Осипов Г.В., Пиковский А.С.</i> Стабилизация химерных состояний внешним периодическим воздействием .....	60
<i>Боровкова Е.И., Чернец Е.П., Киселев А.Р., Гриднев В.И., Безручко Б.П., Караваев А.С.</i> Экспериментальное наблюдение языков Арнольда в системе вегетативной регуляции кровообращения .....	62
<i>Будянский М.В., Улейский М.Ю., Пранц С.В.</i> Наблюдение и лагранжев анализ квазистационарных антициклонических вихрей Курило-Камчатского желоба .....	64
<i>Бурова Е.А., Бодров С.Б., Сергеев Ю.А., Корытин А.И., Степанов А.Н.</i> Генерация второй гармоники фемтосекундного лазерного излучения в изотропных средах под действием терагерцового импульса .....	66

<i>Виноградов А.А., Артемьев А.В., Юшков Е.В., Васько И.Ю.</i> Исследование неадиабатической динамики ионов в поле токовых слоев солнечного ветра .....	68
<i>Власова С.С.</i> Стационарная конвекция вязкой несжимаемой жидкости при неоднородном нагреве одной из границ слоя и теплопередаче на верхней границе .....	70
<i>Войтович Д.А., Коржиманов А.В.</i> Влияние продольной температуры электронов на устойчивость стационарной структуры при ускорении ионов в режиме «плуга» .....	72
<i>Волковская И.И., Смирнова Д.А., Смирнов А.И.</i> Эффективная генерация второй гармоники в высокочастотном диэлектрическом нанорезонаторе .....	74
<i>Володин И.В., Алабужев А.А.</i> Длинноволновая конвекция Марангони в тонкой пленке под действием касательных вибраций .....	76
<i>Володин И.В., Алабужев А.А.</i> Квазистационарный рельеф на поверхности раздела .....	77
<i>Вострякова Д.В., Капустин И.А., Мольков А.А., Даниличева О.А., Лецев Г.В., Ермаков С.А.</i> Натурные подспутниковые наблюдения пенных полосовых структур, связанных с обрушениями сильно нелинейных ветровых волн и особенностями течений в приповерхностных слоях воды .....	79
<i>Выбин С.С., Изотов И.В., Скалыга В.А.</i> Система экстракции ионов сферической формы .....	81
<i>Гладских Д.С., Мортиков Е.В., Степаненко В.М.</i> Численное моделирование термогидродинамических и биохимических процессов во внутренних водоемах .....	82
<i>Гнездовская Н.Е., Богацкая А.В., Попов А.М.</i> Учет кинетических особенностей плазмы в процессе генерации ТГц-импульсов двухцветными полями .....	83
<i>Голдобин Д.С., Клименко Л.С., Тюлькина И.В., Долматова А.В., Пиковский А.</i> Обобщение теории Отта – Антонсена: подход круговых кумулянтов .....	85
<i>Долматова А.В., Голдобин Д.С.</i> Эффект расхождения частот в ансамблях автоколебательных систем с отталкивающей связью при синхронизации общим шумом .....	87
<i>Голоколенов А.В., Савин Д.В.</i> Устройство фазового пространства слабодиссипативного осциллятора Ван дер Поля под внешним импульсным воздействием специального вида .....	89
<i>Григорьева Н.В., Рыскин Н.М.</i> Исследование синхронизации гиротрона внешним сигналом на основе модифицированной квазилинейной теории .....	91
<i>Гришин С.В., Дмитриев Б.С., Скороходов В.Н.</i> Экспериментальное наблюдение коротких уединенных импульсов в ЛБВ-подавителе, работающем в режиме срыва Компфнера .....	92
<i>Грищенко А.А., Сысоева М.В., Сысоев И.В., ван Рейн К.М.</i> Определение наилучшего лага для моделирования пик-волновых разрядов по экспериментальным данным крыс линии WAG/Rij .....	95
<i>Даниличева О.А., Ермаков С.А., Мольков А.А., Капустин И.А.</i> Исследование динамики «точечных» разливов в условиях ветрового волнения .....	97
<i>Дементьева С.О., Мареев Е.А.</i> Аналитические оценки и численное моделирование турбулентных эффектов в грозовой электризации .....	98
<i>Диденкулова Е.Г.</i> Особенности динамики осциллирующих волновых пакетов (бризеров) и уединенных волн (солитонов) в рамках модели мКДВ .....	99
<i>Дидов А.А., Улейский М.Ю., Будянский М.В.</i> Устойчивые и неустойчивые периодические орбиты и их бифуркации в нелинейной динамической системе с фиксированным точечным вихрем в периодическом потоке .....	101
<i>Дмитриев А.С., Мохсени Т.И., Сьерра-Теран К.М.</i> Беспроводная относительная передача информации с множественным доступом на основе хаотических радиоимпульсов .....	103
<i>Доброхотов В.А., Сергиевская И.А., Капустин И.А., Ермаков С.А., Вострякова Д.В.</i> Об особенностях рассеяния радиолокационного сигнала на обрушивающихся поверхностных волнах в присутствии поверхностно-активных пленок .....	105
<i>Долинина Д.А., Юлин А.В.</i> Спонтанное нарушение симметрии и возникновение гибридных состояний в активных оптических системах .....	107
<i>Дремов С.В., Качулин Д.И., Дьяченко А.И.</i> Исследование динамики одномерных встречных волн на глубокой воде в системе суперкомпактных уравнений .....	109
<i>Емелин Е.А., Мищенко М.А.</i> Исследование эффекта дрейфа в зрительной рабочей памяти в нейронной сети с кольцевой архитектурой .....	111
<i>Захаров Д.Г., Гуткин Б.С., Кузнецов А.С.</i> Динамические механизмы управления динамикой дофаминергических нейронов .....	113

<u>Земсков Р.С.</u> Оптические методы диагностики плазмы в лабораторной астрофизике .....	115
<u>Зиунова Е.В., Перепёлкина А.Ю.</u> Моделирование нелинейных волн модифицированным методом решёточных уравнений Больцмана .....	116
<u>Злобин Д.А., Клиньшов В.В.</u> Макроскопическое описание популяции связанных тета-нейронов .....	118
<u>Ингель Л.Х.</u> К нелинейной динамике турбулентных термиков .....	120
<u>Иудин Д.И.</u> Динамика многокомпонентных систем в стохастических полях .....	122
<u>Ишбулатов Ю.М., Киселев А.Р., Прохоров М.Д., Пономаренко В.И., Безручко Б.П., Гриднев В.И., Караваев А.С.</u> Выделение низкочастотных составляющих вариабельности сердечного ритма из сигнала электрокардиограммы .....	124
<u>Казаков А.О.</u> О слиянии странного аттрактора и странного репеллера, приводящем к смешанной динамике .....	126
<u>Калинин Н.А., Анашкина Е.А., Андрианов А.В.</u> Селективное возбуждение и когерентное распространение супермод в многосердцевинных активных волоконных световодах .....	127
<u>Караваев А.С., Ишбулатов Ю.М., Пономаренко В.И., Безручко Б.П., Киселев А.Р., Гриднев В.И., Прохоров М.Д.</u> Влияние хаотической динамики контуров симпатической регуляции кровообращения на нерегулярность сердечного ритма .....	129
<u>Качулин Д.И., Дремов С.В., Дьяченко А.И.</u> Статистика столкновений когерентных волновых структур на поверхности глубокой воды .....	131
<u>Алабужев А.А., Кашина М.А.</u> Параметрическая неустойчивость капли при круговых вибрациях .....	132
<u>Григорьева Е.В., Кащенко С.А.</u> Пространственно-временное представление динамики оптико-электронного осциллятора с запаздыванием .....	134
<u>Клиньшов В.В., Франович И.</u> Коллективные колебания в неоднородных популяциях активных элементов .....	136
<u>Ковалева Н.С., Мищенко М.А., Матросов В.В.</u> Исследование эффектов рабочей памяти сети с перекрывающимися связями .....	137
<u>Коваль О.А., Горбунов М.Е.</u> Функции Вигнера и Кирквуда в анализе радиозатемненных данных .....	138
<u>Корнеев И.А., Семенов В.В., Слепнёв А.В., Вадивасова Т.Е.</u> Особенности динамики и вынужденная синхронизация мемристивного осциллятора .....	140
<u>Корнилов М.В., Альбетъярова К.М., Сысоев И.В.</u> Имитационное моделирование схемы, демонстрирующей эпилептиформную активность головного мозга .....	142
<u>Котов А.В., Соловьев А.А., Первалов С.Е., Александров А.Г., Галактионов И.В.</u> Оптимизация волнового фронта в условиях нелинейных фазовых искажений и переменного спектрального состава лазерного импульса .....	143
<u>Кочаровская Е.Р.</u> Асимметричные монохроматические нелинейные состояния поля и поляризации активной среды в симметричном сверхизлучающем лазере .....	145
<u>Кочаровский Вл.В., Кочаровский В.В., Гарасёв М.А., Нечаев А.А., Степанов А.Н.</u> Распад сильного разрыва в плазме и структура бесстолкновительной электростатической ударной волны .....	146
<u>Кочетков А.А.</u> Использование нелинейного интерферометра для повышения контраста лазерного импульса .....	147
<u>Круглов В.П., Сатаев И.Р.</u> Соленоиды Смейла – Вильямса в автономной автоколебательной системе с комплексными переменными .....	148
<u>Крыгин М.С., Неруш Е.Н.</u> Применение метода GCFR для нахождения параметров лазерного импульса .....	150
<u>Крыгина Д.Д.</u> Исследование возможностей синхронизации работы двух электронных генераторов .....	151
<u>Селезнев Е.П., Станкевич Н.В., Крылосова Д.А.</u> Экспериментальное исследование осциллятора с управляемым внешним воздействием .....	153
<u>Кузнецов А.А., Гарасев М.А., Кочаровский Вл.В.</u> Нелинейная динамика вейбелевской неустойчивости в одномодовом режиме .....	156
<u>Кулыгин М.Л., Литовский И.А.</u> Метод субтерагерцовой диагностики полупроводников с помощью волноводного переключателя .....	157
<u>Кульминский Д.Д., Пономаренко В.И., Сысоев И.В., Прохоров М.Д.</u> Экспериментальная установка для исследования ансамблей радиотехнических генераторов со сложными связями .....	159
<u>Лазарева М.А., Коржиманов А.В.</u> Стационарная модель плоского релятивистского электронного вихря в холодной плазме .....	161

<i>Введенский Н.В., Костин В.А., Ларюшин И.Д.</i> Генерация терагерцового излучения с использованием двухцветных фемтосекундных ионизирующих импульсов с циркулярно- и линейно-поляризованными компонентами при различных отношениях частот .....	162
<i>Балакин А.А., Левин Д.С., Скобелев С.А.</i> Рамановская компрессия в плазме, создаваемой со стороны затравочного импульса.....	163
<i>Макаренко Н.Г.</i> Графодинамика магнитных полей активных областей Солнца.....	165
<i>Маковкин С.Ю., Гордлеева С.Ю., Иванченко М.В.</i> Синхронизация в моделях нейрон-глиальных сетей: влияние топологии и ингибиторных связей.....	167
<i>Марышев Б.С., Клименко Л.С.</i> Моделирование транспорта в пористой среде: течение через систему твердых препятствий.....	169
<i>Марышев Б.С., Голдобин Д.С., Клиньшов В.В., Франович И.</i> Описание влияния шума на бифуркации в системе активных ротаторов в рамках подхода круговых кумулянтов.....	171
<i>Медведева Т.М., Сысоева М.В., Люттйоханн А., Луйтелаар Ж., Сысоев И.В.</i> Динамическая мезомасштабная модель пик-волновых разрядов.....	172
<i>Мишин А.В.</i> Параметрическое взаимодействие и самосинхронизация мод в сверхизлучающем лазере .....	174
<i>Мохсени Т.И., Сьерра-Теран К.М.</i> Моделирование прямохаотической относительной схемы передачи данных в среде ADS .....	175
<i>Муравьев А.А., Башинов А.В., Сергеев А.М.</i> Динамика частиц в токовых слоях, генерируемых лазерным излучением сверхвысокой интенсивности.....	177
<i>Нечаев А.А.</i> Генерация магнитного поля при разлете лазерной плазмы с горячими электронами.....	178
<i>Оладышкин И.В., Фадеев Д.А., Шишкин Б.В., Юнин П.А., Миронов В.А.</i> Терагерцовый отклик и лазерная абляция металлов в фемтосекундном режиме .....	180
<i>Орлов А.В.</i> Размерные эффекты квазидвумерной турбулентности .....	182
<i>Ефимов В.Б., Орлова А.А.</i> Исследование особенностей формирования и распределения квантованных вихрей в длинном узком капилляре со сверхтекучим гелием .....	184
<i>Панфилова М.А., Шиков А.П., Караев В.Ю.</i> Определение дисперсии уклонов морской поверхности и детектирование ледяного покрова по данным дождевого радиолокатора .....	185
<i>Первалов С.Е., Бурдонов К.Ф., Голованов А.А., Котов А.В., Костюков И.Ю., Романовский Д.С., Стародубцев М.В., Соловьев А.А.</i> Экспериментальное исследование рассогласованного режима ускорения электронов в поле кильватерной плазменной волны .....	187
<i>Пермякова Э.В., Голдобин Д.С.</i> Метод экспоненциальных временных разностных схем для жестких систем с недиагональной линейной частью.....	189
<i>Петросян М.М., Рыжов А.И.</i> Получение изображений объектов при искусственном радиоосвещении .....	191
<i>Пластовец В.Д., Водозапов Д.Ю.</i> Численное моделирование основных и метастабильных состояний в мезоскопическом сверхпроводнике Фульде – Феррелла .....	193
<i>Плотникова А.Д., Москаленко О.И.</i> Общие закономерности установления обобщенной синхронизации в системах с запаздыванием при различных типах связи .....	195
<i>Плюснин В.В., Сотсков В.П., Торопова К.А., Ивашкина О.И., Анохин К.В.</i> Разработка подходов к долгосрочной регистрации кальциевых ответов идентифицированных нейронов .....	197
<i>Поплавский Е.И., Русаков Н.С., Ермакова О.С., Троицкая Ю.И., Сергеев Д.А., Баландина Г.Н.</i> О разработке геофизической модельной функции на основе совмещения спутниковых данных и данных GPS-зондов в ураганах .....	199
<i>Пушкарев Д.В., Ларькин А.С., Митина Е.В., Урюпина Д.С., Волков Р.В., Карпеев С.В., Хонина С.Н., Карабутов А.А., Косарева О.Г., Савельев А.Б.</i> Фемтосекундная филаментация пучков, сформированных с помощью дифракционных оптических элементов: динамика пространственной структуры и энерговыклада в среду.....	201
<i>Разумов Д.Д., Салин М.Б., Досаев А.С.</i> Численное моделирование рассеяния звука на поверхности моря и пузырьках с использованием метода граничных элементов .....	203
<i>Рожнова М.А., Панкратова Е.В., Стасенко С.В., Казанцев В.Б.</i> Влияние типа бистабильной динамики внеклеточного матрикса мозга на формирование паттерна нейронной активности.....	204
<i>Введенский Н.В., Романов А.А., Силаев А.А.</i> Детектирование широкополосного терагерцового и среднего инфракрасного излучения при ионизации газа оптическими лазерными импульсами.....	205

<i>Ростунцова А.А., Рыскин Н.М.</i> Анализ автомоделных процессов усиления и генерации импульсов в приборах черенковского типа.....	206
<i>Русаков Н.С., Поплавский Е.И., Ермакова О.С., Троицкая Ю.И., Сергеев Д.А., Баландина Г.Н.</i> Восстановление зависимости УЭПР от параметров пограничного слоя в ураганах на основе совмещения данных Sentinel-1 с данными радиометра SFMR.....	208
<i>Рыбалова Е.В., Бух А.В., Стрелкова Г.И., Анищенко В.С.</i> Спиральные и концентрические химеры в двумерной решетке нелокально-связанных отображений.....	210
<i>Рящиков Д.С., Молевич Н.Е., Завершинский Д.И.</i> Структура плоских ударных волн в изоэнтропически неустойчивой среде.....	212
<i>Самсонов А.С., Костюков И.Ю., Неруш Е.Н.</i> Исследование квантово-электродинамического каскада, возникающего при взаимодействии экстремально интенсивного лазерного излучения с твердотельной мишенью.....	214
<i>Самсонов К.Ю., Гумеров А.М., Кудрявцев Р.В., Екомасов Е.Г.</i> Динамика нелинейных волн уравнения синус-Гордона в модели с тремя притягивающими примесями.....	216
<i>Сафин А.Р., Калябин Д.В., Никитов С.А.</i> Условия конденсации магнонов в антиферромагнетиках при параметрической накачке.....	218
<i>Сафина О., Циронис Дж.</i> Управление ансамблем квантовых осцилляторов с помощью параметрической накачки нелинейного элемента.....	219
<i>Сафонов Д.А., Ванат В.К.</i> Импульсная ингибиторная связь с временной задержкой в реакционно-диффузионной системе.....	220
<i>Свечникова Е.К., Ильин Н.В., Мареев Е.А.</i> Метеорологические параметры приземных грозových увеличений потока энергичных частиц.....	221
<i>Селезнев Е.П., Кузнецов Н.В., Станкевич Н.В., Пономаренко В.И.</i> Мультистабильность и скрытые аттракторы цепи Чуа.....	223
<i>Семенов Д.М.</i> Адаптивная синхронизация гетерогенной сети Хиндмарша – Роуз.....	226
<i>Семенова Н.И., Захарова А.</i> Уединенные и химерные состояния в ансамбле систем Фитц-Хью – Нагумо, находящихся под шумовым воздействием.....	228
<i>Семин Н.Ю., Викторов М.Е.</i> Взаимодействие встречных сверхзвуковых потоков плазмы в магнитной арке.....	230
<i>Сергеев К.С., Четвериков А.П.</i> Диссипативные бризеры в цепочках осцилляторов с нелинейным трением.....	232
<i>Бодров С.Б., Корытин А.И., Сергеев Ю.А., Степанов А.Н.</i> Генерация второй гармоники оптического излучения из кристаллов типа цинковой обманки при одновременном воздействии оптического и ТГц-полей.....	234
<i>Сибгатуллин И.Н., Ерманюк Е.В., Boury S., Dauxois T.</i> Трехмерные волновые аттракторы в стратифицированных и вращающихся системах.....	235
<i>Сладков А., Смет Р., Коржиманов А.</i> Трёхмерное численное моделирование явления магнитного пересоединения в лазерно-плазменном эксперименте.....	236
<i>Рамазанов И.Р., Слепнев А.В.</i> Вынужденная и взаимная синхронизация генераторов Ван дер Поля – Матье.....	237
<i>Слюняев А.В.</i> Применение МОЗР для анализа и прогноза экстремальных морских волн.....	238
<i>Слюсарева А.Д., Рябикин М.Ю.</i> Ионизационные процессы в газах: роль асимптотики атомарного потенциала.....	240
<i>Смолина Е.О., Смирнов Л.А., Смирнова Д.А.</i> Распространение нелинейных волновых импульсов вдоль топологических доменных стенок.....	242
<i>Сорокин А.А., Анашкина Е.А.</i> Моделирование диссипативных солитонов в сферических микрорезонаторах на основе низкотемпературных стёкол.....	244
<i>Сотсков В.П., Плюснин В.В., Константинов Д.В., Тяглик А.Б., Анохин К.В.</i> Формирование когнитивных карт в гиппокампе мышей при обследовании нового контекста.....	246
<i>Сысоев А.А., Иудин Д.И.</i> Формирование пространственных стемов на периферии стримерной короны отрицательного лидера.....	247
<i>Сысоев И.В., Сысоева М.В., Корнилов М.В., Медведева Т.М., Сулейманова Е.М., Виноградова Л.В.</i> Архитектура связей в мозге при лимбической эпилепсии: моделирование сложными иерархически организованными сетями осцилляторов.....	249

<u>Сысоева М.В., Корнилов М.В., Медведева Т.М., Сулейманова Е.М., Виноградова Л.В., Сысоев И.В.</u> Архитектура связей в мозге при лимбической эпилепсии: реконструкция по временным рядам локальных потенциалов .....	251
<u>Тарасов С.В.</u> Матричный перманент в квантовой статистической физике многочастичных систем.....	253
<u>Тарасова Т.В., Слюняев А.В.</u> Взаимодействие солитонов: вероятностные аспекты .....	255
<u>Торопова К.А., Ивашкина О.И., Иванова А.А., Коновалова Е.В., Анохин К.В.</u> Влияние травматического опыта на поведение, экспрессию c-fos и функциональные связи в сети состояния покоя мозга мыши .....	257
<u>Тюлькина И.В., Голдобин Д.С., Пиковский А.</u> Инерция в системе Абрамса с внутренним шумом .....	258
<u>Улейский М.Ю., Будянский М.В., Пранц С.В.</u> Лагранжев анализ транспорта субарктических вод через субполярный фронт в Японском море.....	260
<u>Фролов Д.А.</u> Моделирование бигармонического автогенератора в среде MicroCap .....	262
<u>Хабин М.Р., Марышев Б.С., Клименко Л.С.</u> Моделирование транспорта в пористой среде: от течения через систему препятствий к макроскопической модели .....	263
<u>Хайрулин И.Р., Антонов В.А., Кочаровская О.А.</u> Взаимное усиление гармоник высокого порядка в активной среде плазменного рентгеновского лазера, модулированной интенсивным оптическим полем .....	264
<u>Хорькин Д.С., Болотов М.И., Смирнов Л.А., Осипов Г.В.</u> Вращательные состояния с потерей симметрии в цепочке связанных маятников .....	266
<u>Губанов В.А., Фильченков И.О., Хутиева А.Б., Одинцов С.А., Шешукова С.Е., Садовников А.В.</u> Нелинейный спин-волновой транспорт в системе ортогональных магнетонных структур с вертикальной связью .....	268
<u>Хутиева А.Б., Садовников А.В., Бегинин Е.Н.</u> Спиновый транспорт в двумерной решётке магнитных микроволноводов .....	270
<u>Губанов В.А., Хутиева А.Б., Шаповал Р.М., Фильченков И.О., Бегинин Е.Н., Шешукова С.Е., Садовников А.В.</u> Параметрический локализованный распад поверхностных магнитостатических волн в градиентном ЖИГ-микроволноводе с линейно изменяющейся шириной .....	271
<u>Циберкин К.Б.</u> Температурные волны в конвективном факеле на границе раздела жидкости и пористой среды .....	273
<u>Цыбина Ю.А., Гордлеева С.Ю., Кривоносов М.И., Иванченко М.В., Заикин А.А.</u> Ассоциативная память в модели нейрон-астроцитарной сети.....	275
<u>Чаусов Д.Н., Чаусова О.В.</u> Вымывание летучих аэрозольных частиц испаряющимися каплями при числах Рейнольдса и Пекле, много меньше единицы .....	277
<u>Чекмарев Н.В., Мансфельд Д.А., Викторов М.Е., Водопьянов А.В., Николаев А.Г., Юшков Г.Ю.</u> Взаимодействие потока плазмы с магнитными полями арочной конфигурации .....	279
<u>Шепелев И.А., Корзникова Е.В., Дмитриев С.В.</u> Индуцирование воидионов при распространении М-краудионов .....	281
<u>Шепелев И.А., Вадивасова Т.Е.</u> Механизм формирования спирально-волновых и двухъямных химер в ансамбле нелокально-связанных бистабильных осцилляторов Фитц-Хью – Нагумо.....	282
<u>Ярунова Е.А., Кренц А.А., Молевич Н.Е.</u> Стабилизирующий эффект оптической инжекции в широкоапертурных лазерах с модуляцией накачки .....	284

# **АННОТАЦИИ ЛЕКЦИЙ**

# QUANTUM UNCERTAINTY OF LIGHT FIELDS AND ENERGY QUANTIZATION – HOW COMES LIGHT IS BEST DESCRIBED BY OPERATORS AND WHAT DOES THIS MEAN?

*G. Leuchs*

Max Planck Institute for the Science of Light, Germany  
Institute of Applied Physics of the Russian Academy of Sciences, Russia  
University of Erlangen-Nürnberg, Germany  
University of Otago, Dunedin, New Zealand

Classical electromagnetism describes the vast majority of experimental observations made on light in a very satisfactory manner. However, some observations reveal very peculiar phenomena, which cannot be described in this classical way. We start by reviewing these observations and then use them as a starting point in order to motivate and derive the modern quantum description of light. In particular, we will find that Maxwell's equations combined with the experimental observation that the light field is always uncertain, inevitably leads to the introduction of field operators, i.e. the creation and annihilation operators, and the quantization of energy. Field uncertainty and energy quantization are two sides of the same coin. Consequently, there are two complementary ways to describe the quantum light field: (1) the field quadratures and their distribution in phase space, and (2) the energy levels and the corresponding eigen functions. The first way is called the continuous variable description and the second way the discrete variable description. Any quantum light field can be described in either way, but often in a given specific case one way is more efficient and appropriate than the other one. Examples will be discussed.

## EARTH'S ELECTROMAGNETIC ENVIRONMENT: FORMATION, VARIABILITY, IMPACT ON THE BIOSPHERE

*C. Price*

Tel Aviv University, Israel

The Earth's electromagnetic environment is made up of natural and man-made signals. In my talk I will focus primarily on the direct and alternating current (DC and AC) electromagnetic environment in the extremely low frequencies (ELF) range that are modulated primarily by lightning and thunderstorm activity around the globe. Monitoring these fields can supply us important information about our electrical environment, and its variability. In recent years we are also understanding the link between this electromagnetic environment and biological systems.

## ВОЛОКОННЫЕ ЛАЗЕРЫ С КОГЕРЕНТНЫМ СУММИРОВАНИЕМ ПУЧКОВ

*А.В. Андрианов*

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

Многоканальные лазерные системы с когерентным суммированием пучков излучения привлекают большое внимание с точки зрения многократного увеличения мощности и энергии лазерного излучения. Особенную актуальность проблема увеличения мощности излучения приобретает для фемтосекундных и волоконных лазерных систем, где определяющую роль играют нелинейные эффекты и оптический пробой. Чтобы обойти эти ограничения, широко обсуждаются и исследуются идеи построения системы на основе многоканального усилителя, выходные пучки которого далее когерентно суммируются. В лекции будет дан обзор современного состояния проблемы когерентного суммирования пучков, при этом основное внимание будет уделено волоконным системам ультракоротких импульсов.



Для создания лазерной системы с когерентным суммированием необходимо решение как минимум двух задач: 1) разработка эффективной оптической схемы, позволяющей получить из нескольких пучков оптического излучения один пучок с высоким качеством, 2) разработка схемы стабилизации относительной фазы суммируемых пучков. В случае лазерных систем ультракоротких импульсов к этому добавляется задача выравнивания и стабилизации времени прихода импульсов. В лекции будут обсуждены основные оптические схемы суммирования нескольких пучков в один, а также методы стабилизации фазы и групповых задержек, проанализированы их достоинства и недостатки. Будут представлены новые результаты, полученные в ИПФ РАН в области разработки многоканальных лазерных систем, включая системы на основе многосердцевидных оптических волокон, а также в области разработки оптических схем для высокоэффективного когерентного суммирования пучков.

## **НЕЙРОННЫЕ ГИПЕРСЕТИ: ФАКТЫ И ТЕОРИИ ОБ УСТРОЙСТВЕ И ДИНАМИКЕ ВЫСШИХ ФУНКЦИЙ МОЗГА**

*К.В. Анохин*

Институт перспективных исследований мозга,  
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

Нейронаука последних лет свидетельствует о том, что мозг представляет собой переплетение огромного числа распределенных нейронных сетей, динамические взаимодействия внутри и между которыми и составляют суть его функций. До последнего времени в науке о мозге не существовало ни адекватных методов исследования работы этих сложнейших нейронных систем, ни теоретического аппарата для их описания. Эта ситуация меняется в последнее время. Я рассмотрю две области, представляющие наибольшую перспективу.

1. Нейрофотоника и оптогенетика. Физика является сегодня ключевым источником методов, продвигающих изучение функций мозга. Я остановлюсь лишь на наиболее перспективном направлении, использующем достижения лазерной физики и фотоники. Свет обладает выдающимися преимуществами для проникновения в механизмы работы мозга: он неинвазивен, не нарушает обычных нейронных функций, обеспечивает высокое пространственное разрешение, возможность фокусировки на разных типах и группах нужных клеток и мультиплексность за счет использования разных длин волн для контроля разных функций. Я покажу, как эти свойства света в комбинации с инструментами молекулярной биологии позволяют динамически визуализировать и оптически контролировать высшие функции мозга.

2. Нейронные сети и гиперсети. Любой мозг может быть описан как нейронная сеть. Распространение подходов теории графов и статистической механики на мозг, получившее название коннектомики, занимается расшифровкой принципов эволюции, устройства и нарушений работы различных нервных сетей. В лекции я пойду дальше и буду утверждать, что а) любой разум так же формализуем, как сеть, б) эта когнитивная сеть устроена как нейронная гиперсеть – сеть, в которой вершинами выступают сети из функционально связанных нейронов. Главным здесь является то, что эта нейронная гиперсеть представляет собой и органическую и математическую структуру и может быть исследована с помощью методов экспериментальной и теоретической физики.

Работа поддержана проектом РФФИ КОМФИ 17-00-00215.

## ДИНАМИЧЕСКИ СОГЛАСОВАННАЯ ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ МЕЗОМАСШТАБНЫХ ВИХРЕЙ

*П.С. Берлов*

Imperial College London, Великобритания

This work aims at developing new approach for parameterizing mesoscale eddy effects for use in non-eddy-resolving ocean circulation models. The idea is to approximate transient eddy flux divergence in a simple way, to find its actual dynamical footprints, and to relate these footprints to large-scale flow properties. This work aims at developing new approach for parameterizing mesoscale eddy effects for use in non-eddy-resolving ocean circulation models. These effects are often modelled as some diffusion process or a stochastic forcing, and the proposed approach is implicitly related to the latter category. The idea is to approximate transient eddy flux divergence in a simple way, to find its actual dynamical footprints by solving a simplified but dynamically relevant problem, and to relate the ensemble of footprints to the large-scale flow properties.

## ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ ФИЗИКА И АСТРОНОМИЯ. ПОЧЕМУ ВСЁ БОЛЬШЕ АСТРОФИЗИКОВ ПОЛУЧАЮТ НОБЕЛЕВСКИЕ ПРЕМИИ ПО ФИЗИКЕ

*С.И. Блинников*

НИЦ «Курчатовский институт», Москва

Институт теоретической и экспериментальной физики им. А.И. Алиханова, Москва

Начиная с 1936, когда V.F. Hess получил Нобелевскую премию за открытие космических лучей, иногда эти премии присуждались за открытия, сделанные физиками в космосе. В последние десятилетия таких премий становится всё больше. Они присуждались по таким темам:

- Теория ядерных реакций как источников энергии звёзд.
- Радиоастрономия, открытие пульсаров.
- Открытие микроволнового реликтового излучения (Cosmic Microwave Background).
- Строение и эволюция звёзд и образование химических элементов во Вселенной.
- Открытие нового типа пульсаров, давшее новые возможности в изучении гравитации.
- Обнаружение космических нейтрино и источников рентгеновского излучения.
- Анизотропия реликтового излучения.
- Ускорение расширения Вселенной.
- Детектирование гравитационных волн, слияние чёрных дыр.
- Космология, экзопланеты.

Таким образом, в последние годы их получают и классические астрономы.

В лекции будет рассказано о влиянии этих открытий на прогресс фундаментальной физики. Особенно будет выделена роль сверхновых звёзд – от генерации космических лучей до рождения пульсаров, открытия тёмной энергии и источников гравитационных волн.

Работа поддержана проектом РФФИ-JSPS 19-52-50014.

## КОЛЛЕКТИВНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ХОЛОДНЫХ НЕПРЯМЫХ ЭКСИТОНАХ

*Л.В. Бутоев*

University of California, Окленд, США

Непрямой экситон представляет собой связанное состояние электрона и дырки в пространственно разделённых слоях. Непрямые экситоны могут охлаждаться до температур ниже температуры квантового вырождения. В докладе будут представлены измерения спонтанной когерентности и кон-

денсации Бозе – Эйнштейна непрямым экситонам, а также явления, наблюдаемые в конденсате, включающие волну экситонной плотности, спиновые текстуры, фазу Панчаратнама – Берри, когерентный спиновый транспорт экситонов и интерференционные дислокации.

## **НЕЛИНЕЙНЫЕ ПРОЦЕССЫ В КОСМИЧЕСКИХ УСКОРИТЕЛЯХ ЧАСТИЦ**

*А.М. Быков*

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург

Наблюдения за космическими объектами с экстремальным выделением энергии, такими как коллапс массивных звезд, указывают на конверсию значительной доли энергии коллапсара в нетепловое излучение в широком интервале частот. Это предполагает наличие эффективных механизмов ускорения заряженных релятивистских частиц. Бесстолкновительные ударные волны (УВ) являются одним из вероятных ускорителей частиц в таких объектах. Ускорение частиц до релятивистских энергий в окрестности бесстолкновительной ударной волны может происходить по механизму ускорения Ферми I порядка, предполагающего многократное пересечения частицами фронта волны вследствие их рассеяния на флуктуациях магнитного поля. В свою очередь, анизотропия функции распределения ускоренных частиц вблизи фронта УВ приводит к развитию плазменных неустойчивостей и усилению турбулентных магнитных полей. Градиент давления ускоренных частиц модифицирует течение плазмы перед фронтом и характеристики УВ. Таким образом, задача ускорения частиц и неадиабатического усиления магнитных полей сильными бесстолкновительными УВ является сильно нелинейной. Мы обсудим физические механизмы ускорения частиц ударными волнами и их наблюдательные проявления в астрофизике высоких энергий.

## **САМОЗАХВАТ МОЩНЫХ ЛАЗЕРНЫХ ИМПУЛЬСОВ И ЯДЕРНАЯ ФОТОНИКА**

*В.Ю. Быченко*

Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Москва

Релятивистски-нелинейный отклик плазмы на мощные электромагнитные (лазерные) импульсы обеспечивает большое своеобразие их режимов распространения. Среди них уникальными свойствами и возможным применением обладает режим распространяющегося пространственного солитона, так называемый режим релятивистского самозахвата лазерного света. При этом лазерный солитон способен устойчиво проходить расстояние во многие рэлеевские длины даже в плотной плазме, электронная плотность которой составляет доли критической плотности, и работать как микроускоритель самоинжектирующихся электронов. Такой солитон в виде ионной каверны с эвакуированным давлением света электронами способен ускорять большое число электронов (мультипанокулон) до энергий в сотни мегаэлектронвольт, что привлекательно для создания лазерных источников радиации различного типа. В лекции обсуждается физика релятивистского самозахвата лазерного света, ускорения электронов, усиленное бетатронное излучение и получение ядерных продуктов из вторичной мишени.

Работа поддержана проектом РФФИ 18-02-00452-а.

## **ТРЕХМЕРНЫЕ ТЕЧЕНИЯ НЬЮТОНОВСКИХ И ВЯЗКОПЛАСТИЧНЫХ ЖИДКОСТЕЙ СО СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ**

*Ю.В. Василевский*

Институт вычислительной математики им. Г.И. Марчука РАН, Москва

В лекции рассматриваются вопросы моделирования трехмерных течений ньютоновских и вязкопластичных жидкостей со свободной поверхностью. основополагающим принципом моделирования являются минимальные предположения об особенностях жидкости и течения, поэтому модель основана на уравнениях Навье – Стокса и уравнении переноса функции уровня для отслеживания эволюции свободной поверхности. Высокое разрешение свободной поверхности обеспечивается за счет использования динамических адаптивных сеток типа восьмеричное дерево. Численные примеры иллюстрируют решение различных задач – от осцилляции эллиптической капли до расчета штормовой нагрузки на морские сооружения и модели схода селея.

Публикации и примеры доступны по адресу <http://dodo.inm.ras.ru/research/freesurface>

Работа поддержана проектом РФФИ 17-01-00886 «Параллельные технологии и перспективные численные методы для биомедицинских и геофизических приложений».

## **ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ШРЁДИНГЕРА И СОЛИТОННЫЙ ГАЗ ВЫСОКОЙ ПЛОТНОСТИ**

*А.А. Гелаш*

Институт автоматики и электрометрии СО РАН, Новосибирск

Статистическая теория случайных волновых полей служит фундаментом многих областей физических исследований: от океанологии и радиофизики до фотоники и физики плазмы. Линейная теория случайных волн, основанная на преобразовании Фурье и теории вероятности, хорошо известна и широко применяется. Нелинейный отклик среды на распространение в ней волн приводит к возникновению целого спектра интересных явлений и в то же время может представлять серьезные трудности для практических приложений. Слабую нелинейность можно рассмотреть как возмущение, что является центральной идеей теории волновой турбулентности. В настоящее время фундаментальный и практический интерес к когерентным нелинейным эффектам стимулирует изучение статистики сильно нелинейных волновых полей. В большинстве случаев подобные задачи решаются численно, однако существует широкий класс нелинейных эволюционных уравнений в частных производных, которые могут быть полностью проинтегрированы с помощью метода обратной задачи рассеяния (МОЗР). К числу интегрируемых уравнений относятся такие важнейшие модели нелинейной физики, как уравнение Кортевега – де Фриза и нелинейное уравнение Шрёдингера (НУШ). Статистическое описание волновых полей в интегрируемых системах является новым направлением исследований, известным под общим названием – теория интегрируемой турбулентности. Для полноценного применения МОЗР к данной проблеме требуется уметь решать прямую и обратную задачу рассеяния для волновых полей высокой сложности. В лекции будет рассказано о новых численных подходах, которые позволили впервые решить прямую и обратную задачу рассеяния НУШ для волновых полей, содержащих статистически большое число нелинейных когерентных волновых структур – солитонов и бризеров. Будет дан краткий обзор точных мультисолитонных и мультибризерных решений НУШ, содержащий как классическую часть, так и описание новых результатов. В качестве одного из ярких примеров применения новых подходов будет представлена модель солитонного газа высокой плотности для статистически стационарного состояния нелинейной стадии модуляционной неустойчивости.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 18-02-00042 и 19-31-60028).

## **ГЕНЕРАЦИЯ И УСИЛЕНИЕ МОЩНЫХ УЛЬТРАКОРОТКИХ МИКРОВОЛНОВЫХ ИМПУЛЬСОВ: АВТОМОДЕЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ, СОЛИТОНЫ, ВОЛНЫ-«УБИЙЦЫ»**

*Н.С. Гинзбург<sup>1</sup>, И.В. Зотова<sup>1</sup>, Н.М. Рыскин<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

<sup>2</sup>Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН

Дается обзор методов генерации, усиления, а также нелинейной трансформации ультракоротких микроволновых импульсов большой мощности. Проводится сопоставление с аналогичными методами, используемыми в лазерной физике, включая эффект сверхизлучения и усиление ультракоротких импульсов света с их одновременной компрессией в активных (инвертированных) средах, а также эффекты самоиндуцированной прозрачности в пассивных (неинвертированных) средах. Построены автомодельные и солитоноподобные решения, описывающие указанные процессы при взаимодействии излучения с квазистационарными электронными потоками. Обсуждается возможность генерации в гиротронах с большой надкритичностью хаотических последовательностей мощных импульсов, которые могут быть интерпретированы как аналоги волн-«убийц», исследованных ранее в гидродинамических и в оптических системах.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИПФ РАН (проект 0035-2019-0001).

## **НЕЛИНЕЙНЫЙ КЛАССИЧЕСКИЙ И КВАНТОВЫЙ ТРАНСПОРТ ЭКСИТОНОВ В ДВУМЕРНЫХ КРИСТАЛЛАХ**

*М.М. Глазов*

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург

Экситоны – электрон-дырочные пары в полупроводниках, связанные кулоновским взаимодействием, электрически нейтральны, но их распространение в кристалле может быть исследовано оптическими методами. Недавние экспериментальные исследования транспорта экситонов в двумерных полупроводниках на основе дихалькогенидов переходных металлов сделали актуальным вопрос о теории линейных и нелинейных транспортных явлений в экситонных системах. В лекции обсуждается нелинейная диффузия экситонов, а также влияние «фононного ветра» на распространение экситонов в атомарно-тонких кристаллах. Описано возникновение экситонного гало, наблюдаемого в экспериментах, а также немонотонная зависимость коэффициента диффузии от концентрации экситонов. Также обсуждается эффект слабой локализации экситонов.

## **ТРИ ТИПА ДИНАМИЧЕСКОГО ХАОСА**

*С.В. Гонченко*

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

Когда говорят о динамическом хаосе, обычно имеют в виду один из двух весьма разных типов динамики. В гамильтоновых системах наблюдается консервативный хаос, выглядящий в фазовом пространстве как «хаотическое море» с эллиптическими островами внутри него. Хаос в диссипативных системах имеет совсем другую природу, и он ассоциируется со странными аттракторами. Цель этой лекции – привлечь внимание к еще одному, третьему, типу хаоса, так называемой смешанной динамике. Этот тип хаоса характеризуется прежде всего принципиальной неотделимостью друг от друга в фазовом пространстве аттракторов, репеллеров и консервативных элементов динамики (например, эллиптических точек, КАМ-кривых и т. п.).

Тот факт, что в случае смешанной динамики аттракторы могут пересекаться с репеллерами, кажется, на первый взгляд, весьма странным и противоречащим здравому смыслу. В недавней работе с

Д. Тураевым [1] мы сделали некоторую попытку разрешить это противоречие путем модификации понятия аттрактора, оставив за ним свойство «быть замкнутым инвариантным устойчивым множеством», но позволив ему пересекаться с репеллером по инвариантному множеству, так называемому обратимому ядру, которое ничего не притягивает и ничего не отталкивает.

Нужно отметить, что смешанная динамика часто наблюдается в приложениях, например в неголономных моделях движения твердого тела и в цепочках осцилляторов [2, 3]. Соответствующие примеры также будут рассмотрены в лекции.

Недавно на тему смешанной динамики был подготовлен обзор [4], который, в отличие от [1], содержит «меньше математики» и поэтому будет весьма полезен для ознакомления с этой тематикой специалистам из разных областей науки.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 19-01-00607).

1. Гонченко С.В., Тураев Д.В. О трех типах динамики и понятии аттрактора // Труды МИАН. 2017. Т. 297. С. 133–157.

2. Gonchenko A.S., Gonchenko S.V., Kazakov A.O. Richness of chaotic dynamics in nonholonomic models of a Celtic stone // Regular and Chaotic Dynamics. 2013. V. 18. P. 521–538.

3. On the phenomenon of mixed dynamics in Pikovsky-Topaj system of coupled rotators / A.S. Gonchenko, S.V. Gonchenko, A.O. Kazakov, D.V. Turaev // Physica D. 2017. V. 350. P. 45–57.

4. Гонченко С.В., Гонченко А.С., Казаков А.О. Три типа аттракторов и смешанная динамика неголономных моделей твердого тела // Труды МИАН. 2020. Т. 308.

## **РАННЯЯ ИНФЛЯЦИЯ И РАЗОГРЕВ ВСЕЛЕННОЙ**

Д.С. Горбунов

Институт ядерных исследований РАН, Москва  
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

Современная Вселенная – большая, горячая, изотропная, однородная на больших, но сильно неоднородная на малых пространственных масштабах. Как такое получилось, достоверно неизвестно. Но есть реалистичная гипотеза: всему виной инфляция. Это почти экспоненциальное расширение Вселенной, делающее её однородной. Источник такой динамики – гипотетическое поле инфлатона. Его же квантовые флуктуации создают мелкомасштабные неоднородности – зародыши современных галактик и их скоплений. Оно же после инфляции создаёт частицы, делая Вселенную горячей. Интересно, что таким полем может быть поле хиггсовского бозона.

## **АКУСТИЧЕСКАЯ ТУРБУЛЕНТНОСТЬ. ЛОКАЛЬНАЯ И СТАТИСТИЧЕСКАЯ АВТОМОДЕЛЬНОСТЬ**

С.Н. Гурбатов

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

Рассматривается эволюция нелинейных волн и структур в средах без дисперсии. Базовыми уравнениями для описания этих волн являются уравнение Римана, одномерное и векторное уравнения Бюргерса, уравнение KPZ (Kardar, Paris, Zhang). Эти уравнения описывают распространение интенсивных акустических волн, рост поверхности пламени или волнового фронта оптической волны, кинематические волны. Векторное уравнение Бюргерса является модельным для описания нелинейной стадии гравитационной неустойчивости и формирования крупномасштабной структуры Вселенной в так называемой модели слипания (adhesion model). При случайных начальных условиях нелинейную эволюцию одномерного поля принято называть акустической турбулентностью или потенциальной турбулентностью в трехмерном случае. Характерным для эволюции такой турбулентности является возникновение локальной и статистической автомодельности. В одномерном случае первоначально непрерывное поле трансформируется в последовательность разрывов с универсальным поведением

поля между разрывами. В многомерном случае возникает ячеистая структура, причем в каждой из ячеек на больших временах поле скорости имеет универсальную автомодельную структуру. Вследствие многократного слияния ячеек и статистические свойства турбулентности становятся автомодельными. При отсутствии дальних корреляций начального поля поведение турбулентности на больших временах определяется хвостами функции распределения начального потенциала. При этом в зависимости от вида начального распределения потенциала реализуются три универсальных автомодельных режима затухания турбулентности. В трехмерной турбулентности Бюргерса, как и в одномерном случае, возможно нарушение глобальной статистической автомодельности: в области малых волновых чисел спектр сохраняется, но эволюция большей части спектра носит универсальный характер и определяется интегральными характеристиками начального спектра.

Приведены результаты лабораторных экспериментов по распространению интенсивного акустического шума и возникновению автомодельного режима эволюции спектра.

Работа поддержана грантом РФФИ 19-12-00256.

## **ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ МЕХАНИЗМЫ АКТИВАЦИИ ВНУТРИСОСУДИСТОГО ТРОМБООБРАЗОВАНИЯ**

*Г.Т. Гурия*

Московский физико-технический институт  
Национальный медицинский исследовательский центр гематологии Минздрава России, Москва

Будут представлены результаты лабораторных экспериментов с кровью и рассказано о математических моделях, используемых при вычислениях вероятностей тромбообразования в разветвлённых сосудистых сетях. В том числе в сетях сосудов, обладающих антропоморфными чертами, полученными по данным МРТ и КТ. В лекции планируется затронуть вопросы о возможной прогностической ценности персонализированных оценок, выполняемых по развитой методике.

## **ДИНАМИКА ВЕЧНОЙ МЕРЗЛОТЫ И ЕЕ ВЗАИМОСВЯЗЬ С КЛИМАТОМ**

*Е.В. Ежова*

University of Helsinki, Хельсинки, Финляндия

Динамика вечной мерзлоты является актуальным вопросом в связи с потеплением климата. Особый интерес представляет обратная связь между атмосферой и состоянием мерзлоты, обусловленная значительными запасами углерода в почве в зоне многолетнемерзлых пород (ММП). С ростом температуры воздуха увеличивается мощность сезонно-талого слоя, при этом запасы углерода становятся доступны для микробной деятельности. В результате образуются парниковые газы (метан и диоксид углерода), которые поступают в атмосферу при таянии мерзлоты. Это обуславливает дальнейший рост температуры воздуха, приводящий к возникновению положительной обратной связи.

В настоящей обзорной лекции будут рассмотрены следующие вопросы:

1. Что такое температура ММП, как она характеризует состояние ММП. Основные факторы, влияющие на тепловое состояние ММП.
2. Инвентаризация запасов углерода в почве в зоне ММП.
3. Скорость и объем выбросов парниковых газов.
4. Моделирование климата с учетом углеродно-обусловленной обратной связи.

## СОУДАРЕНИЕ ТЕЛ СО СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ ЖИДКОСТИ И ДНОМ

*Е.В. Ерманюк*

Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск  
Новосибирский государственный университет

Исследование задачи о проникновении тела из газовой среды в жидкую через свободную поверхность, а также задачи о соударении тела, движущегося в жидкой среде, с твердой границей приводит к ряду результатов, противоречащих интуитивным представлениям. Например, в задаче о начальном этапе соударения падающей капли жидкости со свободной поверхностью в чрезвычайно широком диапазоне параметров применима модель, в которой не учитывается поверхностное натяжение и ключевыми параметрами являются динамическая вязкость воздуха, плотность жидкости и радиус кривизны нижней поверхности капли. Другим известным парадоксом является теоретический результат, утверждающий, что контакт между падающей твердой сферой, окруженной ньютоновской жидкостью, и плоским дном за конечное время невозможен. Эксперимент, проведенный с падающим на дно сосуда стальным шариком в вязкой (например, мед) и маловязкой (например, вода) среде, показывает существенное различие между этими двумя случаями, являющимися с формальной точки зрения эквивалентными. Интенсивные экспериментальные исследования данного круга задач, проведенные методами скоростной видеосъемки в течение последних двух десятилетий, продемонстрировали чрезвычайно разнообразие наблюдаемых явлений и режимов течения, связанных с тонкими эффектами смачиваемости, капиллярности, шероховатости, термодинамики тонкого слоя сжимаемого газа и т. д. и т. п. Описание этих эффектов требует развития новых теоретических и численных подходов, пригодных в соответствующих областях исходной сложной, многопараметрической задачи.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ 18-02-00839-а.

## ОЦЕНИВАНИЕ СВОЙСТВ «МЯГКИХ ДЕФЕКТОВ» ПО НЕЛИНЕЙНОСТИ СВЯЗИ «НАПРЯЖЕНИЕ – ДЕФОРМАЦИЯ»: ОТ ПРИМЕНЕНИЯ В СЕЙСМИКЕ ДО ЭЛАСТОБИОПСИИ В МЕДИЦИНЕ

*В.Ю. Зайцев*

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

Исследование микроструктурных особенностей среды по наблюдениям за их косвенными макроскопическими проявлениями является общим подходом для широкого круга различных приложений. Например, в сейсмо-геофизике одной из таких часто исследуемых особенностей горных пород является наличие трещин, которые могут играть существенную роль для процессов фильтрации. При этом вклад трещиноватости в общую пористость обычно мал, в связи с чем ее непосредственное измерение затруднительно. В то же время наличие даже небольшой объемной концентрации трещин может значительно влиять на упругие модули среды. При этом тонкие трещины являются очень «мягкими», так что давление на среду может значительно менять их концентрацию, постепенно закрывая их и «выключая» их вклад в снижение упругих модулей. Иначе говоря, для трещиноватых сред характерна выраженная нелинейность связи напряжение – деформация. Наблюдение за изменениями упругих свойств в зависимости от прилагаемого давления и сопоставление с предсказаниями моделей (часто называемое инверсией) является традиционным методом исследования свойств трещиноватости горных пород, по крайней мере, в течение последних 50–60 лет. При этом ряд используемых представлений является общепринятым практически классическим. В докладе показывается, что ряд таких, казалось бы, общепринятых представлений на самом деле демонстрирует внутреннюю противоречивость и, как минимум, требует значительных корректив. Будут продемонстрированы соответствующие примеры и пояснены некоторые альтернативные формы процедуры инверсии.

В другой области – биомеханике – также десятки лет развиваются модели нелинейно-упругих свойств биотканей, но, как правило, без привязки к структурным особенностям, феноменологическим введением нелинейных поправок в уравнение состояния ткани. В связи с бурным развитием за последние годы различных методов эластографии (в том числе на основе оптической когерентной томо-



графии) произошел переход от лабораторных измерений свойств биотканей на установках, подобных используемым в материаловедении, к эластографическим измерениям, выполнимым даже *in vivo*. Для интерпретации результатов эластографического обследования оказался весьма эффективным перенос используемых в геофизике подходов в биомеханику. В докладе будут приведены примеры новых диагностических возможностей в биомедицине, открываемые такими новыми технологиями в комбинации с нетрадиционными для биомеханики модельными представлениями.

## МЕТОДЫ ВАРИАЦИОННОЙ АССИМИЛЯЦИИ ДАННЫХ В МОДЕЛЯХ ГЕОФИЗИЧЕСКОЙ ГИДРОДИНАМИКИ

*В.Б. Залесный*

Институт вычислительной математики им. Г.И. Марчука РАН, Москва

Рассматриваются прямые и обратные задачи геофизической гидродинамики, связанные с прогнозом, апостериорным анализом и вариационной ассимиляцией данных наблюдений. Основное внимание уделяется алгоритмам численного решения задач с неполной информацией (о начальном условии и правой части).

Наряду с классическими алгоритмами излагается подход к постановке и решению данных задач, развитый в работах Г.И. Марчука и его научной школы. Подход основан на сочетании методов расщепления и сопряженных уравнений. Его использование приводит к построению гибких, иерархически развиваемых моделей сложных систем, обладающих модульной структурой и эффективной реализацией. Основным «циклом» является расщепление сложной нелинейной системы уравнений по физическим процессам на ряд энергетически сбалансированных подсистем. Каждая отдельная подсистема может повторно расщепляться на подсистемы более простой структуры.

Методология может эффективно использоваться для решения как прогностических, так и задач 4-мерной вариационной (4D VAR) ассимиляции данных наблюдений. В этом случае каждой отдельной подсистеме ставится в соответствие ее сопряженный аналог, который решается в обратном времени. Сопряженная модель определяется набором расщепленных сопряженных подсистем. Общая 4D-VAR-модель описывается системой оптимальности, состоящей из соответствующих прямых и сопряженных подсистем.

Методология иллюстрируется на решении задач гидродинамики Мирового океана и его отдельных акваторий.

В лекции рассматриваются следующие вопросы:

1. Краткая история развития методов решения задач геофизической гидродинамики с неполной информацией.
2. Вариационный алгоритм (4D VAR) в терминах метода множителей Лагранжа.
3. Как возникает сопряженное уравнение и как его правильно построить?
4. Система оптимальности для задачи инициализации. Формулировка в терминах решения сопряженной задачи – краевая задача по времени и пространству.
5. Неклассические задачи геофизической гидродинамики – как их формулировать и решать?
6. Метод расщепления. Как его правильно использовать?
7. Вариационная ассимиляция данных в модели динамики Мирового океана.

Исследования поддержаны грантом РФФИ 18-05-00177.

## ДИССИПАТИВНЫЙ КВАНТОВЫЙ ХАОС

*М.В. Иванченко*

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

Проблема соответствия квантовой и классической нелинейной динамики, в особенности хаотической, имеет богатую историю. Сам по себе вопрос является крайне нетривиальным, поскольку квантовые системы принципиально линейны, и не очевидно, как и в каком виде они могли бы наследовать «отпечатки» нелинейных аттракторов и их бифуркаций. Исторически первый ответ был получен для гамильтоновых систем, для которых было показано, что возникновение сложной структуры собственных состояний квантового гамильтониана и определенного типа спектральных свойств соответствует развитию гамильтоновского хаоса в классической нелинейной системе. Кроме того, удалось показать соответствие проекций Хусими – Вигнера для отдельных собственных состояний регулярным и хаотическим траекториям нелинейных систем. Для диссипативных квантовых систем задача остается в целом открытой и по настоящее время. С одной стороны, известны примеры реконструкции «квантовых аттракторов», которые напоминают их классические нелинейные образы. С другой стороны, отсутствует классификация спектральных свойств операторов Линдблада и асимптотических матриц плотности для «регулярных» и «хаотических» диссипативных квантовых аттракторов. Наконец, прямых методов оценки квантовых ляпуновских показателей, применимых для широкого класса некогерентных систем, до недавнего времени не существовало. Обзор последних достижений и результатов в этой области будет представлен в докладе.

## СОВРЕМЕННАЯ КОСМОЛОГИЯ. ГОРИЗОНТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ВСЕЛЕННОЙ

*А.В. Иванчик*

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург

Космология – наука о рождении, эволюции и возможном будущем нашей Вселенной, о формах материи и энергии, заполняющих космическое пространство и влияющих на его динамику. В основе динамики космического пространства и форм эволюции материи лежат нелинейные уравнения общей теории относительности (ОТО). Только в начале этого века за работы по космологии уже присуждено три Нобелевские премии. Вот и последняя Нобелевская премия 2019 года присуждена Джеймсу Пиблсу за существенный вклад в понимание строения и эволюции Вселенной. Развитие наблюдательной и теоретической космологии не только привело к лучшему определению значений многих космологических параметров, но и позволило определить некоторые из них с процентной точностью, что, в свою очередь, позволило говорить об эре «прецизионной космологии».

В докладе обсуждаются успехи прецизионной космологии, ее нерешенные, а также вновь возникшие проблемы.

## УПРАВЛЕНИЕ СТАТИСТИКОЙ ВЫХОДНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ОДНОМОДОВОМ ВОЛНОВОДЕ С ИНКАПСУЛИРОВАННОЙ КВАНТОВОЙ ТОЧКОЙ

*И.В. Иорш*

Национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, Санкт-Петербург

В лекции представлены теоретические и экспериментальные результаты, демонстрирующие возможность управления автокорреляционной функцией второго порядка в системе, представляющей собой одномодовый волновод с инкапсулированной квантовой точкой. В такой системе возможно

переключение от когерентного режима к суб- или суперпуассоновской статистике. Эффект обусловлен интерференцией между различными двухфотонными состояниями системы.

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ ВНИМАНИЯ НА ОСНОВЕ ОСЦИЛЛЯТОРНЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ**

*Я.Б. Казанович*

Институт математических проблем биологии РАН, Пущино

Лекция будет посвящена сетям фазовых осцилляторов с центральным элементом и возможности их применения для реализации процедуры «победитель получает все» в нейронных сетях. В качестве примера будет описана модель зрительного поиска, основанная на синхронизации электрической активности между информационными и управляющими областями коры мозга.

## **ИСТОЧНИКИ НЕКЛАССИЧЕСКИХ СОСТОЯНИЙ СВЕТА НА ОСНОВЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭФФЕКТОВ В СИСТЕМАХ СВЯЗАННЫХ МИКРОРЕЗОНАТОРОВ**

*А.А. Калачёв*

Казанский физико-технический институт им. Е.К. Завойского  
Казанский научный центр РАН

Разработка интегральных источников однофотонных и двухфотонных состояний света является актуальной задачей в области оптических квантовых технологий. В частности, перспективным подходом остаётся использование микрорезонаторов для генерации коррелированных пар фотонов с помощью спонтанного параметрического рассеяния или спонтанного четырёхволнового смешения, что позволяет создавать компактные и эффективные устройства на фотонных чипах. При этом система связанных микрорезонаторов, которую часто называют фотонной молекулой, предоставляет широкие возможности по управлению спектральными свойствами фотонов, созданию фотонных кубитов и т. п. Настоящая лекция посвящена обзору последних достижений в этой области и описанию новых перспективных схем таких источников квантовых состояний света.

## **КОЛЛАПС ГАЗОВЫХ БОЗЕ-ЭЙНШТЕЙНОВСКИХ КОНДЕНСАТОВ И ГЕНЕРАЦИЯ НАДКОНДЕНСАТНЫХ АТОМОВ**

*Е.А. Кузнецов*

Сколковский институт науки и технологий, Москва  
Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Москва

Предложен новый механизм разрушения коллапса газовых бозе-эйнштейновских конденсатов с отрицательной длиной рассеяния, соответствующей притяжению между атомами, связанный с потерей когерентности конденсатов и генерацией надконденсатных частиц. Этот процесс может быть описан в рамках квантовой модели Гросса – Питаевского. Выведены соответствующие уравнения для парных, нормального и аномального, корреляторов, зависящих от двух координат,  $x$  и  $x'$ , и от времени  $t$ , характеризующих надконденсатные частицы. При совпадающих координатах  $x = x'$  нормальный коррелятор представляет собой плотность надконденсатных атомов, аномальный коррелятор ответст-

вен за обмен между конденсатными и надконденсатными частицами. Если плотность надконденсатных частиц мала, то задача о генерации надконденсатных частиц может быть сведена к линейной задаче о линейной устойчивости коллапсного решения уравнения Гросса – Питаевского. Генерации надконденсатных частиц соответствует неустойчивость коллапсного решения. Мы проанализировали два режима – квазиклассический коллапс в рамках приближения Томаса – Ферми, следуя работе В.Е. Захарова и Е.А. Кузнецова (ЖЭТФ, 1986), а также слабый коллапс, который наблюдается в эксперименте для газовых бозе-эйнштейновских конденсатов.

Исследования были поддержаны грантом РФФИ 17-01-00622.

## **ФИЗИКА (И МАТЕМАТИКА) ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СТРИМЕРОВ**

*Н.Г. Лехтинен*

University of Bergen, Норвегия

Стример – это вид электрического разряда, при котором образуется столб ионизированной материи, растущий за счёт усиленного поля на его конце. Стримеры в воздухе являются важной стадией искрового разряда, в частности молнии, и образуют спрайты (разряды в мезосфере). Стримеры в больших разрядах (в спрайтах, в лаборатории с метровым междуэлектродным промежутком и мегавольтным напряжением, в молнии) создают большие разветвлённые структуры.

За распространение стримеров отвечают микроскопические процессы: ионизация, прилипание, дрейф (и диффузия) электронов, фотоионизация, ионные процессы (отлипание, рекомбинация и т. д.). Их численное моделирование воспроизводит колоннообразную форму ионизационного фронта. Ветвление стримеров тоже возникало в некоторых компьютерных моделях, но, возможно, было результатом численной неустойчивости. То есть такое численное моделирование не позволяет идентифицировать физические и математические механизмы выбора радиуса и скорости стримера и ветвления.

Мы предлагаем новый подход для описания стримера. В случае малых возмущений плоского ионизационного фронта получаются неустойчивые моды, растущие с разными скоростями. По аналогии мы можем найти скорости распространения колоннообразного стримера для разных радиусов и выбрать «моду» с максимальной скоростью. Таким образом, мы рассматриваем стример как «нелинейную неустойчивость». Такой подход даёт результаты, согласующиеся с экспериментальными измерениями скорости, а также порогового электрического поля для распространения стримеров. Механизм же ветвления стримеров пока не найден.

При столкновении стримеров противоположной полярности в лабораторных разрядах генерируются рентгеновские лучи. Это, вероятно, происходит в результате ускорения убегающих электронов, хотя вычисления не позволяют пока с уверенностью это утверждать. Возможно, так же в молниях генерируются земные гамма-вспышки (Terrestrial Gamma-ray Flashes, TGF).

## **УПРАВЛЕНИЕ ФОРМОЙ ШИРОКОПОЛОСНЫХ ЛАЗЕРНЫХ ИМПУЛЬСОВ**

*С.Ю. Миронов, А.К. Потемкин, Е.А. Хазанов*

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

В первой части лекции будут рассмотрены вопросы, связанные с управлением временной формой интенсивных ( $\text{ТВт/см}^2$ ) импульсов, в частности один из современных подходов к дополнительному сокращению длительности, так называемый метод CafCA (Compression after Compressor Approach). Метод основан на использовании уширения спектра в тонких ( $\sim 1$  мм) прозрачных диэлектрических пластинах за счёт самомодуляции фазы и последующей коррекции фазы спектра с использованием дисперсионных зеркал. Будут обсуждаться возможности метода и специфика его применения для импульсов разной длительности – от сотен до десятков фемтосекунд, проанализирована воз-

возможность использования нескольких стадий временной компрессии для генерации сверхмощного излучения с длительностью в несколько периодов поля.

Управление формой лазерных импульсов представляет интерес не только для решения задач, связанных с генерацией и применением экстремальных световых полей, но и для развития физики современных фотоинжекторов электронов. Здесь 3D профилированные импульсы используются для облучения поверхности катодов с целью управления параметрами генерируемых сгустков. При облучении катода профилированными импульсами генерируемые электронные пучки обладают функцией распределения пространственного заряда близкой к функции распределения интенсивности лазерных импульсов.

Во второй части лекции будут рассмотрены современные подходы к формированию сложных лазерных структур с длительностью в десятки пикосекунд. В качестве примера будут представлены результаты экспериментов по генерации импульсов с 3D-формой в виде цилиндра, эллипсоида, треугольника во времени и пр. Важно отметить, что для формирования таких структур достаточно удобно использовать линейно chirпированные широкополосные лазерные импульсы – спектроны. У таких импульсов распределение спектральной интенсивности повторяет распределение интенсивности импульса во времени. В связи с этим управление амплитудой спектра практически линейно соответствует изменению временного профиля интенсивности лазерных импульсов.

## **КАТАСТРОФИЧЕСКИЕ ЦУНАМИ ПОСЛЕДНИХ ЛЕТ: ВЗГЛЯД С ПОЗИЦИИ НЕЛИНЕЙНОЙ ФИЗИКИ**

*Е.Н. Пелиновский*

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

Последние двадцать лет характеризуются повышенной частотой случаев цунами в мире. Можно назвать самое катастрофическое цунами 2004 года в Индийском океане (около 300 тысяч погибших), цунами у берегов Японии в 2011 году (приведшее к разрушению атомной станции), сильное цунами на острове Сулавеси в Индонезии в сентябре 2018 года (погибло 2 тысячи человек), ледовое цунами высотой 11 м в озере Эри (США) 28 февраля 2019 года. Наконец, самые фантастические по высоте заплеска недавние цунами случились 11 декабря 2018 года (оползневое цунами высотой 90 м на реке Буря) и 22 декабря 2018 года (85 м, связано с извержением вулкана Анак Кракатау). И хотя сейчас существуют системы оповещения о цунами, их эффективность еще неудовлетворительна, если судить по количеству жертв. Тем не менее физико-математическая основа предупреждения о цунами сейчас достаточно хорошо развита, и случаев неверного расчета характеристик цунами стало немного.

В докладе обсуждается современное состояние моделей возбуждения, распространения и набега волн цунами на берег. В них используются все достижения геофизики, океанологии и нелинейной физики, для их расчета применяются современные численные методы и мощные суперкомпьютеры. Особое внимание будет уделено роли нелинейных и дисперсионных эффектов в распространении волн цунами в открытом океане и прибрежной зоне, будут приведены тестовые аналитические примеры и описаны новые задачи, решение которых необходимо для оценки воздействия цунами на берега и сооружения.

Работа поддержана проектами РФФИ 18-05-80019, 20-05-00162.

## НЕРАВНОВЕСНЫЕ ПРОЦЕССЫ В НЕЛИНЕЙНЫХ ЦЕПОЧКАХ С БЕСПОРЯДКОМ

*А.С. Пиковский*

University of Potsdam, Потсдам, Германия

Нелинейные гамильтоновские цепочки с беспорядком – популярный объект исследований статистических свойств хаотической динамики в равновесии и в неравновесных ситуациях. В лекции будут представлены результаты анализа (по большей части численного) двух неравновесных процессов: распространение локализованного волнового пакета в вакуум и динамика малых возмущений на фоне статистически однородного по пространству хаоса. В первом случае используются идеи масштабной инвариантности и определяются критические индексы. Во второй постановке обсуждаются моды первого и второго звука.

## ВЛИЯНИЕ СТОХАСТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В НЕЙРОННОЙ СЕТИ ГОЛОВНОГО МОЗГА НА КОГНИТИВНЫЕ ФУНКЦИИ: МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТ

*А.Н. Писарчик*

Universidad Politécnica de Madrid, Мадрид, Испания

Всё в природе шумит, и мозг не является исключением. Внутренний шум мозга возникает в результате спонтанной нейронной активности и случайного характера формирования и потери нейронных связей. Множество физиков и нейрофизиологов отмечают исключительно важную роль шума для нормального функционирования и самоорганизации нейронной сети. Например, он помогает распознавать слабые стимулы и принимать решения, тем самым предотвращая тупиковые ситуации. Кроме того, слишком низкий или чрезмерно высокий уровень шума может быть следствием ряда психических заболеваний, таких как аутизм и шизофрения. Различные проявления мозгового шума широко изучались в терминах простых стохастических процессов типа винеровского с точки зрения статистических свойств. В этой лекции рассматривается положительное и отрицательное влияние мозгового шума на такие важные функции, как восприятие, внимание и принятие решений. Также обсуждаются некоторые простые математические модели, используемые для описания стохастических процессов в сети нейронов, связанных с восприятием и принятием решений. Кроме того, описываются современные экспериментальные подходы, применяемые для оценки шума мозга, и приводятся новейшие результаты таких исследований с условно здоровыми людьми.

## ПАРА ФОТОНОВ В ВОЛНОВОДЕ С КУБИТАМИ: ИЗЛУЧЕНИЕ, ЛОКАЛИЗАЦИЯ, ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ СОСТОЯНИЯ

*А.Н. Поддубный*

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург

В лекции будет рассмотрен широкий круг теоретических вопросов, возникающих при исследовании распространения фотонов в волноводе, заполненном массивом двухуровневых атомов или сверхпроводящих кубитов.

История исследования взаимодействия квантового света с атомами насчитывает более полувека. В последние несколько лет интерес к этой проблеме начал разгораться с новой силой в связи с пионерскими экспериментами для волноводов с холодными атомами или сверхпроводящими кубитами. Удалось продемонстрировать, что уже распространение пары фотонов в волноводе с массивом атомов качественно отличается как от распространения одиночного фотона, так и от распространения

классического света. Благодаря фотонной блокаде – невозможности двукратного возбуждения одного атома светом – реализуется сильное взаимодействие фотонов друг с другом, которое приводит к ярким физическим эффектам. В лекции будет показано, что физика классической одномерной модели Дикке далеко не исчерпана. Уже на паре фотонов могут быть проиллюстрированы самые разнообразные явления, от многочастичной локализации до безызлучающих и топологических состояний.

Будет показано, что взаимодействие резко меняет спектр частиц. Во-первых, образуются связанные двухчастичные состояния. Во-вторых, в то время, как одночастичные состояния в периодическом массиве являются делокализованными, уже для двух частиц проявляется индуцированная взаимодействием локализация. Благодаря наличию волновода связь между атомами или кубитами оказывается дальнедействующей, а собственные состояния становятся квазистационарными. Это фундаментально отличает рассматриваемую систему с волноводом от структур со связью лишь ближайших соседей. Для непериодических массивов атомов возникают топологические локализованные краевые многочастичные состояния. Исследования влияния взаимодействия на излучательные времена жизни многочастичных состояний и формирования краевых топологически-защищенных состояний света в условиях взаимодействия и нелинейности активизировались совсем недавно. Понимание этих явлений может открыть путь к разработке будущих устройств с долгоживущими квантовыми корреляциями.

Исследования поддержаны грантом РФФИ 18-29-20037-мк.

## **ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ РЕЖИМЫ СТРУКТУРИРОВАННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СВЕТА С ВЕЩЕСТВОМ**

*А.М. Пухов*

Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf, Дюссельдорф, Германия

Сначала мы исследуем взаимодействие лазерных импульсов со структурированным веществом: упорядоченными массивами нанопроводков. Это приводит к высокому поглощению, объёмному нагреву и состояниям вещества со сверхвысокой плотностью энергии.

Затем мы изучаем взаимодействие лаггер-гауссовских (кручёных) световых импульсов различной поляризации с электронами в рамках релятивистского моделирования методом частиц в ячейке в полностью трёхмерной геометрии. Взаимодействие очень чувствительно как к моде скрученного света, так и к поляризации лазера. Показано, что кручёный импульс света может быть использован для возбуждения пространственно структурированных электронных пучков. В зависимости от выбранных параметров лазера становится возможным управлять цепочкой азимутально-симметричных электронных сгустков или ускорять дискретное число спиральных электронных пучков.

Возникающие электронные структуры характеризуются полной шириной на половине максимальных длительностей порядка нескольких сотен аттосекунд. Кроме того, сообщается об эффективной передаче момента импульса от закрученного светового поля частицам.

В-третьих, мы рассматриваем несколько вариантов достижения полей, соответствующих квантовому электродинамическому пределу вещества в сильном электромагнитном поле, когда  $\xi\alpha^{2/3} > 1$ , где  $\alpha = 1/137$  – постоянная тонкой структуры, а  $\xi$  – нелинейный квантовый параметр. Этот режим вне теории возмущений, на которой построена квантовая электродинамика, долгое время считался недоступным экспериментально. Тем не менее прогресс в лазерной технологии и ускорителях частиц может сделать этот режим доступным для эксперимента.

## НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА ГИРОТРОНОВ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ВНЕШНЕГО ИЛИ ОТРАЖЕННОГО ОТ НАГРУЗКИ СИГНАЛА

*Н.М. Рыскин<sup>1</sup>, Ю.В. Новожилова<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН

<sup>2</sup>Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

Мазеры на циклотронном резонансе и их наиболее известная разновидность – гиротроны – обладают рекордными значениями генерируемой мощности в коротковолновой части миллиметрового и субмиллиметрового (терагерцового) диапазона. В течение многих лет развитие гиротронов было в основном направлено на повышение мощности и продвижение во все более высокочастотные диапазоны. Однако в последнее десятилетие не меньший интерес привлекли задачи о синхронизации и стабилизации частоты излучения гиротронов, или, в более широком смысле, проблема управления спектром колебаний. Актуальность перечисленных задач обусловлена многочисленными практическими приложениями гиротронов. Это прежде всего проекты реализации сверхмощных гиротронных комплексов, в которых организуется синфазное сложение сигналов большого количества (десятка и более) генераторов, а также создание спектрометров с высоким разрешением, включая ядерную магниторезонансную спектроскопию с динамической поляризацией ядер, разработка источников для диагностики высокотемпературной плазмы методами коллективного рассеяния и др.

Многообразие возникающих задач по управлению спектром генерации вынуждает искать новые подходы к их решению. В лекции обсуждаются две идеи: воздействие на гиротрон внешнего управляющего сигнала и воздействие собственного излучения, отраженного от удаленной нагрузки. Хотя оба этих способа представляются развитием классических радиофизических подходов, в полной мере возможности их использования применительно к гиротронам открылись лишь недавно.

В лекции картина синхронизации гиротрона внешним сигналом обсуждается в контексте теории синхронизации многомодовых систем. Рассматриваются такие вопросы, как синхронизация гиротрона в режиме жесткого возбуждения, влияние внешнего сигнала на процессы конкуренции мод в многомодовом гиротроне, воздействие на гиротрон модулированного внешнего сигнала. Анализируются принципиальные отличия от классической задачи о синхронизации системы с одной степенью свободы.

При обсуждении воздействия отраженного сигнала на работу гиротрона основное внимание уделяется стабилизации частоты отраженным сигналом (автосинхронизации). Затрагиваются вопросы снижения стартовых токов, расширения диапазона перестройки частоты и подавления паразитных мод за счет отражений.

Исследования стабилизации и захвата частоты мощных гиротронов выполнены при поддержке гранта РФФ 19-79-30071. Исследование динамики гиротрона под воздействием сигнала с изменяющимися параметрами выполнено при поддержке гранта РФФИ 18-02-00839-а.

## ИССЛЕДОВАНИЯ ИЗМЕНЕНИЙ КЛИМАТА АРКТИКИ: ПРОГРЕСС, ПРОБЛЕМЫ, АКТУАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ

*В.А. Семенов*

Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, Москва

Институт географии РАН, Москва

Представлен обзор наиболее значимых достижений в исследованиях изменений климата в Арктике в последнее десятилетие. Рассмотрены механизмы положительных обратных связей, усиливающих климатические изменения в высоких широтах Северного полушария. Приводятся примеры популярных до недавнего времени концепций, объясняющих изменения климата в Арктике и оказавшихся несостоятельными в свете современной динамики климата. Формулируются важные актуальные проблемы, требующие решения.



## НАБЛЮДАТЕЛЬНЫЕ ПРОЯВЛЕНИЯ ТЕМНОЙ МАТЕРИИ

*О.К. Сильченко*

Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга, Москва  
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

Исторически первые аргументы в пользу существования невидимого вещества, проявляющего себя только через собственную гравитацию, появились в середине XX века в результате наблюдений движений галактик ближней Вселенной – как движений отдельных галактик внутри скоплений галактик (Ф. Цвикки), так и движений газа во внешних областях дисков галактик (В. Рубин, А. Босма). Однако очень скоро также и космологи заявили, что нельзя построить согласованную модель эволюции Вселенной без предположения о доминировании темной материи в гравитации, начиная с самых ранних стадий ее существования. Интересен вопрос: одна ли и та же эта темная материя, или космологическая темная материя и локальная «скрытая масса» могут иметь разную природу? Сейчас, когда наблюдательная космология вышла на беспрецедентную точность измерения глобальных космологических параметров – лучше 3 процентов, – стало ясно, что полностью согласовать картину эволюции Вселенной в рамках предположения о единой неизменной темной материи не удастся. Об этом, а также о самых последних сенсационных наблюдательных открытиях, связанных с темной материей, будет рассказано в лекции.

## НЕЛИНЕЙНЫЕ ПРОЦЕССЫ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ГОРНЫХ ПОРОД: ФЕНОМЕН, МОДЕЛИ, ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗНАЧЕНИЕ

*С.А. Тихоцкий*

Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН, Москва  
Московский физико-технический институт

Прикладная геомеханика, применяемая при моделировании месторождений углеводородов, базируется преимущественно на линейной эффективно-пороупругой модели Био с пределом прочности по Кулону – Мору. Вместе с тем экспериментальные исследования и натурные наблюдения демонстрируют значимость нелинейных эффектов даже при малых деформациях. Без их правильного рассмотрения невозможно воспроизвести в моделях такие природные феномены, как локализация деформаций, изменение направлений главных напряжений в окрестности разломов, зависимость эффективных напряжений от характерного масштаба деформаций. В лекции описаны соответствующие явления и некоторые феноменологические и теоретические модели, их описывающие. Приводятся результаты экспериментальных исследований и математического моделирования, а также примеры применения в практических задачах резервуарной геомеханики.

## ЭМПИРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КЛИМАТА

*А.М. Фейгин*

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

С помощью нового подхода к реконструкции оператора эволюции динамической системы исследованы причины климатического перехода среднего плейстоцена (~ 1 миллион лет назад), состоящего в установлении высокоамплитудных 100-тысячелетних пилообразных колебаний глобального климата взамен более регулярных колебаний с периодом 41 тысяча лет. Построена динамическая модель данного явления на основе байесова анализа данных – композитного ряда концентрации 18-го изотопа кислорода в донных отложениях четвертичного периода. Получено, что 100-тысячелетние ледниковые циклы возникли в среднем плейстоцене благодаря изменению собственной динамики климатической системы

под действием медленного тренда, что, наряду с воздействием быстропеременных климатических процессов, привело к появлению нелинейных релаксационных колебаний большой амплитуды. Установлено, что переход среднего плейстоцена не связан с вариациями орбитальных параметров Земли (циклы Миланковича), а определяющим орбитальным внешним воздействием до и после перехода был меридиональный градиент инсоляции, обусловленный колебаниями угла наклона земной оси по отношению к эклиптике с периодом 41 тысяча лет. Объяснен динамический механизм климатического перехода. Разработанный подход к моделированию климата основан на новых методах извлечения информации из данных и может использоваться для верификации существующих климатических моделей, в том числе – для оценки адекватности их прогностической способности.

## **ДИАГНОЗ И ПРОГНОЗ ИЗМЕНЕНИЙ ЭКОСИСТЕМ КРУПНЫХ СТРАТИФИЦИРОВАННЫХ ВНУТРЕННИХ ВОДОЕМОВ ПОД ВЛИЯНИЕМ КЛИМАТА И АНТРОПОГЕННЫХ ФАКТОРОВ: МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ**

*Н.Н. Филатов*

Институт водных проблем Севера КарНЦ РАН, Петрозаводск

Рассматриваются вопросы диагноза состояния и прогноза изменений термогидродинамики и экосистем крупных стратифицированных водоемов (озер Ладожского, Онежского, Байкала, Каспия, а также Белого моря) и водосбора под влиянием климата и разнообразных антропогенных факторов с использованием экспериментальных данных и математического моделирования. Представлены проблемы оценки этих изменений и пути их решения. Приводятся результаты использования различных математических моделей для описания физико-химико-биологических процессов исследуемых водоемов. Показаны пути совершенствования долгосрочного прогноза изменений экосистем для решения задач рационального использования и сохранения ресурсов водоемов. Рассматриваются подходы к изучению комплекса водоем – водосбор как социо-эколого-экономической системы с применением когнитивного метода.

Работы по диагнозу и прогнозу экосистем внутренних водоемов поддерживаются грантами РФФИ 19-15-00022 и 18-05-60296.

## **ЛОКАЛИЗАЦИЯ АНДЕРСОНА И НЕЭРГОДИЧЕСКИЕ СОСТОЯНИЯ В НЕУПОРЯДОЧЕННЫХ СИСТЕМАХ**

*И.М. Хаймович*

Max Planck Institute for the Physics of Complex Systems, Дрезден, Германия

Проблема транспорта и интерференционных эффектов в неупорядоченных квантовых системах имеет богатую историю, берущую начало с основополагающих работ Андерсона 1950-х годов. С первых работ известно, что наличие беспорядка в системе способствует локализации электронных волновых функций даже в отсутствие щели в спектре возбуждений.

Этот феномен, названный локализацией Андерсона, является чисто волновым, так как основан на деструктивной интерференции квантово-механических электронных волн. Увеличение амплитуды беспорядка в потенциальной энергии приводит к фазовому переходу между эргодической металлической фазой с конечной проводимостью и неэргодической локализованной фазой с полностью подавленным транспортом.

Лишь в точке фазового перехода наблюдаются состояния, нарушающие эргодическую гипотезу и являющиеся одновременно делокализованными.

Однако в последние годы было предложено несколько моделей, демонстрирующих наличие це-

лой фазы неэргодических делокализованных состояний, характеризующейся мультифрактальными свойствами волновых функций и/или медленным (субдиффузионным) характером распространения волновых пакетов.

Обзор последних достижений и результатов в этой области будет представлен в лекции.

## **ВЛИЯНИЕ ТУРБУЛЕНТНОСТИ НА СТОЛКНОВЕНИЯ КАПЕЛЬ В ОБЛАКАХ И ОБРАЗОВАНИЕ ДОЖДЯ**

*А. Хайн*

The Hebrew University of Jerusalem, Израиль

Рассматривается влияние турбулентности на движение капель и формирование относительных скоростей между каплями, вызванных инерцией капель. Описывается метод и результаты расчетов эффективности столкновений и заметаемого объема (swept volume) между каплями в турбулентном потоке. Вводится понятие сферического ядра соударений (spherical collision kernel). Показывается, что увеличение интенсивности столкновений вызвано главным образом увеличением коэффициента эффективности столкновений (collision efficiency) в процессе гидродинамического взаимодействия между каплями. Ускорение формирования дождевых капель в турбулентном облаке иллюстрируется решением уравнения Смолуховского для столкновений, а также использованием модели облака.

# **ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ**

# ВЛИЯНИЕ ЗАПАЗДЫВАНИЯ НА ВЗАИМНУЮ СИНХРОНИЗАЦИЮ ДВУХ АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

*А.Б. Адилова<sup>1</sup>, М.И. Балакин<sup>2</sup>, Н.М. Рыскин<sup>1,3</sup>*

<sup>1</sup>Саратовский государственный университет

<sup>2</sup>Саратовский государственный технический университет

<sup>3</sup>Институт радиотехники и электроники РАН, Саратовский филиал

Исследование синхронизации ансамблей связанных автоколебательных систем является одним из актуальных направлений современной нелинейной динамики. С практической точки зрения большой интерес представляют задачи о взаимной синхронизации связанных мощных сверхвысокочастотных (СВЧ) генераторов. При этом принципиальную роль играет учет конечного времени распространения сигнала между двумя генераторами, поскольку в СВЧ-диапазоне расстояние между ними, как правило, существенно превышает длину волны. Известно, что запаздывание в канале связи существенно влияет на процессы синхронизации [1].

В работах [2, 3] была введена в рассмотрение модель двух автоколебательных осцилляторов с предельным циклом, связанных с задержкой, которая описывается уравнениями для медленно меняющихся комплексных амплитуд колебаний. Было показано, что наличие запаздывания приводит к ряду принципиальных отличий от классической картины взаимной синхронизации двух генераторов с одной степенью свободы.

В докладе представлены результаты подробного анализа режимов синхронизации в данной системе. Исследование проводится с помощью программных пакетов бифуркационного анализа XPPAUT [0] и DDEBifTool [0], а также с помощью численного моделирования. Картина языков синхронизации сильно зависит от набега фазы  $\psi$ . В случае, когда  $\psi \rightarrow \pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ , связь носит диссипативный характер. В этом случае устанавливается синфазная синхронизация двух генераторов. При  $\psi \rightarrow \pi n + \pi/2$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ , доминирует инерционная связь, в этом случае возможна как синфазная, так и противофазная синхронизация, т. е. возможна бистабильность синхронных режимов.

В работе подробно изучены механизмы возникновения и исчезновения мультистабильности, а также структура областей синхронизации на плоскости параметров «частотная расстройка – коэффициент связи». Проведен анализ влияния неизохронности на режимы синхронизации. Изучаются явления, наблюдаемые при увеличении времени задержки, показано, что при этом число сосуществующих режимов увеличивается. В качестве конкретного примера рассматривается синхронизация в системе двух связанных гиротронов – мощных генераторов миллиметрового диапазона. Интерес к этой задаче обусловлен тем, что системы из нескольких гиротронов применяются для электронно-циклотронного нагрева плазмы в установках управляемого термоядерного синтеза, и при этом важно обеспечить когерентность генерируемого сигнала.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 18-02-00839.

## Литература

1. Клиньшов В.В. Синхронизация автоколебательных сетей с запаздывающими связями / В.В. Клиньшов, В.И. Некоркин // Успехи физических наук. 2013. Т. 183. С. 1323.
2. Usacheva S.A. Phase locking of two limit cycle oscillators with delay coupling / S.A. Usacheva, N.M. Ryskin // Chaos. 2014. V. 24. Art. 023123.
3. Адилова А.Б. Бифуркационный анализ взаимной синхронизации двух генераторов с запаздыванием в цепи связи / А.Б. Адилова, С.А. Герасимова, Н.М. Рыскин // Нелинейная динамика. 2017. № 13. С. 3–12.
4. <http://www.math.pitt.edu/~bard/xpp/xpp.html>.
5. Engelborghs K. Numerical bifurcation analysis of delay differential equations using DDE-BIFTOOL / K. Engelborghs, T. Luzyanina, D. Roose // ACM Trans. Math. Software. 2002. V. 28, № 1. P. 1–21.

# ВЛИЯНИЕ ГИСТЕРЕЗИСА КРАЕВОГО УГЛА НА ОСЕСИММЕТРИЧНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ КАПЛИ

*А.А. Алабужев<sup>1,2</sup>, М.А. Кашина<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь

<sup>2</sup>Пермский государственный национальный исследовательский университет

Важной особенностью высокочастотного колебательного движения жидкости является существенное влияние вязкости только в тонких пограничных слоях вблизи твердой поверхности. Следовательно, можно рассматривать невязкое поведение жидкости в ядре, учитывая вязкость лишь внутри динамического пограничного слоя вблизи твердой подложки. Сложные процессы, происходящие в непосредственной близости линии контакта, из рассмотрения исключаются с помощью эффективных граничных условий, накладываемых на динамику видимого краевого угла.

В данной работе исследуется влияние гистерезиса краевого угла на колебания цилиндрической капли несжимаемой жидкости. Капля окружена другой жидкостью и ограничена в осевом направлении параллельными твердыми плоскостями. Предполагается, что равновесный краевой угол между боковой поверхностью капли и твердой пластиной прямой. Движение контактной линии учитывается с помощью эффективного граничного условия [1]: скорость движения контактной линии прямо пропорциональна углу отклонения и движение контактной линии возможно, если значение краевого угла превышает некоторое критическое значение.

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \begin{cases} \lambda(\gamma - \gamma_0), & \gamma > \gamma_0, \\ 0, & |\gamma| < \gamma_0, \\ \lambda(\gamma + \gamma_0), & \gamma < -\gamma_0, \end{cases}$$

где  $\zeta$  – функция отклонения линии контакта от равновесного положения,  $\lambda$  – параметр Хокинга, характеризующий взаимодействие линии контакта с подложкой,  $\gamma$  – краевой угол,  $\gamma_0$  – критическое значение краевого угла, после которого возможно движение линии контакта.

На систему действует внешняя высокочастотная вибрационная сила, направление вибраций параллельно оси симметрии капли. Амплитуда вибрации мала по сравнению с характерными размерами капли. Ввиду диссипативного характера используемого эффективного краевого условия существует устойчивый режим нелинейных колебаний. Отметим, что влияние гистерезиса на колебания полусферической капли на полужидкой подложке исследовались в работе [2], полусферического пузырька – в [3]. Колебания цилиндрической капли с учетом движения линии контакта без гистерезиса изучались в работах [4, 5].

Построены диаграммы областей движения контактной линии в зависимости от частоты вибрации и критического краевого угла. Вычислена амплитуда максимального отклонения боковой поверхности в зависимости от частоты внешнего воздействия. Ранее в [5] было установлено, что в отсутствие гистерезиса существуют частоты внешнего воздействия, при которых контактная линия не движется. При наличии гистерезиса контактная линия не движется уже в некотором интервале частот. При увеличении характерного значения краевого угла время, в течение которого контактная линия не движется, растет, а интервал частот, в котором она находится в движении, сужается. При больших значениях постоянной Хокинга, когда контактная линия слабо взаимодействует с подложкой и диссипация мала, возможно существование резонансов.

Работа выполнена при финансовой поддержке правительства Пермского края (Программа поддержки научных школ Пермского края, грант С-26/788).

## Литература

1. *Hocking, L.M.* Waves produced by a vertically oscillating plate // *J. Fluid Mech.* 1987. V. 179. P. 267–281.
2. *Fayzrakhmanova, I.* Stick-slip dynamics of an oscillated sessile drop / I. Fayzrakhmanova, A. Straube // *Phys. Fluids.* 2009. V. 21. Art. 072104.
3. *Fayzrakhmanova, I.S.* Bubble dynamics atop an oscillating substrate: interplay of compressibility and contact angle hysteresis / I.S. Fayzrakhmanova, A.V. Straube, S. Shklyaev // *Phys. Fluids.* 2011. V. 23. Art. 102105.
4. *Алабужев, А.А.* Влияние динамики контактной линии на собственные колебания цилиндрической капли / А.А. Алабужев, Д.В. Любимов // *ПМТФ.* 2007. Т. 48, № 5. С. 78–86.
5. *Алабужев, А.А.* Осесимметричные колебания цилиндрической капли с подвижной контактной линией // *ПМТФ.* 2016. Т. 57, № 6. С. 53–63.

# ВЛИЯНИЕ СВОЙСТВ ПОВЕРХНОСТИ НА ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ КАПЛИ ВО ВНЕШНЕМ ПЕРИОДИЧЕСКОМ ПОЛЕ

*А.А. Алабужев<sup>1,2</sup>, М.А. Кашина<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь

<sup>2</sup>Пермский государственный национальный исследовательский университет

В данной работе изучается динамика капли несжимаемой жидкости, окруженная другой жидкостью. В равновесном состоянии капля имеет форму кругового цилиндра, который ограничен в осевом направлении двумя параллельными твердыми пластинами. Предполагается, что стенки сосуда находятся на большом расстоянии от капли и не оказывают влияния на ее поведение. Рассматривается два случая внешнего периодического воздействия: 1) вибрационная сила, направленная параллельно оси симметрии, 2) переменное электрическое поле. Учитывается скорость движения линий контакта [1]. В первом случае эта скорость пропорциональна отклонению краевого угла от равновесного значения, во втором – сумме отклонения краевого угла и скорости быстрых релаксационных процессов, частоты которых пропорциональны удвоенной частоте электрического поля. Решение задачи представлено в виде разложения в ряд Фурье по собственным функциям оператора Лапласа.

Несмотря на использование модели невязкой жидкости, использование данного условия приводит к затуханию колебаний, которое объясняется взаимодействием линии контакта с твердой поверхностью. Коэффициент пропорциональности, параметр Хокинга, во-первых, индивидуален для каждой поверхности пластины, во-вторых, является функцией координат. В большинстве работ, например при исследовании колебаний капиллярного моста, сжатой капли, рассеивании капиллярных волн, параметры Хокинга на разных стенках были одинаковы и постоянны [2–5].

В случае одинаковых однородных поверхностей в обоих случаях внешнего воздействия возбуждаются осесимметричные нечетные продольные моды [6, 7]. Однако действие этих сил на каплю существенно различается: вибрационная сила действует на всю каплю целиком, а электрическое поле только на линии контакта, но с удвоенной частотой. При различающихся однородных поверхностях дополнительно возбуждаются четные продольные моды, при неоднородных поверхностях – азимутальные моды.

Построены графики амплитудно-частотных характеристик и эволюции формы капли при различных значениях параметров задачи. Обнаружено, что в большом диапазоне параметров форма боковой поверхности капли близка к описанию нечетной функцией. Амплитуда колебаний четных мод существенна только вблизи резонансов на частотах этих мод. По боковой поверхности капли распространяются бегущие волны, вызванные колебаниями линии контакта и краевого угла, а также возникает стоячая волна. Построены зависимости значений краевого угла на верхней и нижней поверхности от квадратного корня амплитуды для разных значений частоты электрического поля. Полученные зависимости качественно совпадают с аналогичными графиками экспериментальных данных. Благодаря этому возможно определить параметры Хокинга.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 19-42-04120).

## Литература

1. *Hocking, L.M.* The damping of capillary-gravity waves at a rigid boundary // *J. Fluid Mech.* 1987. V. 179. P. 253–266.
2. *Fayzrakhmanova, I.* Stick-slip dynamics of an oscillated sessile drop / *I. Fayzrakhmanova, A. Straube // Phys. Fluids.* 2009. V. 21. Art. 072104.
3. *Fayzrakhmanova, I.S.* Bubble dynamics atop an oscillating substrate: interplay of compressibility and contact angle hysteresis / *I.S. Fayzrakhmanova, A.V. Straube, S. Shklyaev // Phys. Fluids.* 2011. V. 23. Art. 102105.
4. *Алабужев, А.А.* Влияние динамики контактной линии на собственные колебания цилиндрической капли / *А.А. Алабужев, Д.В. Любимов // ПМТФ.* 2007. Т. 48, № 5. С. 78–86.
5. *Алабужев, А.А.* Осесимметричные колебания цилиндрической капли с подвижной контактной линией // *ПМТФ.* 2016. Т. 57, № 6. С. 53–63.
6. *Алабужев, А.А.* Влияние различия свойств поверхностей на осесимметричные колебания сжатой капли в переменном электрическом поле / *А.А. Алабужев, М.А. Кашина // Изв. вузов. Радиофизика.* 2018. Т. 61, № 8/9. С. 662–676.
7. *Alabuzhev, A.A.* Influence of heterogeneous plates on the axisymmetrical oscillations of a cylindrical drop // *Microgravity Sci. Technol.* 2018. V. 30, № 1/2. P. 25–32.

# ФОРМИРОВАНИЕ И УСИЛЕНИЕ АТТОСЕКУНДНЫХ РЕНТГЕНОВСКИХ ИМПУЛЬСОВ В АКТИВНОЙ СРЕДЕ ПЛАЗМЕННОГО РЕНТГЕНОВСКОГО ЛАЗЕРА, ОБЛУЧАЕМОЙ СИЛЬНЫМ ОПТИЧЕСКИМ ПОЛЕМ

*В.А. Антонов<sup>1,2</sup>, И.Р. Хайрулин<sup>1</sup>, Т.Р. Ахмеджанов<sup>3</sup>, К.Ч. Хан<sup>3</sup>, М.О. Скалли<sup>3</sup>, О.А. Кочаровская<sup>3</sup>*

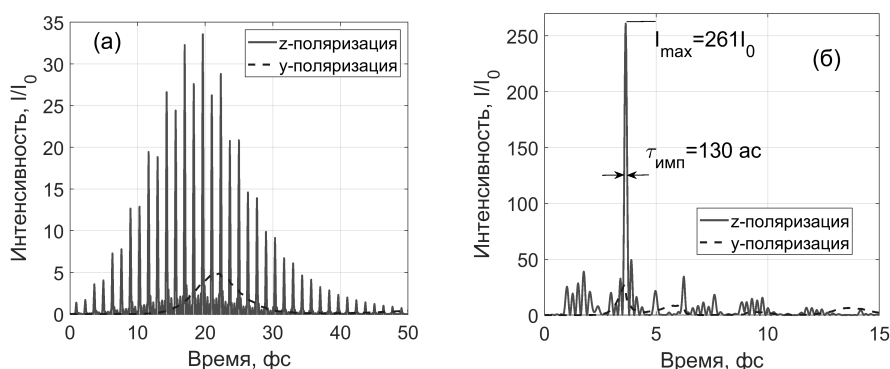
<sup>1</sup>Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

<sup>2</sup>Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, Москва

<sup>3</sup>Техасский A&M университет, Колледж Стейшн, США

Аттосекундные импульсы рентгеновского излучения, образованные гармониками оптических полей высокого порядка, являются основным инструментом исследования сверхбыстрых электронных процессов в атомах, молекулах, клетках и твёрдых телах на их собственных временных масштабах. Однако энергия таких импульсов не велика, в особенности для излучения с энергией фотонов 200–300 эВ и более, что существенно ограничивает возможности их практического использования [1] и делает задачу усиления аттосекундных импульсов особенно актуальной.

В работе [2] нами впервые показана возможность усиления последовательности аттосекундных рентгеновских импульсов. Для этого предложено использовать активную среду плазменного рентгеновского лазера, одновременно облучаемую репликой оптического поля, использованного для генерации гармоник. На примере активной среды с инверсией на переходе водородоподобных ионов  $C^{5+}$  показано, что под действием интенсивного оптического поля спектр усиления рентгеновского лазера изменяется. Вследствие линейного эффекта Штарка оптическое поле приводит к расщеплению возбуждённых энергетических уровней водородоподобных ионов на ряд подуровней, осциллирующих во времени и пространстве с оптической частотой. В результате усиление перераспределяется с частоты инвертированного перехода на комбинационные частоты, удалённые от резонанса на величину, кратную удвоенной частоте оптического поля. Таким образом, если одна из гармоник оптического поля настроена в резонанс с переходом активной среды, соседние гармоники автоматически оказываются резонансными соответствующим комбинационным линиям усиления. Если при этом фазовые скорости оптического излучения и его высоких гармоник в активной среде существенно отличаются, то каждая гармоника усиливается независимо от остальных и относительные фазы гармоник в процессе усиления не изменяются. При определённых значениях амплитуды и частоты модулирующего поля коэффициенты усиления на частотах гармоник разных порядков приблизительно равны друг другу. В этом случае относительные амплитуды гармоник в процессе усиления приблизительно сохраняются, что приводит к сохранению аттосекундной временной зависимости сигнала, образованного излучением гармоник. В частности, оказывается возможным усиление последовательности аттосекундных рентгеновских импульсов с сохранением их формы и длительности (рис. 1, а).



**Рис. 1.** Временная зависимость интенсивности 231–243 гармоник титан-сапфирового лазера, усиленных в активной среде с инверсией на переходе  $n = 1 - n = 2$  ионов  $C^{5+}$  с концентрацией резонансных ионов  $10^{19} \text{ см}^{-3}$  и концентрацией свободных электронов  $1,5 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$ . Активная среда дополнительно облучается лазерным полем фундаментальной частоты с длиной волны приблизительно 800 нм и интенсивностью  $1,9 \cdot 10^{16} \text{ Вт/см}^2$ . Толщина среды и интенсивность излучения гармоник на входе в среду,  $I_0$ , составляют 1 мм и  $10^{12} \text{ Вт/см}^2$  (а); 7 мм и  $10^{13} \text{ Вт/см}^2$  (б) соответственно. Сплошная серая кривая характеризует усиленное излучение гармоник, пунктирная чёрная кривая – усиленное спонтанное излучение ортогональной поляризации. Предполагается, что в начальный момент времени все ионы  $C^{5+}$  – возбуждённые в состоянии с  $n = 2$

Если оптическая толщина среды достаточно велика, а излучение затравки имеет достаточно высокую интенсивность, чтобы доминировать над усиленным спонтанным излучением активной среды, появляется возможность выделения одиночного аттосекундного импульса в результате укорочения



усиливаемой последовательности импульсов, обусловленного преимущественным усилением переднего фронта сигнала (рис. 1, б). При этом одиночный импульс не просто вырезается из последовательности, но аккумулирует практически всю энергию, накопленную в активной среде.

Работа выполнена при поддержке РФФ (проект 19-72-00140); численные расчёты выполнялись при поддержке РФФИ (грант 18-02-00924 А).

### Литература

1. *Ren, X.* Attosecond light sources in the water window / X. Ren, J. Li, Y. Yin, K. Zhao, A. Chew, Y. Wang, S. Hu, Y. Cheng, E. Cunningham, Y. Wu // *J. Opt.* 2018. V. 20, № 2. P. 023001.
2. *Antonov, V.A.* Attosecond pulse amplification in a plasma-based X-ray laser dressed by an infrared laser field / V.A. Antonov, K.C. Han, T.R. Akhmedzhanov, M. Scully, and O. Kocharovskaya // *Phys. Rev. Lett.* 2019. V. 123, № 24. P. 243903.

## СИНХРОТРОН-ЧЕРЕНКОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ В ВАКУУМЕ

*И.И. Артеменко, Е.Н. Неруш, И.Ю. Костюков*

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

Излучение заряженной частицы хорошо исследовано в различных режимах (например, синхротронное излучение и черенковское) в классическом пределе. Однако при использовании формализма квантовой теории поля возникают новые эффекты. Один из таких эффектов – возникновение показателя преломления в вакууме при наличии сильного внешнего электромагнитного поля. Это может привести к тому, что описание излучения как чисто синхротронного или чисто черенковского не применимо и нужен более общий подход.

Как известно, вакуум в квантовой теории полагается не пустым, а заполненным всевозможными квантовыми полями, находящимися в своем основном состоянии. При включении внешнего электромагнитного поля возникает ситуация, при которой пробный фотон (неважно, откуда он взялся) будет взаимодействовать с некоторыми из этих полей (например, би-спинорным) не так, как в вакууме (поскольку само внешнее поле взаимодействует с этим би-спинорным полем, меняя характер взаимодействия последнего с пробным фотоном). Хотя точные квантово-полевые расчеты довольно громоздкие, этот эффект можно рассматривать как если бы внешнее электромагнитное поле индуцировало в вакууме некоторый показатель преломления. Это явление может сильно изменить привычные спектры излучения заряженных частиц (таких как электроны, мюоны и протоны), распространяющихся в электромагнитном поле [1]. Несмотря на то что, как следует из оценок, параметры, требуемые для достижения режима, при котором будет заметен показатель преломления вакуума, на сегодняшний день не достижимы, тем не менее, исследование данного эффекта может помочь в экспериментах на установках будущего. Примерами таких установок являются ускоритель мюонов [2], на котором обещают достичь тераваттных мюонов, и лазерные установки ELI [3], где в будущем планируется достичь интенсивностей  $10^{23}$  Вт·см<sup>-2</sup>.

В данной работе обсуждаются параметры, необходимые для достижения режимов, при которых известные выражения для спектров не применимы. Также были вычислены спектры излучения электронов, мюонов и протонов для различных параметров с учетом показателя преломления. Использование методов численного моделирования особенно необходимо в случае тяжелых частиц, таких как мюоны и протоны, поскольку для таких частиц исследование спектров излучения аналитически очень затруднено.

Оценка длины формирования излучения выполнена при поддержке РФФИ (И.И.А., грант 18-32-00943), численное моделирование процесса излучения выполнено при поддержке РНФ (Е.Н.Н., грант 18-72-00121).

### Литература

1. *Schwinger, J.* Classical and quantum theory of synergic synchrotron-Cerenkov radiation // J. Schwinger, Wu-Yang Tsai, T. Erber // Ann. Physics. 1976. V. 96. P. 303–332.
2. Muon Accelerator Program. URL: <https://map.fnal.gov/index.shtml>.
3. The Extreme Light Infrastructure (ELI) Beamlines research center // ELI Beamlines. URL: <https://www.eli-beams.eu/about/>.

# ЧАСТОТНО-РАЗРЕШЁННЫЙ АНАЛИЗ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МЕЖДУ СТРУКТУРАМИ МОЗГА ПО ВРЕМЕННЫМ РЯДАМ ЛОКАЛЬНЫХ ПОТЕНЦИАЛОВ МОЗГА ВО ВРЕМЯ СВЕРХДЛИННЫХ ПИК-ВОЛНОВЫХ РАЗРЯДОВ

*Д.И. Астахова<sup>1,2</sup>, М.В. Сысоева<sup>1,3</sup>, И.В. Сысоев<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН

<sup>2</sup>Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

<sup>3</sup>Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А.

Взаимодействие в ансамблях природных и искусственных нейронов активно изучается в настоящее время. Для исследования связанности применяются самые разные меры, как линейные, так и нелинейные [1, 2]. Соответствующие методы анализа позволяют выявить направленность и силу потока информации. Поскольку в биологических системах важна информация не только о факте и направлении взаимодействия, но и о частотном диапазоне, в котором оно происходит, одним из наиболее популярных является метод частной направленной когерентности (PDC) [3]. Цель настоящего исследования – ввести lag в метод PDC, протестировать его работоспособность и быстроту выполнения относительно классического метода [3] на примере связанных радиотехнических генераторов с запаздыванием и сигналов динамической мезомасштабной модели абсансной эпилепсии [4].

Более подробно метод PDC описан в [5]. В оригинальный метод нами был введён lag в момент составления авторегрессионной модели

$$x_i(n) = \sum_{r=1}^p \sum_{j=p+1}^N a_{i,j}(r) x_j(n-r) + w_i(n), \quad (1)$$

где  $x_i(n)$  – исходный векторный временной ряд, состоящий из  $N$  скалярных рядов (от  $N$  осцилляторов, возможная связь между которыми исследуется) и измеренный с шагом выборки  $\Delta t$ ,  $p$  – число предыдущих моментов времени, учтённых в модели, и, как следствие, число матриц  $A_r$ ,  $A_r$  – матрицы коэффициентов авторегрессионных моделей, состоящие из коэффициентов  $a_{i,j}(r)$ , оцениваемых в типичном случае методом наименьших квадратов. Элементы матрицы  $a_{i,j}(r)$  представляют собою линейное влияние  $j$ -го ряда, сдвинутого во времени на  $r\Delta t$ , на  $i$ -й ряд в текущий момент времени  $n$ ;  $i, j$  – номера осцилляторов,  $r$  – сдвиг во времени.

С помощью Z-преобразования перейдём из временной области в частотную, получив вместо набора матриц  $A_r$  одну матрицу  $A(f)$ , зависящую от частоты:

$$A(f) = \sum_{r=1}^p A_r z^{-rl} \Big|_{z=e^{-iz\pi f}}. \quad (2)$$

Следующие преобразования описаны в [5].

Метод частной направленной когерентности, с введённым lag, адаптирован к данным с большей частотой выборки. Также отсутствуют ошибки из-за потерь данных, в то же время метод позволяет нам рассматривать большие временные масштабы при такой же размерности модели.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант 19-72-10030).

## Литература

1. Gourévitch B., Le Bouquin-Jeannes R., Faucon G. Linear and nonlinear causality between signals: methods, examples and neurophysiological applications // *Biological Cybernetics*. 2006. Vol. 95, iss. 4. P. 349–369.
2. Pereda E., Quiroga R.Q., Bhattacharya J. Nonlinear multivariate analysis of neurophysiological signals // *Progress in Neurobiology*. 2005. Vol. 77, iss. 1/2. P. 1–37.
3. Sameshima K., Baccala L.A. Using partial directed coherence to describe neuronal ensemble interactions // *Journal of Neuroscience Methods*. 1999. Vol. 94. P. 93–103.
4. Medvedeva T.M., Syssoeva M.V., Syssoev I.V. Coupling analysis between thalamus and cortex in mesoscale model of spike-wave discharges from time series of summarized activity of model neurons // *Proceedings of DCNAIR 2018*. 2018. P. 137–138.
5. Астахова Д.И., Сысоева М.В., Сысоев И.В. Влияние нелинейности на оценки связанности осцилляторов методом частной направленной когерентности // *Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика*. 2019. Т. 27, № 6. С. 21–38.

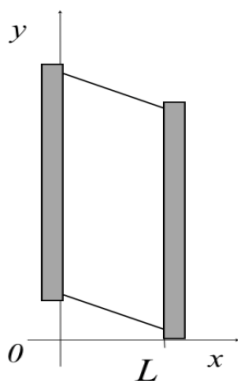
# ИЗМЕРЕНИЕ НЕЛИНЕЙНОГО ПАРАМЕТРА ВЯЗКОУПРУГОЙ СРЕДЫ МЕТОДОМ ИНТЕРФЕРОМЕТРА, ДЕФОРМИРУЕМОГО СТАТИЧЕСКОЙ НАГРУЗКОЙ

*Ш.А. Асфандияров, Т.Б. Крит, В.Г. Андреев*

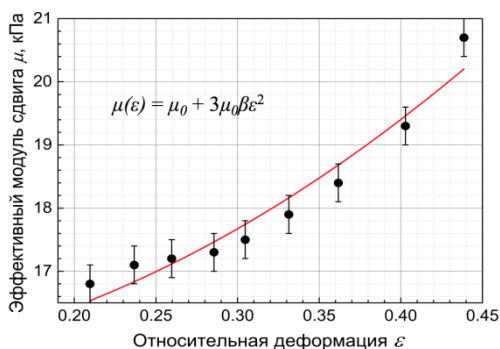
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

Экспериментально исследованы сдвиговые волны в резонаторе в виде прямоугольного параллелепипеда из гелеобразного полимерного материала, закреплённого без проскальзывания между двумя деревянными пластинами. Измерен нелинейный параметр гелеобразной среды статическим и динамическим методом.

Метод возбуждения стоячей сдвиговой волны пояснён на рис. 1. Образец из гелеобразного материала в форме прямоугольного параллелепипеда толщиной  $L$  закреплён на совершающей колебания пластине ( $y = 0$ ) так, чтобы при движении пластины проскальзывание слоя отсутствовало. На свободной грани ( $x = L$ ) находится пластина конечной массы, которая движется вместе с этой гранью. К свободной пластине прикреплены стержни, на которые крепятся металлические грузы. Изменением количества грузов можно добиться дополнительной статической деформации резонатора вплоть до 65 %. Показано [1], что к резонатору может быть применена одномерная модель, если его длина в направлении колебаний в 4 и более раз превышает толщину.



**Рис. 1.** Метод возбуждения стоячей сдвиговой волны



**Рис. 2.** Измеренная динамическим методом зависимость эффективного модуля сдвига от относительной деформации, создаваемой статической нагрузкой

В статическом методе измерения нелинейного параметра к резонатору прикладывалось статическое сдвиговое напряжение и строилась его зависимость от относительной деформации резонатора. При деформациях более 30 % зависимость становится нелинейной. Это позволяет определить нелинейный параметр методом аппроксимации полиномом третьей степени. Данным методом было получено значение модуля сдвига  $\mu = (13,46 \pm 0,13)$  кПа и нелинейного параметра  $\beta = 0,60 \pm 0,07$ .

Динамический метод измерения нелинейного параметра заключался в измерении резонансных кривых при различных статических деформациях, которые показывают отношение амплитуд ускорения пластин резонатора. Эффективный модуль сдвига материала при заданной нагрузке резонатора зависит от частоты резонанса. На рис. 2 точками представлена экспериментальная зависимость эффективного модуля сдвига от относительной деформации, создаваемой статической нагрузкой. В динамическом методе нелинейные свойства проявляются при деформациях более 20 %. По данной зависимости методом аппроксимации квадратичным полиномом (сплошная линия) был определен нелинейный параметр  $\beta = 0,53 \pm 0,06$ . Модуль сдвига, измеренный динамически,  $\mu = (15,4 \pm 1,1)$  кПа.

В результате проделанной работы был разработан метод измерения линейного модуля сдвига и нелинейного параметра упругого материала, основанный на измерении резонансных кривых при малых амплитудах, с приложенным статическим сдвиговым напряжением, создающим нелинейные деформации. Полученный этим методом нелинейный параметр совпал с нелинейным параметром, измеренным статически, в пределах погрешности. Было установлено, что при измерении динамическим методом нелинейные свойства материала проявляются при меньших деформациях, чем при статическом методе. При статической деформации более 20 % проявляется нелинейность сдвигового модуля упругости пластисола, что приводит к росту резонансной частоты в сравнении с абсолютно линей-

ным случаем [2]. Этот эффект является характерным для пластисола [3]. По зависимости эффективного модуля сдвига от деформации можно определить нелинейный параметр  $\beta$ .

#### Литература

1. Стоячие сдвиговые волны в резонаторе с неоднородной резиноподобной средой / Андреев В.Г., Крит Т.Б., Костиков В.В., Шанин А.В., Шиндерук С.И. // Акуст. журн. 2011. Т. 57, № 1. С. 3–12.
2. Асфандияров Ш.А., Крит Т.Б., Андреев В.Г. Возбуждение стоячих волн в вязкоупругом резонаторе при наличии статической деформации сдвига // Учёные записки физического факультета Московского университета. 2017. № 5. С. 1750903–1–1750903–4.
3. Андреев В.Г., Крит Т.Б., Сапожников О.А. Сдвиговые волны в резонаторе с кубичной нелинейностью // Акуст. журн. 2011. Т. 57, № 6. С. 763–770.

**ГИПЕРБОЛИЧЕСКИЙ ХАОС,  
ВОЗНИКАЮЩИЙ В РЕЗУЛЬТАТЕ КАТАСТРОФЫ ГОЛУБОГО НЕБА:  
СХЕМОТЕХНИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ**

*Э.Р. Багаутдинова<sup>1</sup>, С.П. Кузнецов<sup>2</sup>, Е.П. Селезнев<sup>1,2</sup>, Н.В. Станкевич<sup>3</sup>*

<sup>1</sup>Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

<sup>2</sup>Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН

<sup>3</sup>Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А.

В работах [1–4] было предложено семейство математических моделей, в которых возможно возникновение гиперболического хаоса или квазипериодических колебаний в результате бифуркации, ассоциирующейся с катастрофой голубого неба. Модель в общем виде записывается следующим образом:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= \omega_0 y_1 + [1 - (x_2^2 + y_2^2) + \frac{1}{2}(x_1^2 + y_1^2) - \frac{1}{50}(x_1^4 + 2x_1^2 y_1^2 + y_1^4)]x_1 + \varepsilon x_2 y_2, \\ \dot{y}_1 &= -\omega_0 x_1 + [1 - (x_2^2 + y_2^2) + \frac{1}{2}(x_1^2 + y_1^2) - \frac{1}{50}(x_1^4 + 2x_1^2 y_1^2 + y_1^4)]y_1, \\ \dot{x}_2 &= \omega_0 y_2 + [(x_1^2 + y_1^2) - \mu + \frac{1}{2}(x_2^2 + y_2^2) - \frac{1}{50}(x_2^4 + 2x_2^2 y_2^2 + y_2^4)]x_2 + \varepsilon x_1, \\ \dot{y}_2 &= -\omega_0 x_2 + [(x_1^2 + y_1^2) - \mu + \frac{1}{2}(x_2^2 + y_2^2) - \frac{1}{50}(x_2^4 + 2x_2^2 y_2^2 + y_2^4)]y_2.\end{aligned}\tag{1}$$

Здесь  $x_1, y_1, x_2, y_2$  – динамические переменные, которые являются мнимой и действительной частями комплексных амплитуд  $a_1 = x_1 + iy_1, a_2 = x_2 + iy_2, \varepsilon$  – коэффициент связи,  $\omega_0$  – основная частота автоколебаний, параметр  $\mu$  отвечает за переход через бифуркацию голубого неба.

Целью настоящей работы является разработка схемотехнического решения такой модели и ее моделирование в среде Multisim.

Для реализации схемы, описываемой системой уравнений (1), удобно перейти к интегральной форме записи системы:

$$\begin{cases} x_1 = \int (\omega_0 y_1 + [1 - (x_2^2 + y_2^2) + \frac{1}{2}(x_1^2 + y_1^2) - \frac{1}{50}(x_1^4 + 2x_1^2 y_1^2 + y_1^4)]x_1 + \varepsilon x_2 y_2) dt, \\ y_1 = \int (-\omega_0 x_1 + [1 - (x_2^2 + y_2^2) + \frac{1}{2}(x_1^2 + y_1^2) - \frac{1}{50}(x_1^4 + 2x_1^2 y_1^2 + y_1^4)]y_1) dt, \\ x_2 = \int (\omega_0 y_2 + [(x_1^2 + y_1^2) - \mu + \frac{1}{2}(x_2^2 + y_2^2) - \frac{1}{50}(x_2^4 + 2x_2^2 y_2^2 + y_2^4)]x_2 + \varepsilon x_1) dt, \\ y_2 = \int (-\omega_0 x_2 + [(x_1^2 + y_1^2) - \mu + \frac{1}{2}(x_2^2 + y_2^2) - \frac{1}{50}(x_2^4 + 2x_2^2 y_2^2 + y_2^4)]y_2) dt.\end{cases}\tag{2}$$

Электронная схема, которая описывается системой уравнений (2), представлена на рис. 1. Роль управляющего параметра  $\mu$  системы (2) в схеме играет источник  $V_2$ , напряжение которого регулируется с помощью потенциометра  $R_{11}$ . При изменении  $V_2$  наблюдаются различные периодические и хаотические режимы колебаний. При  $V_2 = 6$  В в динамике системы наблюдается цикл периода 2, фазовый портрет которого представлен на рис. 2, а. С увеличением параметра при  $V_2 = 7,4$  В в системе наблюдается катастрофа голубого неба (рис. 2, б), при этом система достаточно долго движется в окрестности цикла 2, а затем убегает от него и вновь возвращается к нему, и так до бесконечности.

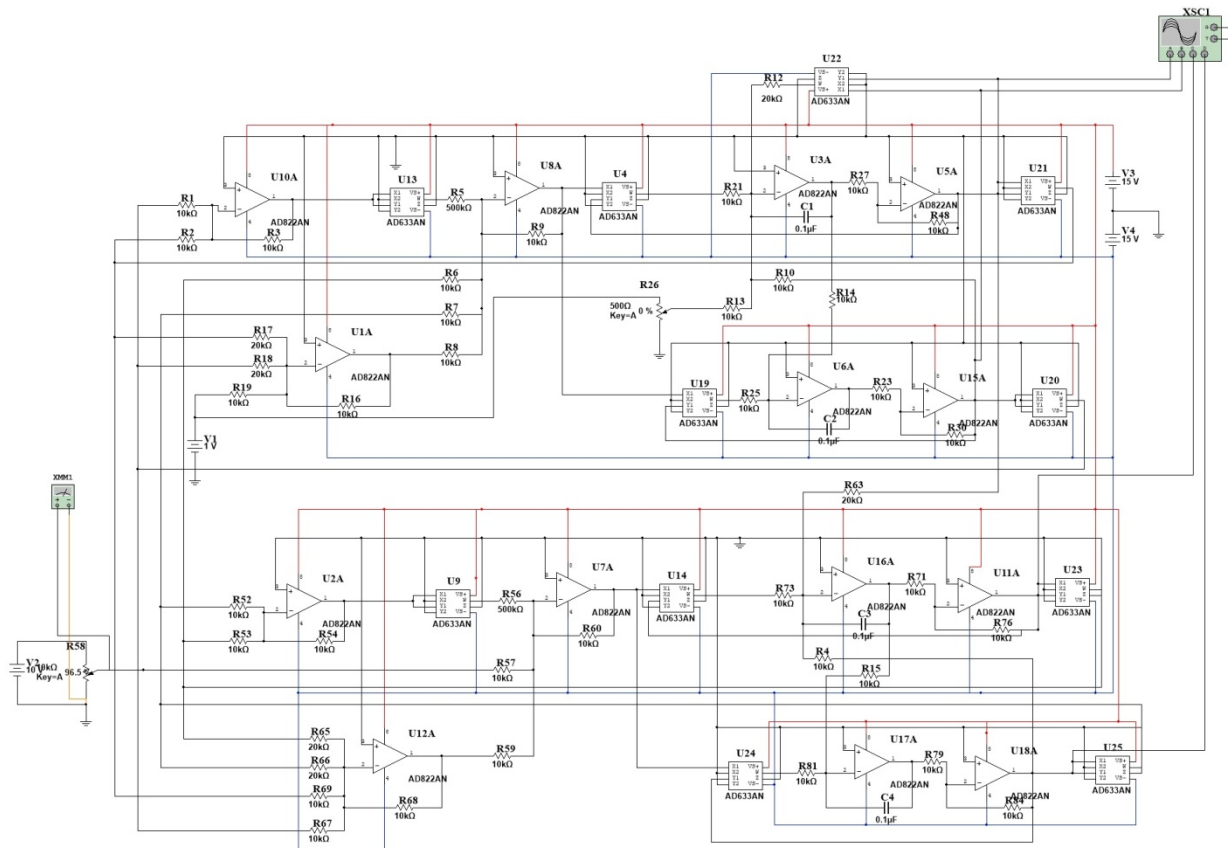


Рис. 1

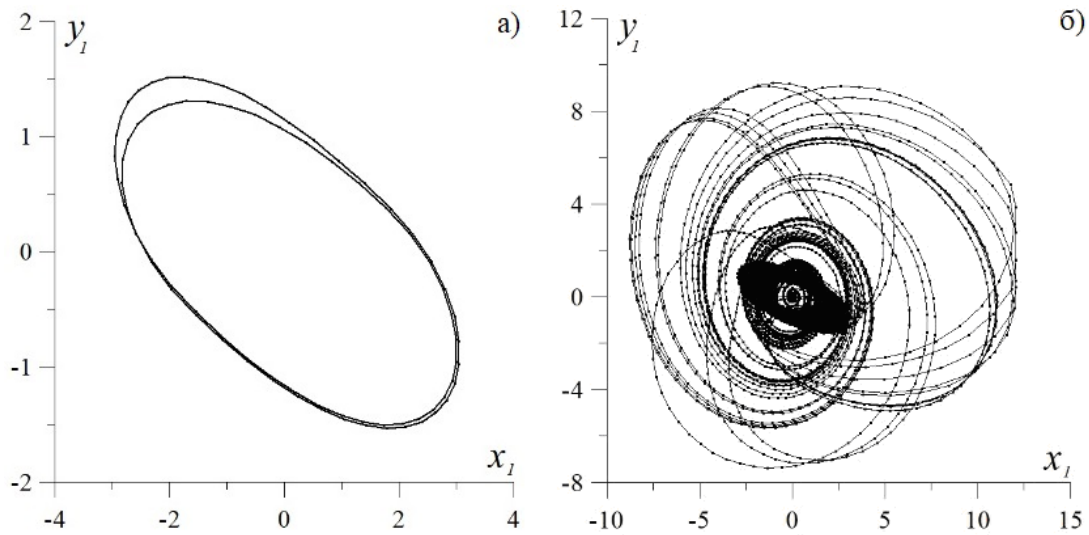
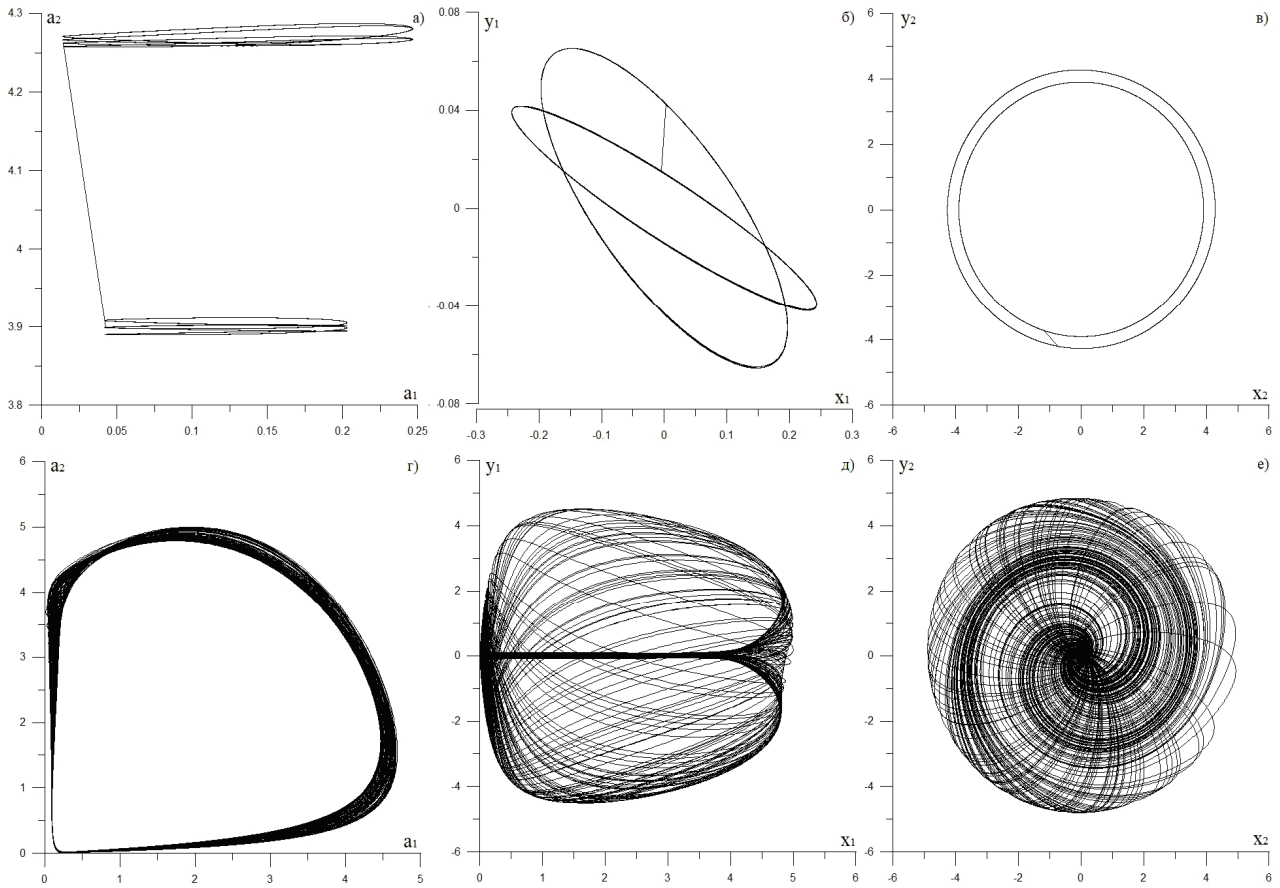


Рис. 2

Результаты численного моделирования представлены на рис. 3.



**Рис. 3.** Фазовые портреты модели (2) до и после катастрофы голубого неба:  
 $a-e - \varepsilon = 0,5, \omega_0 = 2\pi, \mu = 3$ ;  $z-e - \varepsilon = 0,5, \omega_0 = 2\pi, \mu = 4$

Работа выполнена в рамках государственного задания Саратовского филиала Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН.

### Литература

1. Андронов А.А. Некоторые случаи зависимости предельных циклов от параметра / А.А. Андронов, Е.А. Леонтович // Ученые записки Горьковского университета. 1939. № 6. С. 3–24.
2. Turaev D.V., Shilnikov L.P. Blue sky catastrophes // Dokl. Math. 1995. V. 51. P. 404–407.
3. Шильников Л.П. Методы качественной теории в нелинейной динамике / Л.П. Шильников, А.Л. Шильников, Д.В. Тураев, Л. Чуа. – Москва ; Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2003. – 428 с.
4. Kuptsov P.V. A family of models with blue sky catastrophes of different classes / P.V. Kuptsov, S.P. Kuznetsov, N.V. Stankevich // Regular and Chaotic Dynamics. 2017. V. 22, № 5. P. 551–565.



# ФОРМИРОВАНИЕ НЕГАУССОВСКИХ СОСТОЯНИЙ В СИСТЕМАХ С КУБИЧНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

*С.Н. Балыбин<sup>1,2</sup>, Ф.Я. Халили<sup>1</sup>*

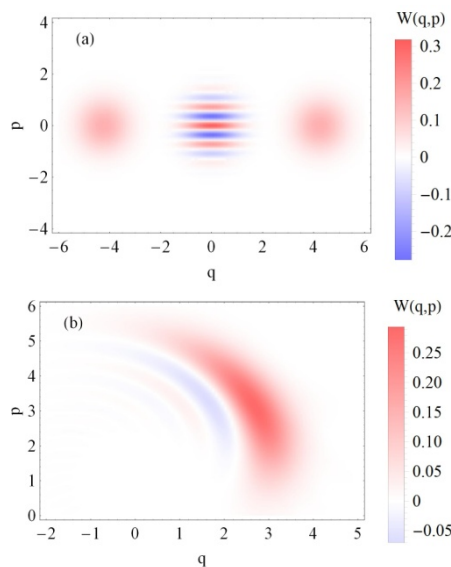
<sup>1</sup>Российский квантовый центр, Сколково

<sup>2</sup>Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

В настоящее время все больше исследователей в области квантовой оптики пытаются получить различные экзотические квантовые состояния света, не имеющие классических аналогов. Примером является состояние кота Шредингера, которое представляет собой суперпозицию двух макроскопических когерентных состояний:

$$|\text{cat}\rangle = (|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle)/\sqrt{2},$$

и не может быть описано при помощи классической теории поля. Для анализа подобных неклассических состояний можно использовать функцию Вигнера  $W(q, p)$ , представляющую собой квазираспределение вероятностей для обобщенной координаты и импульса оптической моды. Известно, что если форма функции Вигнера отличается от гауссовской, то она может принимать отрицательные значения, как показано на рис. 1, *a* для состояния  $|\text{cat}\rangle$ . Наличие области отрицательных значений говорит о существенной неклассичности таких состояний оптического поля.



**Рис. 1.** Вигнеровские функции для состояния кота Шредингера при  $\alpha = 3$  (*a*) и когерентного состояния с  $\alpha = 3$ , прошедшего через материал с кубичной нелинейностью

Генерация различных негауссовских состояний на сегодняшний день представляет особый интерес благодаря тому, что они представляют собой ценный ресурс для задач передачи квантовой информации [1]. Для генерации негауссовских состояний света требуется наличие нелинейного отклика среды, в которой распространяется свет, или их связь с нелинейной системой. В первом случае можно рассмотреть процесс формирования негауссовских полей при их распространении в среде с кубичной нелинейностью, а во втором – при их взаимодействии с атомными или полупроводниковыми системами.

Нами была исследована динамика оптического поля при прохождении когерентного состояния через среду с кубичной нелинейностью. Пример функции Вигнера для состояний, генерируемых в процессе такого взаимодействия, представлен на рис. 1, *b*. Можно отметить, что в этом случае когерентное состояние испытывает нелинейное сжатие, что и приводит к появлению отрицательности вигнеровской функции.

Отметим, что негауссовские состояния очень чувствительны к любым потерям в системе, поэтому необходимо искать системы с кубичной нелинейностью и наименьшими значениями потерь. В этой связи большой интерес представляют, например, оптические микрорезонаторы с модами шепчущей галереи, характеризующиеся уникальным сочетанием высокой концентрации оптической энергии и малых оптических потерь [2], что делает их очень перспективным инструментом для генерации неклассических состояний света [3, 4]. В данной работе мы формулируем необходимые условия, которым должны удовлетворять такие резонаторы для эффективной генерации негауссовских состояний оптического поля.

### Литература

1. *Albarelli, F.* Resource theory of quantum non-Gaussianity and Wigner negativity / F. Albarelli, M.G. Genoni, M.G.A. Paris, A. Ferraro // *Phys. Rev. A.* 2018. V. 98, № 5. P. 052350.
2. *Городецкий, М.Л.* Оптические микрорезонаторы с гигантской добротностью / М.Л. Городецкий. – М. : Физматлит, 2011. – 416 с.
3. *Chembo, Y.K.* Quantum dynamics of Kerr optical frequency combs below and above threshold: spontaneous four-wave mixing, entanglement, and squeezed states of light // *Phys. Rev. A.* 2016. V. 93. P. 033820.
4. *Strekalov, D.V.* Nonlinear and quantum optics with whispering gallery resonators / D.V. Strekalov, C. Marquardt, A.B. Matsko, H.G.L. Schwefel, G. Leuchs // *J. Opt.* 2016. V. 18. P. 123002.
5. *Okoth, C.* Seeded and unseeded high-order parametric down-conversion / C. Okoth, A. Cavanna, N.Y. Joly, M.V. Chekhova // *Phys. Rev. A.* 2019. V. 99. P. 043809.

## ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННЫЙ КАСКАД В МАГНИТОДИПОЛЬНОЙ ВОЛНЕ

*А.В. Башинов<sup>1</sup>, Е.С. Ефименко<sup>1</sup>, G. Leuchs<sup>1,2</sup>, А.В. Ким<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

<sup>2</sup>Max Planck Institute for the Science of Light, Германия

Мультитеваттные комплексы в ближайшем будущем могут стать уникальным инструментом для изучения свойств вакуума и нелинейных процессов квантовой электродинамики в сверхсильных полях. Одним из таких процессов является электрон-позитронный ( $e^-e^+$ ) каскад [1], при развитии которого ускоряемые лазерным полем частицы излучают гамма-фотоны, которые в свою очередь могут распадаться на  $e^-e^+$ -пары. Исследования показывают, что для инициации каскада достаточно 6–10 ПВт суммарной мощности оптимально сфокусированных лазерных пучков [2, 3]. Каскад в таких мощных полях может служить источником сверхплотной квазинейтральной  $e^-e^+$ -плазмы [4], которая обладает уникальными свойствами [5] и играет важную роль в динамике астрофизических объектов [6]. Кроме того, при развитии каскада могут генерироваться импульсы гамма-излучения рекордной яркости в гигаэлектронвольтовом диапазоне энергий фотонов [2]. С учетом возможности использования каскада в различных приложениях, а также его значимости для фундаментальной физики и астрофизики большое значение приобретают исследования каскада в полях различной геометрии и поляризации. Поскольку для развития каскада на фемтосекундных временных масштабах требуется достижение интенсивностей  $10^{24}$ – $10^{25}$  Вт/см<sup>2</sup>, то большое внимание уделяется остро сфокусированным полям. Ранее был детально исследован  $e^-e^+$ -каскад в электродипольной волне (Е-волне) [2, 4], максимизирующей электрическое поле в фокусе. Настоящая работа посвящена особенностям движения частиц и динамике каскада в магнитодипольной волне (М-волне), позволяющей при заданной мощности лазерного излучения достигнуть наибольшего магнитного поля.

В фокальной области М-волны магнитное поле имеет полоидальную структуру, а электрическое – тороидальную. Ввиду такой структуры полей вынужденное движение  $e^-$  и  $e^+$  происходит не в плоскости, как в случае Е-волны, а является трехмерным. С помощью численного моделирования определено, что в поле стоячей М-волны можно выделить три режима релятивистского движения  $e^-$  и  $e^+$ , которые также наблюдаются в поле Е-волны [7]: пондеромоторный разлет, нормальный (НРЗ) и аномальный (АРЗ) радиационные захваты. В первом режиме импульсы частиц и генерируемых фотонов имеют сравнимые компоненты во всех направлениях, так что частицы за треть периода поля покидают фокальную область. Однако при мощностях  $P > 10$  ПВт, соответствующих радиационным захватам, существенно возрастает аксиальная компонента импульсов и уход частиц из фокальной области замедляется. В режиме НРЗ ( $10 \text{ ПВт} < P < 150 \text{ ПВт}$ ) они захватываются в область узлов электрического поля на случайное время, прежде чем покидают фокальную область. Отличительной особенностью АРЗ в поле М-волны, несмотря на его сильную неоднородность, является формирование аттрактора между пучностями магнитного и электрического полей, который частицы покидают только вследствие случайности излучения фотонов, причем с ростом мощности время ухода из аттрактора экспоненциально возрастает. В случае Е-волны аттрактор не образуется и время ухода возрастает по степенному закону.

Число  $e^-e^+$ -пар в поле М-волны начинает возрастать экспоненциально во времени при мощностях  $P > 9,6$  ПВт, т. е. в режиме нормального радиационного захвата. Заметим, что в случае Е-волны, оптимальной для развития каскада, порог составляет 7,2 ПВт. Несмотря на то что при одной и той же мощности энергии частиц и фотонов в среднем меньше в случае М-волны, чем в случае Е-волны, частицы могут попадать в области с более сильным магнитным полем, и скорость развития каскада оказывается близкой по значению в обоих типах волн.

Каскад наследует пространственную структуру электрического поля, и в случае М-волны рождаемая  $e^-e^+$ -плазма группируется в торы с общим центром, причем электрическое поле возбуждает азимутальный ток вдоль этих торов. При  $P > 15$  ПВт при воздействии фемтосекундными импульсами на твердотельную мишень плотность  $e^-e^+$ -плазмы может достигать критического значения и азимутальный ток может приводить к генерации сильного радиального магнитного поля, сжимающего плазму в тонкие кольца. Как показало численное моделирование, толщина колец может составлять менее 10 нм и плотность  $e^-e^+$ -плазмы достигать  $10^{26}$  см<sup>-3</sup>.

## Литература

1. *Bell, A.R.* Possibility of prolific pair production with high power lasers / A.R. Bell, J.G. Kirk // *Phys. Rev. Lett.* 2008. V. 101, № 20. P. 200403-1–200403-4.
2. *Gonoskov, A.* Ultrabright GeV photon source via controlled electromagnetic cascades in laser-dipole waves / A. Gonoskov [et al.] // *Phys. Rev. X.* 2017. V. 7, № 4. P. 041003-1–041003-8.
3. *Гельфер, Е.Г.* Генерация квантово-электродинамических каскадов сталкивающимися лазерными импульсами // *Квантовая электроника.* 2016. Т. 46, вып. 4. С. 310–314.
4. *Efimenko, E.* Laser-driven plasma pinching in  $e^-e^+$  cascade / E.S. Efimenko [et al.] // *Phys. Rev. E.* 2019. V. 99, № 3. P. 031201-1–031201-6.
5. *Edwards, M.R.* Strongly enhanced stimulated brillouin backscattering in an electron-positron plasma / M.R. Edwards, N.J. Fisch, J.M. Mikhailova // *Phys. Rev. Lett.* 2016. V. 116, № 1. P. 015004-1–015004-5.
6. *Liang, E.* Intense laser pair creation and applications // *High Energy Dens. Phys.* 2010. V. 6, № 2. P. 219–222.
7. *Gonoskov, A.* Anomalous radiative trapping in laser fields of extreme intensity / A. Gonoskov [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* 2014. V. 113, № 1. P. 014801-1–014801-5.

# РЕКОНСТРУКЦИЯ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ СХЕМ ЛЕГКИХ ЧЕЛОВЕКА ПРИ СЕРДЕЧНОЙ НЕДОСТАТОЧНОСТИ ПО ВРЕМЕННЫМ РЯДАМ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ

*Б.П. Безручко<sup>1</sup>, В.И. Гриднев<sup>2</sup>, Е.В. Навроцкая<sup>3</sup>*

<sup>1</sup>Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН

<sup>2</sup>НИИ кардиологии Саратовского государственного медицинского университета им. В.И. Разумовского

<sup>3</sup>Саратовский государственный национальный исследовательский университет им. Н.Г. Чернышевского

В современной медицине происходит заметное изменение парадигмы в лечении и диагностике патологии человека. Конкретным воплощением новой парадигмы является персонализированная (или целенаправленная) медицина, которая базируется на индивидуальном и координированном подходе в анализе причин возникновения и течения болезни, а также оптимальном лечении конкретного пациента. Конечной целью персонализированной медицины считается поиск интегрированного диагностического и лечебного воздействия для конкретного пациента с учетом его индивидуальной патоморфологии. Такой подход поможет преодолеть ситуацию, когда до 30 % пациентов в выборке оказываются невосприимчивы к стандартизованному лечению или страдают от побочных эффектов диагностики и терапии. Объединение информационных технологий, научно-технических решений в смежных с медициной областях, клинических исследований – это пути внедрения парадигмы персонализированной медицины. Одним из направлений движения является использование для диагностики инструментария и методик обработки данных, сформированных в рамках теории колебаний и нелинейной динамики.

Сердечно-сосудистая патология вносит основной вклад в печальную статистику заболеваний и смертности. Причем одно из первых мест среди опасностей занимает сердечная недостаточность, одним из проявлений которой является отек легких. Поэтому предсказательная диагностика развития отека легких весьма актуальна, а для ее реализации требуются достаточно чувствительные индикаторы, контроль которых был бы возможен без госпитализации пациента. В недавних публикациях [1] описан неинвазивный домашний мониторинг с использованием в качестве индикатора степени отека полного сопротивления (импеданса) легких на нескольких частотах. Импеданс измерялся между контактами, закрепляемыми на груди и спине пациента ассистентом с помощью высокоточного монитора RS-207. Целью нашей работы является исследование возможности реализации подобной процедуры более доступным способом – с использованием в качестве индикатора развития отека комплексного параметра, формируемого на основе коэффициентов уравнений нелинейных RC-цепей, возбуждаемыми переменной ЭДС. Уравнения формируются (реконструируются) по записям колебаний наблюдаемых величин (токов и напряжений), их структура подбирается в экспериментах с лабораторными макетами грудной клетки, заполненной пористым материалом с жидкостью.

Сигналы на выходе современных измерительных устройств, использующих цифровую обработку, имеют вид временного ряда – дискретной последовательности отсчетов – чисел, которыми оперирует компьютер. Данные могут обрабатываться непосредственно или с использованием дополнительной математической модели. Модель, описывающую динамику – изменение переменных во времени, обычно реконструируется по ограниченной (тренировочной) части ряда, а ее адекватность оценивается с помощью неиспользованной части ряда. Особенности процедуры реконструкции уравнений по рядам подробно обсуждаются в [2], где, в частности, показано, что для такого эмпирического моделирования годятся, а зачастую и имеют преимущества, хаотические сигналы и переходные процессы. Моделирование начинается с рассмотрения имеющейся априорной информации об объекте, затем формируется структура модели, выбирается тип уравнений, задается вид функций, устанавливается связь динамических переменных с наблюдаемыми величинами и формируются временные ряды переменных. Для определения значения параметров проводится поиск экстремального значения некоторой целевой функции. Например, минимизируется сумма квадратов отклонений наблюдаемых данных от решения модельных уравнений.

Диагностические показатели, сформированные в результате исследований на лабораторных макетах, и решения реконструированных по ним уравнений эквивалентных RC-цепей в настоящее время апробируются на пациентах, имеющих клинический статус сердечной недостаточности. На электроды, закрепленные на груди и спине пациента, подается возбуждающий сигнал от предоставленного нами портативного устройства, в нем же записываются наблюдаемые величины (токи и напряжения), записи передаются специалисту. Данные обрабатываются компьютером, в результате вычисля-

ются значения контролируемых параметров, соответствующие времени считывания, а их изменение анализируется. В настоящее время накапливается статистический материал.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 20-02-00702).

#### Литература

1. *Shochat M.* Prediction of cardiogenetic puimmonary onset by monitoring right lung impec // Journal of Cardiac Fallure. 2016. V. 14, № 3. P. 52–59.
2. *Bezruchko B.P.* Extracting knowledge from time series : (an introduction to nonlinear empirical modeling) / B.P. Bezruchko, D.A. Smirnov. Berlin ; Heidelberg : Springer-Verlag, 2010. 406 p.

# САМОВОЗДЕЙСТВИЕ АЛЬФВЕНОВСКИХ ВОЛН В ПЛАЗМЕ С ДИСБАЛАНСОМ НАГРЕВА/ОХЛАЖДЕНИЯ

*С.А. Белов, Н.Е. Молевич, Д.И. Завершинский*

Самарский национальный исследовательский университет  
Самарский филиал Физического института им. П.Н. Лебедева РАН

Альфвеновскими волнами называют волны, которые представляют собой поперечные колебаний магнитного поля и скорости плазмы [1]. Диссипация альфвеновских волн в результате различных нелинейных процессов рассматривается как вероятный механизм ускорения солнечного ветра и нагрева солнечной короны. В качестве таких процессов рассматриваются взаимодействия альфвеновских волн с другими МГД-модами. В частности, примером такого взаимодействия может служить параметрический распад альфвеновской волны на низкочастотные альфвеновскую волну и магнитоакустическую волну, которая затем затухает, тем самым отдавая свою энергию плазме [2]. Также помимо процессов взаимодействия альфвеновских волн с другими МГД-модами может иметь значение нелинейное взаимодействие альфвеновской волны с самой собой («самовоздействие») [3–5]. Процесс самовоздействия способствует укрупнению альфвеновских волн, что может приводить к образованию токовых слоев и, следовательно, потере энергии волной. Укрупнение альфвеновских волн является результатом двух процессов. На первом этапе альфвеновская волна индуцирует с помощью пондеромоторной силы продольное возмущение плазмы, бегущее с альфвеновской скоростью. На втором этапе данное возмущение взаимодействует с индуцировавшей его волной.

Стоит отметить, что в солнечной плазме присутствуют неадиабатические процессы нагрева и радиационного охлаждения, учет которых может существенно изменить динамику волн в рассматриваемых моделях. Так, возмущение начального термодинамического равновесия сжимаемой волной может привести к дисбалансу между неадиабатическим нагревом и радиационными потерями. Данный дисбаланс создает вариации температуры и плотности, которые могут влиять на волну, создавая тем самым обратную связь между средой и возмущившей ее волной. Такая обратная связь может проявлять себя в виде тепловых неустойчивостей: изохорической, изобарической, изоэнтропической [6].

В данном исследовании было рассмотрено самовоздействие линейно поляризованных альфвеновских волн в плазме с дисбалансом нагрева/охлаждения [7]. В результате было получено интегродифференциальное уравнение, описывающее самовоздействие альфвеновских волн в данном типе сред. В приближении квазигармонического сигнала данное уравнение сводится к скалярному уравнению Коэна – Кулсруда с кубическим источником. Для этого уравнения получено аналитическое решение. Из полученного решения следует, что скорость укрупнения альфвеновских волн в рассматриваемом случае отличается от скорости в плазме без дисбаланса нагрева/охлаждения. Также следствием решения полученного уравнения является тот факт, что альфвеновские волны могут усиливаться или затухать из-за наличия в уравнении кубического источника. В частности, в условиях изоэнтропической неустойчивости альфвеновские волны укрупняются быстрее и претерпевают увеличение амплитуды по сравнению с плазмой без тепловыделения. В случае изоэнтропической устойчивости, наоборот, происходит более медленное укрупнение и уменьшение амплитуды волны. Показано, что результаты исследования полученного нелинейного уравнения согласуются с результатами численного моделирования распространения линейно поляризованных альфвеновских волн в тепловыделяющей плазме на основе одномерной системы МГД-уравнений [7].

Работа поддержана Минобрнауки РФ в рамках государственного задания вузам и научным организациям (проект FSSS-2020-0014) и грантом РФФИ в рамках научного проекта 18-32-00344.

## Литература

1. *Alfvén, H.* Existence of electromagnetic-hydrodynamic waves / H. Alfvén // *Nature*. – 1942. – Vol. 150 (3805). – P. 405–406.
2. *Wentzel, D.G.* Coronal heating by Alfvén waves / D.G. Wentzel // *Solar Physics*. – 1974. – Vol. 39. – P. 129–140.
3. *Cohen, R.H.* Nonlinear evolution of parallel propagating hydromagnetic waves / R.H. Cohen, R.M. Kulsrud // *Physics of Fluids*. – 1974. – Vol. 17. – P. 2215.
4. *Verwichte, E.* On the evolution of a nonlinear Alfvén pulse / E. Verwichte, V.M. Nakariakov, A.W. Longbottom // *Journal of Plasma Physics*. – 1999. – Vol. 62, iss. 2. – P. 219–232.
5. *Farahani, S.* Nonlinear evolution of torsional Alfvén waves / S. Farahani, V.M. Nakariakov, E. Verwichte, T. Van Doorselaere // *Astronomy and Astrophysics*. – 2012. – Vol. 544. – Art. A127.
6. *Field, G.B.* Thermal instability / G.B. Field // *The Astrophysical Journal*. – 1965. – Vol. 142. – P. 531–567.
7. *Belov, S.A.* Propagation of nonlinear Alfvén waves in heat-releasing plasma / S.A. Belov, N.E. Molevich, D.I. Zavershinskiy // *Physica Scripta*. – 2019. – Vol. 94, № 10. – Art. 105605.

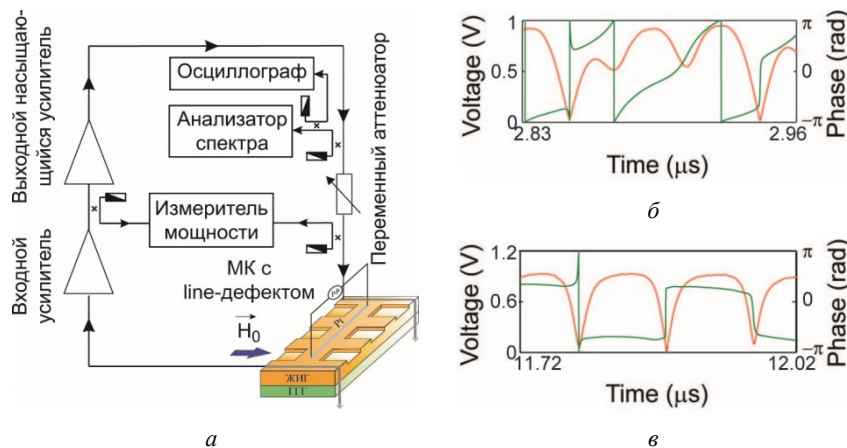
# МНОГОСОЛИТОННЫЕ КОМПЛЕКСЫ В МИКРОВОЛНОВЫХ ГЕНЕРАТОРАХ НА ОСНОВЕ НЕЛИНЕЙНЫХ МАГНИТНЫХ МЕТАМАТЕРИАЛОВ

*А.С. Бир, Д.В. Романенко, С.В. Гришин*

Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

В последние годы активно проводятся исследования по созданию в микроволновом диапазоне частот автономных источников импульсных сигналов ультракороткой длительности. Такие генераторные схемы создаются на основе активных кольцевых резонаторов, в цепи обратной связи которых используются нелинейные элементы в виде ЛБВ-подавителей [1] или дисперсионных пассивных линий передачи на основе ферромагнитных микроволноводов [2]. В работе [2] было показано, что для получения ультракоротких импульсов наносекундной длительности в цепи обратной связи активного кольцевого резонатора можно использовать нерегулярный ферромагнитный микроволновод и транзисторный усилитель, работающий в режиме насыщения выходной мощности. В таких волноводах помимо конкуренции между нелинейными спин-волновыми взаимодействиями (трех- и четырех-волновые процессы) осуществляется управление дисперсией магнитоэлектрической спиновой волны (МСВ). В результате в кольце формируются многосолитонные комплексы, которые состоят из нескольких темных солитонов огибающей. В настоящем докладе демонстрируются экспериментальные результаты по формированию многосолитонных комплексов в активных кольцевых резонаторах с магнитными метаматериалами в виде одномерных (1D) и двумерных (2D) нелинейных метаповерхностей, в которых распространяются МСВ.

На рис. 1, *а* представлен макет кольцевого автогенератора на основе 1D магнитного метаматериала, в качестве которого выступает магнетонный кристалл (МК) с динамическим line-дефектом. МК представляет собой периодическую структуру в виде столбиков и канавок с периодом  $T = 200$  мкм, которая сформирована на поверхности пленки железо-иттриевого граната (ЖИГ) с использованием методов травления и литографии. В области line-дефекта находится платиновая полоска, к которой прикладывается постоянное напряжение. Внешнее постоянное магнитное поле  $H_0$  приложено касательно к поверхности МК и направлено параллельно входному микрополосковому преобразователю. Такая конфигурация поля поддерживает в МК распространение поверхностной МСВ (ПМСВ). На рис. 1, *б, в* приведены амплитудные и фазовые профили генерируемых многосолитонных комплексов.



**Рис. 1.** Блок-схема кольцевого автогенератора с магнитным метаматериалом в виде магнетонного кристалла с динамическим line-дефектом (*а*); амплитудные и фазовые профили темных солитонов огибающей: *б* – в отсутствие постоянного тока ( $I = 0$ ), *в* – в присутствии постоянного тока положительной полярности ( $I = 100$  мА)

Наличие в спектре ПМСВ запрещенной зоны приводит к разрушению частичной хаотической синхронизации между частотами автомодуляции спиновых волн, которая наблюдалась ранее в активном кольцевом резонаторе с однородной пленкой ЖИГ [1]. Это приводит к формированию многосолитонного газа, который состоит из чередующихся хаотическим образом последовательностей темных многосолитонных комплексов. Кроме того, наличие запрещенных зон в спектре ПМСВ обуславливает уменьшение ширины спектра мощности генерируемого многочастотного сигнала, что приводит к увеличению длительности генерируемых темных солитонов огибающей до 10 нс. Также было



установлено, что протекание постоянного тока в области line-дефекта приводит к увеличению потерь спиновых волн и, как следствие, к уменьшению ширины спектра генерируемого многочастотного сигнала. В этом случае возникает частичная хаотическая синхронизация частот автомодуляции спиновых волн, а длительность темных солитонов огибающей возрастает до 30 нс.

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда (проект 19-79-20121).

### Литература

1. *Grishin, S.V.* Self-generation of chaotic dissipative multisoliton complexes supported by competing nonlinear spin-wave interactions / S.V. Grishin, B.S. Dmitriev, O.I. Moskalenko [et al.] // *Physical Review E*. 2018. V. 98. P. 022209.
2. *Бир, А.С.* Генерация темных многосолитонных комплексов в магннном кольцевом резонаторе с управлением дисперсией и конкурирующими нелинейными спин-волновыми взаимодействиями / А.С. Бир, С.В. Гришин // *ПЖЭТФ*. 2019. Т. 110, вып. 5. С. 348–353.

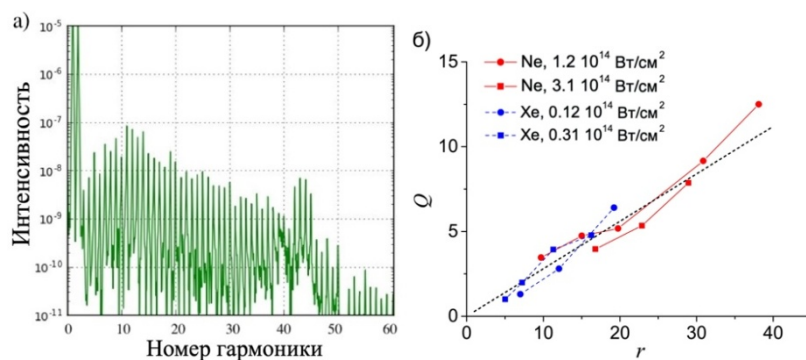
# СПЕКТРАЛЬНАЯ КАУСТИКА В ПРОЦЕССЕ ГЕНЕРАЦИИ ГАРМОНИК ВЫСОКОГО ПОРЯДКА В ДВУХЦВЕТНОМ ПОЛЕ

*В.А. Бируля<sup>1</sup>, В.В. Стрелков<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Московский физико-технический институт (НИУ)

<sup>2</sup>Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, Москва

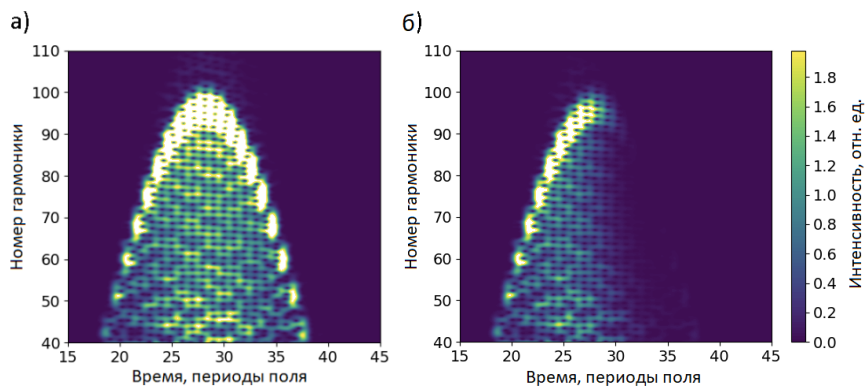
Генерация гармоник высокого порядка (ГГВП) – существенно нелинейный процесс, протекающий при взаимодействии сильного электромагнитного излучения с веществом. Самой распространённой моделью, описывающей его, является полуклассическая трёхступенчатая модель [1]. В ней рассматривается отдельный атом и не учитываются макроскопические эффекты (эффекты распространения). В соответствии с этой моделью ГГВП происходит в три стадии: сначала под действием сильного лазерного поля электрон туннелирует через потенциальный барьер (ионизация); далее происходит движение электрона в электромагнитном поле лазера; затем он возвращается обратно к иону, рекомбинируя и испуская фотон с энергией, равной сумме энергии ионизации и кинетической энергии, приобретённой во время движения в континууме. В данной работе было рассмотрено лазерное излучение, состоящее из основного поля и его второй гармоники.



**Рис. 1.** Спектр гармоник высокого порядка в двухцветном поле (а). Усиление за счёт спектральной каустики в данном спектре лежит возле 43-й гармоники. Степень усиления гармоник высокого порядка за счёт спектральной каустики ( $Q$  – отношение максимальной интенсивности гармоник в окрестности спектральной каустики к средней интенсивности гармоник плато) в зависимости от параметра  $r$  – отношения радиуса свободных электронных колебаний в лазерном поле к размеру атома (б)

Спектр гармоник высокого порядка, генерируемый двухцветным интенсивным лазерным полем в атомарных газах при определённых условиях, имеет ярко выраженный максимум (рис. 1, а), выванный так называемой спектральной каустикой [2]. С использованием численного решения трёхмерного нестационарного уравнения Шрёдингера была исследована спектральная ширина максимума и степень усиления генерации за счёт каустики в зависимости от интенсивности основного поля, длины волны и потенциала ионизации атома. Было обнаружено, что степень усиления зависит не только от параметров двухцветного поля, но и от энергии ионизации атома. Кроме того, было показано, что степень усиления может быть количественно охарактеризована параметром  $r$ , который есть отношение радиуса свободных колебаний электрона в лазерном поле к размеру атома (рис. 1, б). Такое поведение можно объяснить кулоновским притяжением фотоэлектрона к родительскому иону. Более того, было найдено, что влияние этого притяжения на ширину спектрального максимума незначительно.

Также в данной работе был рассчитан макроскопический отклик высоких гармоник с учётом фазового синхронизма. На рис. 2 показаны микроскопический и макроскопический отклик неона в двухцветном поле. Можно видеть, что для используемых условий (соответствующее давление газа и толщина мишени) макроскопический сигнал является квазимонохроматическим, а его частота меняется во времени почти линейно [3]. Такой источник может быть применён, в частности, для построения изображения с временным разрешением при использовании только одного импульса света.



**Рис. 2.** Преобразование Габора микроскопического отклика, рассчитанное для неона в двухцветном поле (а), и преобразование Габора макроскопического отклика, рассчитанное с учетом временного фазового синхронизма (б)

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ 16-02-00858, 19-02-00739.

### Литература

1. *Corkum P.* Plasma perspective on strong field multiphoton ionization // *Phys. Rev. Lett.* 1993. V. 71, № 13. P. 1994–1997.
2. *Raz O.* Spectral caustic in attosecond science / O. Raz, O. Pedatzur, B. Bruner and N. Dudovich // *Nat. Photonics.* 2012. V. 6. P. 170–173.
3. *Birulia V.* Spectral caustic in two-color high harmonic generation: role of Coulomb effects / V. Birulia and V. Strelkov // *Phys. Rev. A.* 2019. V. 99. P. 043413.

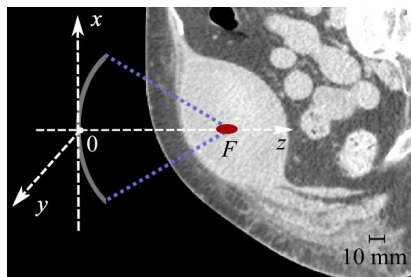
# ВЛИЯНИЕ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ БРЮШНОЙ СТЕНКИ НА ФОКУСИРОВКУ УЛЬТРАЗВУКОВОГО ПУЧКА В ЗАДАЧАХ НЕИНВАЗИВНОЙ ХИРУРГИИ

*А.С. Бобина, П.Б. Росницкий, П.В. Юлдашев, В.А. Хохлова*

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

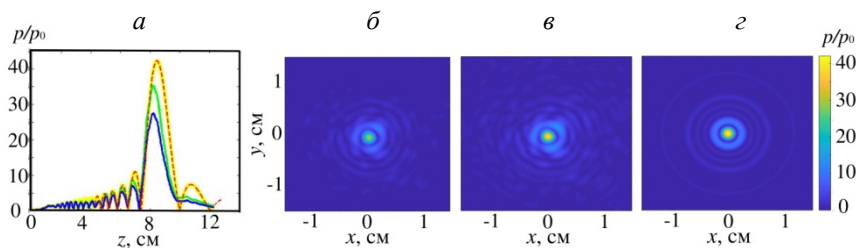
На протяжении последних двадцати лет активно развиваются методы неинвазивной хирургии, основанные на применении высокоинтенсивного фокусированного ультразвука (англ. HIFU – high intensity focused ultrasound) [1]. Протокол облучения HIFU состоит в следующем: экстракорпоральный излучатель фокусирует ультразвуковой пучок в заданную область тела, в которой необходимо осуществить терапевтическое воздействие. Область применения HIFU очень обширна и включает, например, лечение опухолей печени и почек, а также разжижение абдоминальных гематом [2]. Реализация подобных хирургических операций требует предварительного планирования. При этом важен анализ влияния неоднородностей биологической ткани на искажение фокуса пучка, поиск наилучшего расположения излучателя и компенсация аберраций.

Определение параметров ультразвукового поля давления в теле человека в клинических условиях является сложной процедурой. Альтернативным способом может стать численный эксперимент [3]. В данной работе решалась модельная задача облучения абдоминальной гематомы (рис. 1). Акустическая модель тела человека создавалась с использованием трехмерных изображений компьютерной томографии (КТ). Распределения плотности и скорости звука были получены на основе пространственного распределения числа Хаунсфильда, а распределения коэффициента поглощения и нелинейности – методом сегментации КТ-изображений. Каждому типу ткани (кожа, жировая прослойка, мышцы и гематома как сгусток крови) присваивались известные из литературы значения искомых параметров [4]. Рассматривался одноэлементный излучатель с частотой 1 МГц, с апертурой и фокусным расстоянием 8,5 см. Хотя конечной целью являлось исследование нелинейного ударно-волнового воздействия, в качестве первого шага данная задача решалась в линейном приближении (программа k-Wave) [3]. Расчет поля проводился с использованием псевдоспектрального метода.



**Рис. 1.** Геометрия фокусировки ультразвукового пучка в теле человека

Результаты моделирования представлены на рис. 2, где показаны пространственные распределения амплитуды ультразвукового давления на оси пучка (*a*) и в фокальной плоскости пучка при различных условиях фокусировки (*b*, *в*, *г*). Видно, что наличие контраста по скорости звука и плотности между тканями различных органов приводит как к смещению точки фокуса (по оси *x* на 0,25 мм и по оси *y* на 0,5 мм), так и к размытию фокального максимума. Наблюдается уменьшение амплитуды давления в фокусе почти на 40 % в поглощающей неоднородной среде и на 7 % в непоглощающей неоднородной среде по сравнению с фокусировкой в воде. Из графика видно смещение фокуса по оси *z* на 3 мм ближе к излучателю из-за рефракции пучка на границах раздела между тканями. Таким образом, из результатов численного моделирования видно, что для данного примера поглощение вносит основной вклад в уменьшение амплитуды давления в фокусе, однако необходимо также учитывать и влияние аберраций.



**Рис. 2.** Распределения амплитуды давления при фокусировке пучка в воде и через брюшную стенку с учетом поглощения и без поглощения на оси пучка  $z$  (*a*). Синий цвет соответствует фокусировке в поглощающей неоднородной среде, зеленый – непоглощающей неоднородной среде, желтый – воде, красный пунктир – аналитическому решению для случая фокусировки в воде. Распределения амплитуды давления в фокальной плоскости  $xу$  при фокусировке пучка через брюшную стенку с учетом поглощения (*б*), без поглощения (*в*) и в воде (*г*).

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 20-02-00210-а.

### Литература

1. Гаврилов Л.Р. Фокусированный ультразвук высокой интенсивности в медицине / Л.Р. Гаврилов. – М. : Фазис, 2013.
2. Khokhlova T.D. Histotripsy liquefaction of large hematomas / T.D. Khokhlova, W.L. Monsky, Y.A. Haider, A.D. Maxwell, Y.Wang, T.J. Matula // *Ultrasound in Med. & Biol.* 2016. V. 42, № 7. P. 1491–1498.
3. Treeby B. Modeling nonlinear ultrasound propagation / B. Treeby [et al.] // *J. Acoust. Soc. Am.* 2012. V. 131, № 6. P. 4324–4336.
4. Бобина А.С., Хохлова В.А., Юлдашев П.В. / Влияние неоднородностей биологической ткани на фокусировку ультразвукового пучка в задачах неинвазивной хирургии // Сборник трудов XVI Всероссийской школы-семинара «Физика и применение микроволн» имени профессора А.П. Сухорукова («Волны-2017»). 2017. С. 7–10.

## ГРАДИЕНТНЫЕ СОСТОЯНИЯ В СИСТЕМЕ НЕЛОКАЛЬНО-СВЯЗАННЫХ ФАЗОВЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ

*Д.И. Болотов<sup>1</sup>, М.И. Болотов<sup>1</sup>, Л.А. Смирнов<sup>2,1</sup>, Г.В. Осипов<sup>1</sup>, А.С. Пиковский<sup>3,1</sup>*

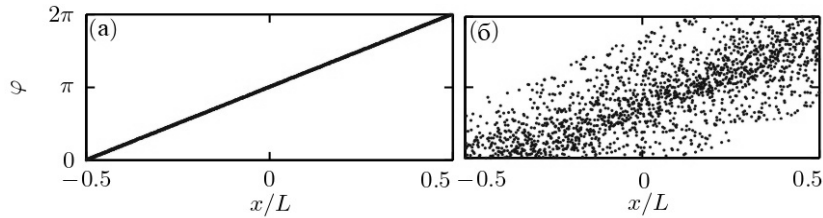
<sup>1</sup>Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

<sup>2</sup>Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

<sup>3</sup>Потсдамский университет, Германия

Системы связанных осцилляторов представляют интерес с точки зрения теоретических и экспериментальных исследований. Данные модели позволяют строить адекватное описание для довольно широкого класса объектов в физике, химии, биологии и других областях науки [1].

В данной работе рассматривается система нелокально-связанных идентичных фазовых осцилляторов, обладающих собственной частотой  $\omega$  и непрерывно распределённых в интервале  $[0; L]$ , на концах которого выполнены периодические граничные условия. Это эквивалентно ситуации, когда элементы одномерной осцилляторной среды расположены на кольце длиной  $L$ . Состояние данной системы задается с помощью динамической переменной – фазы  $\varphi(x, t)$ . Одним из возможных динамических режимов в подобных системах являются градиентные состояния (ГС), когда усреднённая фаза элементов равномерно возрастает (убывает) и делает целое число оборотов за полный проход по длине среды  $L$  [2]. Различают полностью синхронные и частично синхронные ГС в зависимости от степени когерентности элементов (рис. 1).



**Рис. 1.** Полностью (а) и частично (б) синхронные ГС

Рассматриваемая система удовлетворяет интегро-дифференциальному уравнению

$$\partial_t \varphi(x, t) = \omega + \text{Im} \left[ \widehat{H}(x, t) \exp \left[ -i\varphi(x, t) - i\alpha \left( \widehat{H}(x, t) \right) \right] \right], \quad (1)$$

где

$$H(x, t) = \varepsilon e^{i(\Omega t + \alpha)} + \int_0^L G(x - \tilde{x}) Z(\tilde{x}, t) d\tilde{x} \quad (2)$$

представляет собой оператор свёртки. Его ядро  $G(x)$  характеризует взаимодействие внутри обсуждаемой среды. В качестве  $G(x)$  выберем функцию

$$G(x) = \text{ch}(|x| - L/2) / 2 \text{sh}(L/2), \quad (3)$$

хорошо аппроксимирующую случай слабо нелокальной связи. Величина  $\alpha(H) = \alpha_0 + \alpha_1 |H|^2$  определяет нелинейный фазовый сдвиг [3].

Основной целью проведённых исследований является изучение ГС в рассматриваемой осцилляторной среде в зависимости от её длины  $L$ . С помощью процедуры редукции Отта – Антонсена, предложенной в работе [4], можно получить динамические уравнения относительно локального параметра порядка  $Z(x, t)$ , характеризующего степень когерентности элементов в окрестности точки  $x$ . Там, где  $|Z(x, t)| = 1$ , поведение соседних элементов среды синхронно. Если же  $|Z(x, t)| < 1$ , то фазовые осцилляторы вращаются асинхронно. Динамика  $Z(x, t)$  описывается уравнением

$$\partial_t Z = i\omega Z + \left( e^{-i\alpha(H)} H - e^{i\alpha(H)} H^* Z^2 \right) / 2, \quad (4)$$

$$H(x, t) = \int_0^L G(x - \tilde{x}) Z(\tilde{x}, t) d\tilde{x}. \quad (5)$$

Будем рассматривать равномерно вращающиеся ГС, которые в терминах локального параметра порядка задаются следующими выражениями:

$$Z(x, t) = z_0 \exp \left[ i(-qx + (\omega + \Omega)t) \right], \quad H(x, t) = h_0 \exp \left[ i(-qx + (\omega + \Omega)t) \right], \quad (6)$$

где  $z_0 = \text{const}$ ,  $h_0 = \text{const}$ ,  $q = 2\pi/L$ .

В рамках проведённого исследования были определены области существования и устойчивости ГС (6) [5]. Показано, что полностью синхронные ГС устойчивы либо с некоторого критического значения длины  $L$ , либо на некотором интервале длин. Также впервые описаны частично синхронные ГС, наблюдаемые в системе идентичных осцилляторов. Заметим, что их существование обусловлено не наличием неоднородности собственных частот, а нелинейной зависимостью фазового сдвига от степени когерентности элементов.

Работа выполнена при поддержке РФФ (проект 17-12-01534) и РФФИ (проект 19-52-12053).

### Литература

1. *Pikovsky A.S.* Synchronization. A Universal Concept of Nonlinear Sciences / A.S. Pikovsky, M.G. Rosenblum, J. Kurths // Cambridge : Cambridge University Press, 2001.
2. *Omel'chenko O.E.* Partially coherent twisted states in arrays of coupled phase oscillators / O.E. Omel'chenko, M. Wolfrum, C.R. Laing // Chaos. 2014. V. 24, № 2. P. 023102.
3. *Bordyugov G.* Self-emerging and turbulent chimeras in oscillator chains / G. Bordyugov, A. Pikovsky, M. Rosenblum // Phys. Rev. E. 2010. V. 82. P. 035205.
4. *Ott E.* Low dimensional behavior of large systems of globally coupled oscillators / E. Ott, Th.M. Antonsen // Chaos. 2008. V. 18, № 3. P. 037113.
5. *Bolotov D.* Twisted states in a system of nonlinearly coupled phase oscillators / D. Bolotov, M. Bolotov, L. Smirnov, G. Osipov, and A. Pikovsky // Regular and Chaotic Dynamics. 2019. V. 24, № 6. P. 717–724.

## СТАБИЛИЗАЦИЯ ХИМЕРНЫХ СОСТОЯНИЙ ВНЕШНИМ ПЕРИОДИЧЕСКИМ ВОЗДЕЙСТВИЕМ

*М.И. Болотов<sup>1</sup>, Л.А. Смирнов<sup>2,1</sup>, Г.В. Осипов<sup>1</sup>, А.С. Пиковский<sup>3,1</sup>*

<sup>1</sup>Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

<sup>2</sup>Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

<sup>3</sup>Потсдамский университет, Германия

Анализ динамики различных систем нелокально связанных идентичных осцилляторов показывает, что для таких моделей характерным является переход в экзотические (хотя теперь уже и привычные) состояния с нарушенной симметрией. Эти состояния называются химерами и представляют в большинстве случаев пространственные структуры, в которых выделяются и продолжительное время сосуществуют области с полностью синхронным и частично когерентным поведением элементов [1]. За последнее десятилетие был достигнут значительный прогресс как в теоретическом, так и в экспериментальном исследовании разнообразных химерных режимов [2].

В данной работе рассмотрена возможность стабилизации неустойчивой однокластерной химеры в системе идентичных нелокально связанных осцилляторов с помощью внешнего периодического воздействия. В качестве базовой модели замкнутой в кольцо одномерной среды длиной  $L$  используется модель осцилляторов Курамото – Баттогтоха [1], описываемая фазой  $\varphi(x, t)$ , динамика которой в каждой точке интервала  $[0, L]$  определяется как общим средним полем, так и внешним периодическим воздействием с амплитудой  $\varepsilon$  и частотой  $\Omega$  согласно уравнению

$$\partial_t \varphi = \int_0^L G(x - \tilde{x}) \sin(\varphi(\tilde{x}, t) - \varphi(x, t) - \alpha) d\tilde{x} + \varepsilon \sin(\Omega t - \varphi(x, t)). \quad (1)$$

Здесь ядро  $G(x) = \text{ch}(|x| - L/2) / 2 \text{sh}(L/2)$  воспроизводит слабое нелокальное взаимодействие внутри среды [3],  $\alpha$  – фазовый сдвиг.

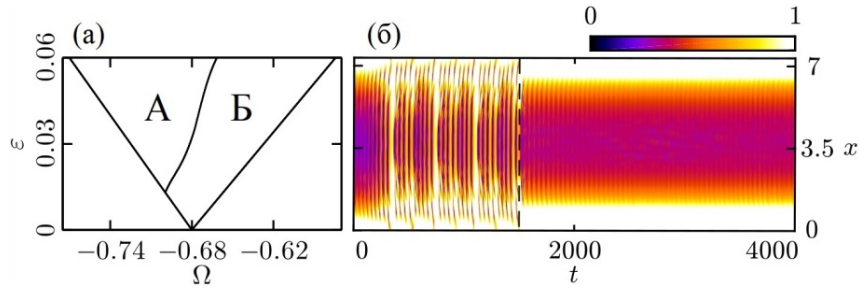
В случае среды фазовых осцилляторов можно ввести локальный параметр порядка  $Z(x, t) = \langle e^{i\varphi(x, t)} \rangle_{\text{loc}}$ , используя процедуру усреднения в малой окрестности точки  $x$  [2]. Амплитуда данной комплексной величины характеризует степень синхронности фаз в данной окрестности. Если  $|Z(x, t)| = 1$ , то соседние элементы движутся синхронно, при  $|Z(x, t)| < 1$  осцилляторы в окрестности частично синхронны. Кроме того, согласно [2] параметр порядка  $Z(x, t)$  удовлетворяет уравнению Отта – Антонсена [2]:

$$\partial_t Z = (e^{-i\alpha} H - e^{i\alpha} H^* Z^2) / 2, \quad H(x, t) = \varepsilon e^{i(\Omega t + \alpha)} + \int_0^L G(x - \tilde{x}) e^{i\varphi(\tilde{x}, t)} d\tilde{x}. \quad (2)$$

С точки зрения (2) (т. е. в терминах усредненных мезоскопических полей) химерный режим соответствует пространственному профилю  $Z(x, t)$ , в котором интервалы с  $|Z(x, t)| = 1$  сосуществуют с интервалами, где  $|Z(x, t)| < 1$ . Далее будем рассматривать стационарные равномерно вращающиеся с частотой  $\Omega$  однокластерные химеры, для которых  $Z(x, t) = z(x) e^{i\Omega t}$ ,  $H(x, t) = h(x) e^{i\Omega t}$ , а число областей с синхронной динамикой осцилляторов равняется одному. В работе [3] разработан метод поиска стационарных химер и процедура анализа их устойчивости для различных значений  $L$ .

Продемонстрируем эффект стабилизации неустойчивого химерного состояния с помощью внешнего воздействия на следующем примере. При  $L = 7,332$  в системе (1) в отсутствие внешнего воздействия ( $\varepsilon = 0$ ) существует неустойчивая стационарная химера с  $\Omega = -0,68$ , эволюционирующая к турбулентному режиму с нерегулярным поведением параметра порядка (рис. 1, б). При ненулевом внешнем воздействии на плоскости параметров  $(\Omega, \varepsilon)$  для химерного состояния существует область захвата (синхронизации с внешней силой), когда частота вращения когерентного интервала совпадает с частотой стороннего воздействия (рис. 1, а). Причем в подобласти А химера устойчива, а в подобласти Б неустойчива. Таким образом, выбирая значения параметров внешнего воздействия из подобласти А, можно стабилизировать неустойчивую химеру (рис. 1, б).





**Рис. 1.** Результат прямого численного моделирования дискретного варианта системы (1) с  $N$  осцилляторами при  $N = 8192$ ,  $\alpha = 1,457$ ,  $L = 7,332$ :  $a$  – область захвата однокластерной химеры (А – устойчивая химера, Б – неустойчивая химера);  $b$  – динамика  $|Z(x, t)|$ . В момент времени  $t = 1500$  включается внешнее воздействие с параметрами  $\Omega = -0,68$ ,  $\varepsilon = 0,06$

Работа выполнена при поддержке РФФ (проект 17-12-01534) и РФФИ (проект 19-52-12053). Численные исследования поддержаны РФФИ (проект 18-32-00973).

### Литература

1. Kuramoto, Y. Coexistence of coherence and incoherence in nonlocally coupled phase oscillators / Y. Kuramoto, D. Battogtokh // *Nonlinear Phenom. Complex Syst.* 2002. V. 5. P. 380.
2. Omel'chenko, O.E. The mathematics behind chimera states // *Nonlinearity*. 2018. V. 31. P. R121–R164.
3. Smirnov, L. Chimera patterns in the Kuramoto-Battogtokh model / L. Smirnov, G. Osipov, A. Pikovsky // *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*. 2017. V. 50. P. 08LT01.

# ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ НАБЛЮДЕНИЕ ЯЗЫКОВ АРНОЛЬДА В СИСТЕМЕ ВЕГЕТАТИВНОЙ РЕГУЛЯЦИИ КРОВООБРАЩЕНИЯ

*Е.И. Боровкова*<sup>1,2</sup>, *Е.П. Чернец*<sup>1</sup>, *А.Р. Киселев*<sup>1,2</sup>,  
*В.И. Гриднев*<sup>1,2</sup>, *Б.П. Безручко*<sup>1,3</sup>, *А.С. Караваев*<sup>1,2,3</sup>

<sup>1</sup>Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

<sup>2</sup>Саратовский государственный медицинский университет им. В.И. Разумовского

<sup>3</sup>Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН

Известно большое количество работ, посвященных исследованию организации вегетативной регуляции кровообращения [1–3]. Особое внимание уделяется контуру барорефлекторной регуляции тонуса артериальных сосудов [4–7]. Контур обеспечивает стабилизацию среднего артериального давления, демонстрируя при этом характерные автоколебания с частотой около 0,1 Гц в сигнале фотоплетизмограммы (сигнале кровенаполнения сосудов пальца, регистрируемого оптическим датчиком отраженного света в инфракрасном диапазоне). Несмотря на большое количество предложенных математических моделей, объясняющих механизмы автономной регуляции кровообращения, не сформировано окончательного представления о механизме воздействия на исследуемый контур процесса дыхания. Известны математические модели, предполагающие воздействие дыхания на исследуемый контур посредством механической стимуляции барорецепторов при движении грудной клетки и динамическое взаимодействие через коэффициент связи в центре в продолговатом мозге [8–9]. Открытым вопросом также является оценка порядка значений коэффициентов, связанных с амплитудой воздействия дыхания, и их связи с экспериментальным сигналом дыхания. Решение этих задач имеет важное значение для математического моделирования вегетативной регуляции кровообращения и для развития методов неинвазивной диагностики, основанных на персонифицированном моделировании исследуемых процессов.

В результате исследования предложена методика экспериментального наблюдения языка Арнольда для анализа механизма взаимодействия контура барорефлекторной регуляции тонуса артериальных сосудов и дыхания. Методика была применена для анализа сигналов 10 здоровых испытуемых без выявленных сердечно-сосудистых патологий. Постановка специального активного эксперимента, заключающегося в воздействии на контур регуляции сигналом дыхания, частота которого линейно меняется около 0,1 Гц по звуковому сигналу и которое генерируется специальным устройством, позволила определить границы языков синхронизации. Обнаружено, что взаимодействие рассматриваемых контуров и дыхания носит принципиально нелинейный характер. Доказательством этому служит нелинейная и несимметричная форма клюва. Были сделаны выводы, что наиболее длительные интервалы синхронизации наблюдаются при дыхании с большей амплитудой.

Полученный в эксперименте язык Арнольда был сопоставлен с языком синхронизации неавтономной системы с запаздывающей обратной связью, качественно описывающей явления синхронизации между исследуемыми процессами [4]. На модельной системе было исследовано, какой вклад в исследуемый контур вносит один из двух типов взаимодействия дыхания (внутреннее взаимодействие и механическое воздействие дыхания). Было выбрано соотношение коэффициентов, при котором поведение модельной системы было максимально приближено к экспериментальному клюву синхронизации.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ 20-02-00702.

## Литература

1. Julien, C. The enigma of Mayer waves: facts and models / C. Julien // *Cardiovascular Research*. 2006. V. 70. P. 12–21.
2. Seidel, H. Bifurcations in a nonlinear model of the baroreceptor-cardiac reflex / H. Seidel, H. Herzel // *Physica D: Nonlinear Phenomena*. 1998. V. 115. P. 145–160.
3. Kotani, K. Model for complex heart rate dynamics in health and disease / K. Kotani, Z.R. Struzik, K. Takamasu, H.E. Stanley, Y. Yamamoto // *Physical Review E*. 2005. V. 72. P. 041904.
4. Ишбулатов, Ю.М. Модель системы автономной регуляции сердечно-сосудистой системы с контуром барорефлекторного контроля среднего артериального давления в виде автогенератора с запаздыванием / Ю.М. Ишбулатов, А.С. Караваев, В.И. Пономаренко, М.Д. Прохоров, Б.П. Безручко // *Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика*. 2015. Т. 15, № 2. С. 32–38.
5. Караваев, А.С. Модель сердечно-сосудистой системы человека с автономным контуром регуляции среднего артериального давления / А.С. Караваев, Ю.М. Ишбулатов, А.Р. Киселев, В.И. Пономаренко, М.Д. Прохоров, С.А. Миронов, В.А. Шварц, В.И. Гриднев, Б.П. Безручко // *Физиология человека*. 2017. Т. 43, № 1. С. 70–80.
6. Ringwood, J.V. Slow oscillations in blood pressure via a nonlinear feedback model / J.V. Ringwood, S.C. Malpas // *The American Journal of Physiology–Regulatory, Integrative and Comparative Physiology*. 2001. V. 280, № 4. P. 1105–1115.

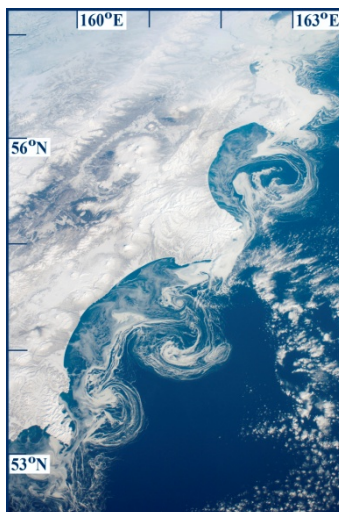
7. *Ottesen, J.T.* Modelling of the baroreflex-feedback mechanism with time-delay / J.T. Ottesen // *Journal of Mathematical biology*. 1997. V. 36, iss. 1. P. 41–63.
8. *Cooley, R.L.* Evidence for a central origin of the low-frequency oscillation in RR-interval variability / R.L. Cooley, N. Montano, C. Cogliati, P. Van de Borne, W. Richenbacher, R. Oren, V.K. Somers // *Circulation*. 1998. V. 98. P. 556–561.
9. *Malliani, A.* Cardioscular variability is not an index of autonomic control of circulation / A. Malliani, C. Julien, G.E. Billman // *American Journal of Physiology*. 2006. V. 101. P. 684.

## НАБЛЮДЕНИЕ И ЛАГРАНЖЕВ АНАЛИЗ КВАЗИСТАЦИОНАРНЫХ АНТИЦИКЛОНИЧЕСКИХ ВИХРЕЙ КУРИЛО-КАМЧАТСКОГО ЖЕЛОБА

*М.В. Будянский, М.Ю. Улейский, С.В. Пранц*

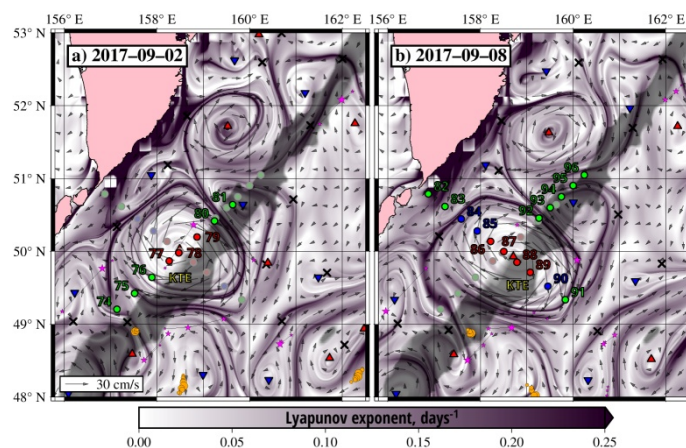
Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичёва ДВО РАН, Владивосток

В Беринговом море у восточного побережья Камчатки исследовались особенности мезомасштабного вихревого поля в альтиметрическом поле скорости. С помощью данных альтиметрии за последние 25 лет и ежесуточных лагранжевых карт, рассчитанных за этот период, обнаружен район вблизи южной оконечности Камчатки над Курило-Камчатским желобом, где мезомасштабные антициклонические вихри могут стационарироваться в течение многих месяцев. С помощью лагранжевых карт различных индикаторов идентифицированы 24 таких вихря Курило-Камчатского желоба. Эти вихри «генетически» связаны с антициклоническими камчатскими вихрями, возникающими в результате неустойчивости Восточно-Камчатского течения за мысами в заливах и затем мигрирующими на юг вместе с течением (рис. 1). По достижении западного склона Курило-Камчатского желоба эти вихри замедляют свое движение и стационарируются там, сливаясь время от времени с камчатскими вихрями, адвектируемыми с севера. Такая накачка сопровождается значительным увеличением их размера, дестабилизацией с последующей эрозией.



**Рис. 1.** Фотография, сделанная 15 марта 2012 г. астронавтами с орбиты Международной космической станции. Показаны типичные прибрежные камчатские антициклоны в Камчатском и Кроноцком заливах (Credits NASA)

Типичный вихрь семейства вихря Курило-Камчатского желоба 2017 года стационарировал над желобом в течение 8 месяцев и был исследован в рейсе НИС «Академик Опарин» в сентябре 2017 года (рис. 2). STD-съемка показала типичную вертикальную структуру водных масс в это время года с теплым поверхностным слоем, холодным и распресненным подповерхностным слоем и теплым промежуточным слоем. С помощью лагранжевых карт различных индикаторов был проанализирован жизненный цикл этого вихря, и показано, что он является антициклоном, экранированным циклонами меньшего масштаба по своей периферии. Такая конфигурация поддерживала его устойчивость и стагнацию над желобом в течение длительного времени. Проведен анализ различных факторов и механизмов, поддерживающих стагнацию этого и других вихрей над желобом. Отметим высокую точность лагранжева моделирования: местоположение станции 88 в центре вихря всего на несколько километров отличалось от координат вычисленной эллиптической точки в центре вихря.



**Рис. 2.** Карты показателя Ляпунова для региона с вихрем КТЕ2017, окруженного циклонами меньшего масштаба, с наложенными станциями наблюдения на 2 (a) и 8 (b) сентября 2017 года. Ориентированные вверх (вниз) треугольники – это вычисленные эллиптические точки, соответствующие центрам антициклонов (циклонов). Местоположения и номера станций отбора проб обозначены цветными точками: красными, соответствующими центральной части вихря; синими – его периферии; зелеными – окружающим субарктическим водам. Глубины более 6 км показаны серым цветом. Следы дрейфтеров и буев Argo показаны оранжевыми кружочками и пурпурными звездами соответственно.

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда (проект 19-17-00006).

#### Литература

1. Prants, S.V. Observation and Lagrangian analysis of quasi-stationary Kamchatka trench eddies / S.V. Prants, M.V. Budyansky, V.B. Lobanov, A.F. Sergeev, M.Yu. Uleysky // Journal of Geophysical Research : Oceans. 2020. [направлена в печать].

# ГЕНЕРАЦИЯ ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ ФЕМТОСЕКУНДНОГО ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ИЗОТРОПНЫХ СРЕДАХ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ТЕРАГЕРЦОВОГО ИМПУЛЬСА

*Е.А. Бурова<sup>1</sup>, С.Б. Бодров<sup>1,2</sup>, Ю.А. Сергеев<sup>2</sup>, А.И. Корытин<sup>2</sup>, А.Н. Степанов<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

<sup>2</sup>Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

Генерация второй оптической гармоники в постоянном электрическом поле вызывает в настоящее время неослабевающий интерес в связи с фундаментальным исследованием нелинейных свойств различных материалов. Помимо постоянного электрического поля для возбуждения второй гармоники (ВГ) также можно использовать и низкочастотные (терагерцовые) электромагнитные импульсы, что позволяет, например, исследовать не только величину, но и динамику нелинейного отклика среды.

Теория генерации ВГ в изотропных или периодически поляризованных материалах с квадратичной нелинейностью хорошо разработана [1]. Также эта теория может быть успешно применена для генерации ВГ в постоянном поле. В случае генерации ВГ с участием ТГц-излучения, когда нелинейный источник ВГ ограничен движущейся областью ТГц-импульса, теория до настоящего времени еще не разработана. В данной работе теоретически и экспериментально исследована генерация ВГ оптического излучения при нелинейном взаимодействии фемтосекундного оптического и субпикосекундного ТГц-импульсов в слое материала с кубической нелинейностью.

Для теоретического описания была рассмотрена одномерная задача генерации ВГ при облучении нелинейного материала толщиной  $L$  оптическим и ТГц-импульсами с регулируемой временной задержкой  $t_d$ . Из-за разных скоростей оптического и ТГц-импульсов внутри материала их перекрытие происходит в различных точках пространства в зависимости от  $t_d$  (рис. 1). В области перекрытия формируется движущаяся нелинейная поляризация, которая может излучать поле ВГ. Для расчета динамики формирования этого поля вначале был рассмотрен случай полубесконечного слоя. В результате решения одномерного волнового уравнения с заданным нелинейным источником (для решения использовался метод Фурье преобразования с точными граничными условиями) были получены аналитические выражения для поля ВГ. При некоторых соотношениях скоростей ТГц и оптического излучения были получены более простые аналитические формулы.

В частности, исследован режим адиабатического возбуждения поля ВГ, когда длина когерентности первой и второй оптических гармоник меньше длины разбега оптического и ТГц-импульсов. Показано, что когда оптический и ТГц-импульсы накладываются около входной границы среды, генерируется импульс ВГ, амплитуда которого пропорциональна ТГц-полю на данной границе в момент падения лазерного импульса. При другой  $t_d$ , когда оптический и ТГц-импульсы накладываются в объеме среды, ВГ не излучается, а локализована только в области ТГц-импульса.

Для проверки теоретических предсказаний был проведен эксперимент с помощью титансапфировой лазерной системы. Терагерцовое излучение генерировалось лазерными импульсами в кристалле  $\text{LiNbO}_3$  и фокусировалось совместно с пробным оптическим импульсом в слой плавленого кварца толщиной  $L = 3$  мм. Генерируемое излучение ВГ измерялось фотоэлектронным умножителем (ФЭУ). На рис. 2 показана зависимость сигнала ФЭУ от  $t_d$ . Два всплеска около  $t_d = 0$  и  $t_d = 4,8$  пс хорошо повторяют квадрат поля ТГц-импульса около входной и выходной границ слоя соответственно, что согласуется с теоретическими предсказаниями. Между этими всплесками, когда оптический и ТГц-импульсы накладываются в объеме образца, сигнал ВГ отсутствует, что также согласуется с теорией.

В качестве практического приложения исследованного эффекта предложено использовать генерацию ВГ для определения неоднородностей в объеме материалов прозрачных для ТГц и оптического излучений. На рис. 3 показан сигнал ВГ, генерируемый из двух кварцевых пластин толщиной 0,9 м, склеенных оптическим клеем. Помимо двух всплесков от входной и выходной граней виден явный всплеск при  $t_d = 1,6$  пс, соответствующий клеевому слою.

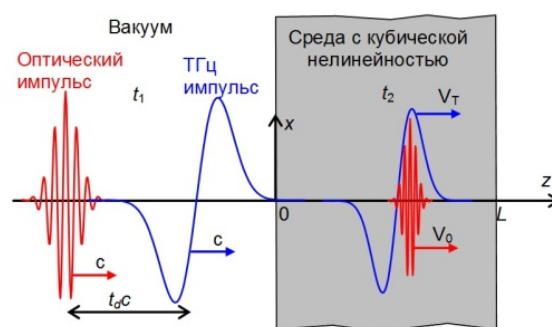
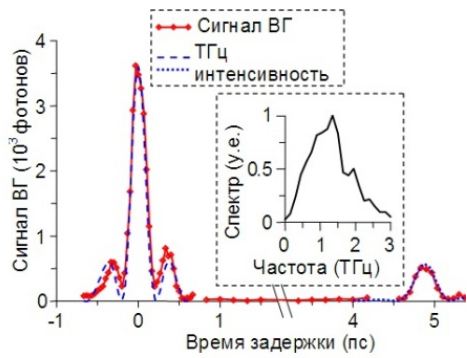
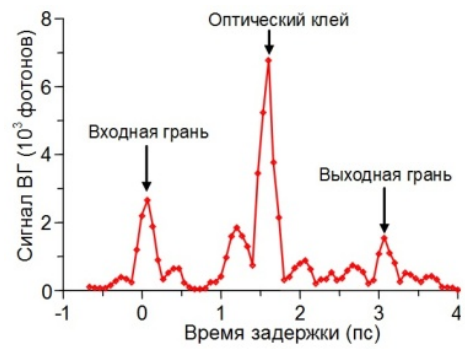


Рис. 1. Геометрия задачи



**Рис. 2.** Экспериментально измеренный сигнал второй гармоники в зависимости от  $t_d$



**Рис. 3.** Сигнал второй гармоники, зависящий от  $t_d$ , для двух слоев плавленого кварца, склеенных оптическим клеем

### Литература

1. *Armstrong J.A.* Interactions between light waves in a nonlinear dielectric / J.A. Armstrong, N. Bloembergen, J. Ducuing and P.S. Pershan // *Phys. Rev.* 1962. V. 127, № 6. P. 1918–1939.

# ИССЛЕДОВАНИЕ НЕАДИАБАТИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ ИОНОВ В ПОЛЕ ТОКОВЫХ СЛОЕВ СОЛНЕЧНОГО ВЕТРА

*А.А. Виноградов<sup>1,2</sup>, А.В. Артемьев<sup>1,3</sup>, Е.В. Юшков<sup>1</sup>, И.Ю. Васько<sup>1,4</sup>*

<sup>1</sup>Институт космических исследований РАН, Москва

<sup>2</sup>Высшая школа экономики, Москва

<sup>3</sup>University of California, Los Angeles, California, США

<sup>4</sup>Space Sciences Laboratory, University of California, Berkeley, California, США

Солнечный ветер – это сверхзвуковой поток плазмы, замороженный в межпланетное магнитное поле, ускоренное от Солнца. Измерения солнечного ветра в широком диапазоне расстояний от Солнца, выполненные приборами Helios, Ulysses, New Horizons, показывают, что радиальная эволюция температуры ионов солнечного ветра значительно отличается от модели адиабатического расширения [1, 2]. Решение проблемы нагрева солнечным ветром чрезвычайно важно как для понимания структуры гелиосферы, так и для адекватного описания атмосфер далеких звезд.

Магнитное поле солнечного ветра является турбулентным, и в нем преобладают многочисленные мелкомасштабные когерентные высокоамплитудные структуры, такие как квазиодномерные разрывы (токовые слои, удары и разрывы вращения). Современные теоретические модели предполагают, что токовые слои могут внести существенный вклад в нагрев солнечного ветра, но нет единой общепринятой концепции механизма, ответственного за такой нагрев.

Одномерные неоднородности были обнаружены в солнечном ветре первыми спутниковыми миссиями [3, 4] как мелкомасштабные вращения или изменения амплитуды магнитного поля. Существование таких разрывов в солнечном ветре было предсказано теорией магнитной гидродинамики (МГД) [5].

Согласно теории МГД, одномерные разрывы магнитного поля делятся на тангенциальные разрывы (которые разделяют две плазмы с разными характеристиками), вращательные разрывы (которые движутся относительно плазмы, ускоряя плазму, которая пересекает разрыв), и ударные волны [5]. Эта классификация, однако, не описывает внутреннюю (кинетическую) структуру разрывов, которая может изменяться даже при разрыве одного и того же типа [6]. Поэтому изучение вклада токовых слоев в нагрев и рассеяние заряженных частиц в солнечном ветре требует детальной наблюдательной информации о конфигурации магнитных полей и построения теоретических моделей их взаимодействия с заряженными частицами.

Динамика ионов в токовых слоях с сильным магнитным полем описывается в рамках адиабатической теории [7, 8]. В нашей работе рассматривается динамика ионов в магнитном поле токового слоя, характерного для солнечного ветра, а именно:  $B_x = B_0 \tanh(z/L)$ ,  $B_y = \sigma_1 B_0 / \cosh(z/L) + \sigma_0 B_0$ ,  $B_z = \text{const}$ .

Обезразмеривая все переменные, можно видеть, что динамика ионов зависит от двух параметров:  $\eta = (\rho_0/L)^{1/2}$  и  $\kappa = B_z/B_0(L/\rho_0)^{1/2}$ , где  $\rho_0 = (2Hm)^{1/2}c/eB_0$  – ларморовский радиус,  $H$  – гамильтониан, которые определяют конфигурацию токового слоя. Если параметр  $\kappa$  мал,  $\kappa \ll 1$ , то переменные разделяются на две пары: быструю и медленную координату и импульс. Периодичность быстрого движения частицы позволяет ввести квазиадиабатический инвариант как площадь, ограниченную замкнутой траекторией, нормированной на  $2\pi$ . Принимая во внимание сохранение энергии, импульса и приближенное сохранение квазиадиабатического инварианта, можно проинтегрировать уравнения движения. Однако для достаточно тонких токовых слоев ионы размагничиваются в центре слоя и квазиадиабатический инвариант претерпевает скачок, что приводит к рассеянию иона.

Объединяя многоспутниковый анализ данных, теоретические модели и численное моделирование, в данной работе мы изучаем роль, которую играют токовые слои в рассеянии и термализации ионов солнечного ветра. Наши результаты будут затем применены для описания новых измерений миссии NASA / Parker Solar Probe вблизи Солнца и будущих измерений ESA / Solar Orbiter.

## Литература

1. *Cranmer S.R.* Empirical constraints on proton and electron heating in the fast solar wind / S.R. Cranmer, W.H. Matthaeus, B.A. Breech, and J.C. Kasper // *The Astrophysical Journal*. 2009. V. 702. P. 1604–1614.
2. *Elliott H.A.* The New Horizons solar wind around Pluto (SWAP) observations of the solar wind from 11–33 au / H.A. Elliott, D.J. McComas, P. Valek, G. Nicolaou, S. Weidner, and G. Livadiotis // *The Astrophysical Journal Supplement Series*. 2016. V. 223. Art. 19.
3. *Burlaga L.F.* Directional discontinuities in the interplanetary magnetic field // *Sol. Phys.* 1969. V. 7. P. 54–71.
4. *Colburn D.S., Sonett C.P.* Discontinuities in the solar wind // *Space Sci. Rev.* 1966. V. 5. P. 439.
5. *Ландау Л.Д.* Электродинамика сплошных сред / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М.: Наука, 1982. – 620 с.



6. *Harrison M.G.* One-dimensional Vlasov-Maxwell equilibrium for the force-free Harris sheet / M.G. Harrison, Thomas Neukirch // *Physical Review Letters*. 2009. V. 102. P. 135003.
7. *Artemyev A.V.* Ion motion in the current sheet with sheared magnetic field. Part 1: Quasi-adiabatic theory / A.V. Artemyev, A.I. Neishtadt, L.M. Zelenyi // *Nonlin. Processes Geophys.* 2013. V. 20. P. 163–178.
8. *Zelenyi L.M.* Quasiadiabatic dynamics of charged particles in a space plasma / L.M. Zelenyi, A.I. Neishtadt, A.V. Artemyev, D.L. Vainchtein, H.V. Malova // *Physics–Uspekhi*. 2013. V. 56, № 4. P. 347–394.

# СТАЦИОНАРНАЯ КОНВЕКЦИЯ ВЯЗКОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ ПРИ НЕОДНОРОДНОМ НАГРЕВЕ ОДНОЙ ИЗ ГРАНИЦ СЛОЯ И ТЕПЛОПЕРЕДАЧЕ НА ВЕРХНЕЙ ГРАНИЦЕ

*С.С. Власова*

Казанское ОКБ «Союз», Казань

В работе рассматривается стационарное двумерное конвективное течение вязкой теплопроводной несжимаемой жидкости в геометрически анизотропной полосе, индуцированное одним из двух вариантов неоднородного нагрева, когда задан локализованный источник нагрева на свободной верхней границе или на нижней твердой, с выполнением условия теплопередачи на верхней границе по закону Ньютона – Рихмана. Двумерное движение жидкости рассматривается в рамках модели конвекции, описываемой уравнениями Навье – Стокса в приближении Обербека – Буссинеска:

$$\begin{aligned} V_x \frac{\partial T}{\partial x} + V_z \frac{\partial T}{\partial z} &= \chi \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right), \\ V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} + V_z \frac{\partial V_x}{\partial z} &= -\frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 V_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_x}{\partial z^2} \right), \\ V_x \frac{\partial V_z}{\partial x} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} &= -\frac{\partial P}{\partial z} + \nu \left( \frac{\partial^2 V_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2} \right) + g\beta T, \quad \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Ниже представлены граничные условия в общем виде, если осуществляется нагрев нижней твердой границы (2) и верхней свободной границы (3):

$$\begin{aligned} z = -1: \quad V_x = V_z = 0, \quad T &= \frac{\Theta}{2} \left( \pm 1 \mp \left( \frac{x}{L} \right)^2 \right); \\ z = 0: \quad V_z = 0, \quad P = 1, \quad -\chi \frac{\partial T}{\partial z} &= \alpha T; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} z = -1: \quad V_x = V_z = 0; \\ z = 0: \quad V_z = 0, \quad P = 1, \quad T &= \frac{\Theta}{2} \left( \pm 1 \mp \left( \frac{x}{L} \right)^2 \right), \quad -\chi \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha T. \end{aligned} \quad (3)$$

Исследование проведено в рамках одного из известных на данный момент аналитических и полуаналитических методов, позволяющих свести уравнения в приближении Обербека – Буссинеска к виду, при котором можно провести анализ полей. Таким образом, исследование проведено с использованием класса точных решений, являющегося обобщением уже известного, именуемого классом Остроумова – Бириха [1, 2]. Точное решение системы (1), (2) или (1), (3) (согласно классификации, представленной в [3]) вблизи оси  $z$ , где находится локальный экстремум неоднородного распределения температуры, можно найти в виде, когда поле скоростей является линейным по горизонтальной (продольной) координате, давление и температура описываются квадратичными формами по продольной координате. Коэффициенты линейных и квадратичных форм зависят от поперечной координаты. В систему (1), (2) и (1), (3) подставляют класс точных решений; полученную нелинейную систему линеаризуют с учетом геометрической анизотропии рассматриваемого слоя, следовательно, с использованием двух характерных масштабов, что позволяет ввести модифицированное число Грасгофа. Очевидно, что экстремум функции, описывающей распределение температуры в жидкости, имеет место, когда число Грасгофа (модифицированное) равно нулю. Таким образом, непосредственно в точке экстремума температуры получено аналитическое решение задачи [4, 5]. Модифицированное число Грасгофа позволяет полученные решения анализировать для чисел Грасгофа порядка нескольких сотен, тысяч; соответственно, для тонких слоев жидкости оценка  $Gr_{\text{классич.}} \ll 1/\delta^2$  позволяет анализировать решения как ламинарных, так и турбулентных течений.

В результате анализа решений, зависящих от краевых условий, безразмерных параметров, используемого класса точных решений, получены оценки возникновения противотечений для нагрева нижней границы и для нагрева верхней границы. Определено, что рассматриваемое течение для двух вариантов нагрева является вихревым. Выявлены оценки безразмерных параметров, когда наблюдается четыре или шесть незамкнутых вихрей. Анализ полей температуры и давления показал, что поля температуры независимо от нахождения источника нагрева (на нижней или верхней гра-

нице) принимают локально гиперболический (параболический) вид. Для полей давления при некоторых краевых условиях получены оценки безразмерных параметров, когда они принимают локально эллиптический вид.

### Литература

1. *Остроумов, Г.А.* Свободная конвекция в условиях внутренней задачи / Г.А. Остроумов. – М. : ГИТТЛ, 1952. – 256 с.
2. *Бирих, Р.В.* О термокапиллярной конвекции в горизонтальном слое жидкости // ПМТФ. 1966. Вып. 3. С. 69–72.
3. *Аристов, С.Н.* Точные решения уравнений Навье – Стокса с линейной зависимостью компонент скорости от двух пространственных переменных / С.Н. Аристов, Д.В. Князев, А.Д. Полянин // ТОХТ. 2009. Т. 43, № 5. С. 547–566.
4. *Власова, С.С.* Конвективное движение охлаждаемой снизу жидкости по параболическому закону при учете теплообмена на свободной границе / С.С. Власова, Е.Ю. Просвиряков // Известия вузов. Авиационная техника. 2016. № 4. С. 82–87.
5. *Vlasova, S.S.* Two-dimensional convection of an incompressible viscous fluid with the heat exchange on the free border / S.S. Vlasova, E.Yu. Prosviryakov // Vestn. Samar. Gos. Techn. Un-ta. Ser. Fiz.-mat. Nauki. 2016. V. 20, № 3. P. 567–577.

# ВЛИЯНИЕ ПРОДОЛЬНОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ЭЛЕКТРОНОВ НА УСТОЙЧИВОСТЬ СТАЦИОНАРНОЙ СТРУКТУРЫ ПРИ УСКОРЕНИИ ИОНОВ В РЕЖИМЕ «ПЛУГА»

*Д.А. Войтович<sup>1</sup>, А.В. Коржиманов<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

<sup>2</sup>Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

Сегодня активно изучается процесс взаимодействия излучения больших мощностей с плазмой. На данный момент в экспериментах с использованием фемтосекундных лазеров удалось получить импульсы интенсивностью до  $10^{22}$  Вт/см<sup>2</sup>. В случае взаимодействия такого излучения с плазмой возможно образование особых лазерно-плазменных структур [2]. Эта тема представляет интерес, поскольку имеет ряд практически важных применений. Ускорение ионов – одно из них [4]. В данной работе исследуются структуры, образующиеся при падении мощного лазерного излучения на бесконечно толстую мишень в режиме ускорения ионов, который известен как режим «плуга».

В этом режиме ионы, находящиеся на границе плазмы, при падении на него мощного импульса, оказываются в ускоряющем потенциале. Этот потенциал создается электронами, которые «отжимаются» под действием пондеромоторной силы со стороны излучения (рис. 1). В этой схеме возможно существование стационарных решений. Они были построены в работе [1]. При этом рассматривалась ситуация падения циркулярно-поляризованного излучения на полубесконечную закритическую плазму. Задача решалась в приближении релятивистской гидродинамики в движущейся системе отсчета, связанной с точкой разворота плазмы (рис. 2). В этом случае система уравнений гидродинамики и уравнений Максвелла может быть сведена к системе обыкновенных дифференциальных уравнений четвертого порядка для нахождения модуля амплитуды векторного потенциала и скалярного потенциала. Область интегрирования может быть разбита на три области (плазменную (1), ионную (2) и вакуумную (3)), в каждой из которых уравнения решаются независимо, а полученные решения сшиваются на границах. Для области 1 в безразмерных переменных решаемая система имеет вид

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{\phi}(z) = n_0 \beta^\infty \left( \frac{\phi + \gamma_e^\infty}{\sqrt{(\phi + \gamma_e^\infty)^2 - a^2 - 1}} - \frac{\gamma_i^\infty - \phi \mu}{\sqrt{(\gamma_i^\infty - \phi \mu)^2 - 1}} \right), \\ \ddot{a}(z) = -a + \frac{n_0 \beta^\infty}{\sqrt{(\phi + \gamma_e^\infty)^2 - a^2 - 1}} a, \end{array} \right. \quad (1)$$

Здесь  $n_0$  – параметр закритичности плазмы,  $\beta^\infty$  – скорость плазмы на бесконечности,  $\mu$  – отношение масс ионов и электронов,  $\gamma$  – релятивистский фактор.

Пример решения этой системы приведен на рис. 3 (штриховой линии соответствует модуль комплексной амплитуды лазерного поля, пунктиром показана структура продольного электростатического поля, штрихпунктирными линиям соответствуют концентрации ионов и электронов).

При выводе уравнений рассматривался случай «холодной плазмы» – температура электронов и ионов считалась пренебрежимо малой в связи с тем, что их тепловая энергия мала по сравнению с их осцилляторной энергией в волне. В данной работе проводится исследование влияния на устойчивость ускоряющей структуры продольной температуры электронов.

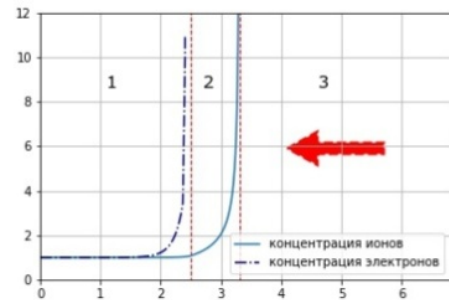


Рис. 1

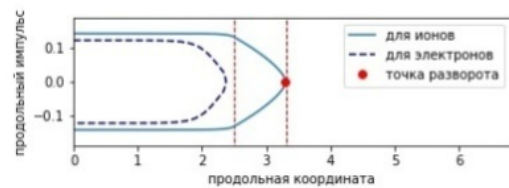


Рис. 2

При относительно небольших температурах ее влияние можно оценить в рамках анализа движения пробных электронов, имеющих скорость отличную от средней гидродинамической. Такой анализ удобно проводить путем построения фазового портрета. В работе [3] этот анализ был проведен для подобной системы, но без учета динамики ионной жидкости, то есть рассматривалась только электронная компонента жидкости, тогда как в работе [1] плазма представляется в виде двухкомпонентной жидкости. Гамильтониан движения электрона имеет вид  $H(z, p_z) = \gamma(z, p_z) - \varphi(z)$ . Тогда уравнения движения электрона записываются в виде

$$\begin{cases} \dot{z} = \frac{p_z}{\gamma}, \\ \dot{p}_z = -\frac{\partial \gamma}{\partial z} - E_z(z), \end{cases} \quad (2)$$

где  $\gamma(z, p_z) = \sqrt{1 + a^2(z) + p_z^2}$ .

Пример построения фазового портрета электрона приведен на рис. 4. На границе плазма – ионный слой существует состояние равновесия типа центр (точка  $C$  на рис. 4). В ионной области существует седло ( $S$ ), сепаратрисы которого разделяют потоки траекторий частиц, уходящих в вакуум и возвращающихся в плазму. В вакуумной области состояния равновесия центр и седло чередуются, что соответствует стоячей волне.

Несложно найти значение критического импульса электрона на границе плазмы. Оно будет соответствовать значению сепаратрисы седла  $S$  в граничной точке. Если электрон обладает импульсом, который больше критического, он покидает границу. Если таких электронов достаточно много, то устойчивость структуры нарушится. Таким образом можно оценить температуру, при которой происходит разрушение стационарного режима ускорения ионов в режиме «плуга».

Фазовый портрет такого вида получается не при любых соотношениях параметров задачи. Входными параметрами являются параметр за критичности плазмы и амплитуда падающей волны. При некотором изменении параметров волна перестает полностью отражаться, что на фазовом портрете соответствует исчезновению ограниченных траекторий в вакуумной области. Таким образом, существует порог  $n_0(a_{\text{пад}})$ , выше которого существует режим «плуга», ниже – излучение проходит в плазму.

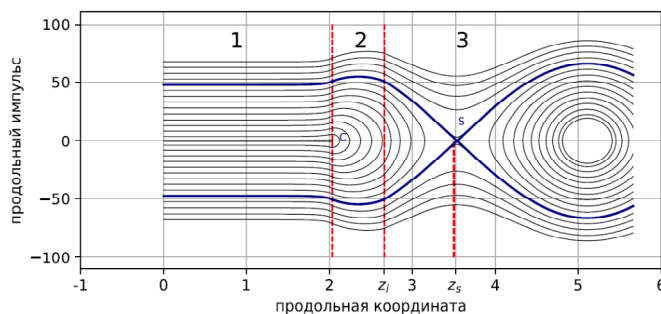


Рис. 4

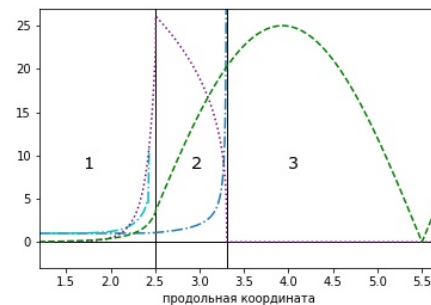


Рис. 3

## Литература

1. *Войтович, Д.А.* Стационарные лазерно-плазменные структуры при ускорении ионов радиационным давлением в режиме «плуга» / Д.А. Войтович, А.В. Коржиманов // Труды XXIII научной конференции по радиофизике, посвященной 100-летию со дня рождения Н.А. Железнова / Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского. Нижний Новгород, 2019. С. 332–333.
2. *Коржиманов, А.В.* О взаимодействии релятивистски сильных электромагнитных волн со слоем за критической плазмы / А.В. Коржиманов, В.И. Еремин, А.В. Ким, М.Р. Тушенцов // ЖЭТФ. 2007. Т. 132, вып. 4(10). С. 771.
3. *Siminos, E.* Effect of electron heating on self-induced transparency in relativistic-intensity laser-plasma interactions / E. Siminos, M. Grech, S. Skupin, T. Schlegel, and V.T. Tikhonchuk // Physical Review E. 2012. V. 86. Art. 056404.
4. *Macchi, A.* Ion acceleration by superintense laser-plasma interaction / Andrea Macchi, Marco Borghesi, Matteo Passoni // RMP. 2013. V. 85. P. 773.

# ЭФФЕКТИВНАЯ ГЕНЕРАЦИЯ ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ В ВЫСОКОДОБОТНОМ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОМ НАНОРЕЗОНАТОРЕ

*И.И. Волковская, Д.А. Смирнова, А.И. Смирнов*

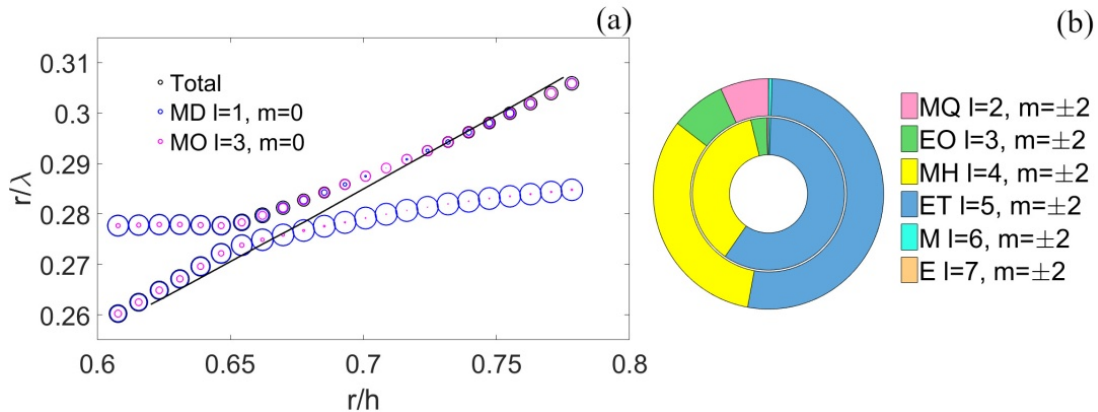
Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

С использованием аналитических и численных методов в работе изучается генерация второй гармоники при возбуждении высокодобротных мод диэлектрического цилиндрического нанорезонатора (нанодиска) азимутально поляризованным цилиндрическим векторным пучком (АР). Для описания нелинейного рассеяния мы развиваем взаимодополняющие подходы на основе теории связанных мод и мультипольных разложений.

Рассматривается возбуждение азимутально-симметричных ТЕ-поляризованных собственных мод открытого диэлектрического цилиндрического резонатора (в цилиндрической системе координат  $\mathbf{E} = E(\rho, z)\mathbf{e}_\varphi$ ). На рис. 1 изображена дисперсия двух собственных мод на фундаментальной частоте от безразмерных параметров (аспектного отношения наноцилиндра  $r/h$  и частоты  $r/\lambda$ ), мультипольный состав излучения которых описывается осесимметричными магнитными диполем и октуполем с азимутальным индексом  $m = 0$ . Эти моды являются сильно связанными. При определенных параметрах ( $r/h = 0,71$ ,  $r/\lambda = 0,29$ ) добротность одной из мод сильно возрастает, что соответствует деструктивной интерференции излучения магнитодипольных составляющих, в результате чего остается лишь магнитооктупольный вклад. Такое высокодобротное состояние часто называют квазисвязанным состоянием в континууме (quasi-BIC). От мультипольного состава падающего излучения, в частности от относительных вкладов магнитного диполя и магнитного октуполя с  $m = 0$ , зависят эффективность возбуждения собственных мод и, следовательно, эффективность нелинейного преобразования частоты. Для диска из AlGaAs в системе главных кристаллических осей компоненты квадратичной поляризации связаны с электрическим полем внутри частицы тензорным соотношением,  $P_i = \chi_{ijk}^{(2)} E_j E_k$ , где  $i \neq j \neq k$ . В случае возбуждения в диске азимутально поляризованных мод нелинейный источник имеет вид

$$\mathbf{j}^{(2\omega)} = \frac{d\mathbf{P}^{(2\omega)}}{dt} = 2i\omega\chi E_\varphi^{(\omega)2} \sin 2\varphi \mathbf{e}_z. \quad (1)$$

Из мультипольного анализа следует, что такой нелинейный источник генерирует нечетные электрические и четные магнитные мультиполи с  $m = \pm 2$ , что соответствует мультипольному составу собственной моды на второй гармонике. Круговая диаграмма на рис. 1 показывает сравнение мультипольных составов собственной моды диска и генерируемого излучения АР-пучком. Мы получили, что эффективность генерации второй гармоники при возбуждении АР-пучком в несколько раз больше, чем при возбуждении плоской волной ( $E_y, H_z, k_x$ ), поскольку в мультипольном составе АР-пучка существенно преобладает магнитный октуполь, а в плоской волне относительный вклад магнитного диполя больше. Генерация второй гармоники наиболее эффективна для параметров, соответствующих пересечению ветвей дисперсии высокодобротной магнитооктупольной моды с модой на второй гармонике.



**Рис. 1.** Дисперсия собственных мод для диска из AlGaAs (a). Сплошная линия соответствует моде на второй гармонике. Мультипольный состав моды на удвоенной частоте (внутренняя диаграмма) и генерируемого излучения при возбуждении АР-пучком (b)

При моделировании мы также учитывали нелинейные эффекты обратного влияния второй гармоники на первую, так как в случае эффективной генерации амплитуды электрических полей внутри частицы на основной и удвоенной частотах становятся сравнимы и уже нельзя пренебрегать нелинейной поправкой к поляризации на основной частоте  $P_i^{(\omega)} = \chi_{ijk}^{(2)} E_j^{(2\omega)} E_k^{*(\omega)}$ .

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов 18-02-00381 и 19-02-00261.

### Литература

1. *Smirnova D.A.* Multipolar nonlinear nanophotonics / D.A. Smirnova, Y.S. Kivshar // *Optica*. 2016. V. 3, № 11. P. 1241–1255.
2. *Frizyuk K.* Second-harmonic generation in Mie-resonant dielectric nanoparticles made of noncentrosymmetric materials / K. Frizyuk, I. Volkovskaya, D. Smirnova, A. Poddubny, M. Petrov // *Phys. Rev. B*. 2019. V. 99. P. 075425.

# ДЛИННОВОЛНОВАЯ КОНВЕКЦИЯ МАРАНГОНИ В ТОНКОЙ ПЛЕНКЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ КАСАТЕЛЬНЫХ ВИБРАЦИЙ

*И.В. Володин<sup>1</sup>, А.А. Алабужев<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>Пермский государственный национальный исследовательский университет

<sup>2</sup>Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь

Динамика очень тонких (10–100 нм) слоев жидкости представляет значительный интерес как для фундаментальных исследований, так и для большого количества приложений, например, в микроэлектронике. Для такой пленки необходимо учитывать межчастичное взаимодействие жидкости с твердой подложкой (например, притягивающее ван-дер-ваальсово притяжение). Важной проблемой в этом случае является предотвращение разрывов жидкости с помощью внешних воздействий.

В данной работе рассматривается тонкий слой жидкости на подложке, подогреваемой снизу. Подложка совершает продольные гармонические колебания с заданной частотой и амплитудой. Частота внешних вибраций может меняться в пределах от ультразвуковой (период колебаний сравним с характерным временем релаксации толщины пленки) до около акустической (толщина вязкого пограничного слоя мала по сравнению с толщиной пленки). Исследовалась как одномерная, так и двумерная задача.

Получены амплитудные уравнения, описывающие осредненную динамику такой системы. При высокочастотных вибрациях используется метод осреднения [1] по толщине слоя жидкости, в результате чего получается амплитудное уравнение, аналогичное уравнению Копбосынова – Пухначева [2] в случае без вибраций.

В отсутствие конвекции Марангони при высокочастотном воздействии [3] было показано, что продольные вибрации не могут стабилизировать пленку: порог неустойчивости либо снижается, либо остается неизменным. Исследование слабонелинейных режимов показало, что в определенном диапазоне параметров возможно мягкое возбуждение вторичных режимов.

Проведено также обобщение результатов на случай наклонных вибраций. Для конечного угла наклона вектора вибраций эта задача сводится к задаче о продольных вибрациях. В том случае, если вибрации почти вертикальны, получено и исследовано более общее амплитудное уравнение, предельными случаями которого являются продольные и поперечные [1] вибрации. В этом случае, в зависимости от параметров системы, вибрации могут оказывать как стабилизирующее, так и дестабилизирующее действие.

При поперечных вибрациях [4] было показано, что высокочастотное вибрационное воздействие эффективно подавляет конвекцию Марангони. Это приводит к стабилизации поверхности пленки по сравнению с ультразвуковыми частотами, когда влияние вибраций сводится к модулированию ускорения свободного падения. Отметим, что по результатам исследований промежуточный масштаб частот не оказывает никакого влияния на конвекцию Марангони в тонкой пленке на подложке. Однако такие большие частоты приводят к возникновению неустойчивости Фарадея (рябь Фарадея). Таким образом, хотя высокочастотное вибрационное воздействие и подавляет термокапиллярную конвекцию Марангони, но, в свою очередь, приводит к неустойчивости поверхности пленки относительно поперечных колебаний – неустойчивости Фарадея.

При рассматриваемых в данной работе касательных вибрациях конвекция Марангони может стабилизировать поверхность раздела при низкочастотном воздействии и не оказывать влияния при высокочастотном.

## Литература

1. *Shklyaev, S.* Enhanced stability of a dewetting thin liquid film in a single-frequency vibration field / *S. Shklyaev, M. Khenner, A.A. Alabuzhev // Phys. Rev. E.* 2008. V. 77. Art. 036320.
2. *Копбосынов, Б.К.* Термокапиллярное движение в тонком слое жидкости. Гидромеханика и процессы переноса в невесомости / *Б.К. Копбосынов, В.В. Пухначев.* – Свердловск : УНЦ АН СССР, 1983. – С. 116–125.
3. *Shklyaev, S.* Influence of a longitudinal and tilted vibration on stability and dewetting of a liquid film / *S. Shklyaev, A.A. Alabuzhev, M. Khenner // Phys. Rev. E.* 2009. V. 79. Art. 051603.
4. *Shklyaev, S.* Marangoni convection in a thin film on a vertically oscillating plate / *S. Shklyaev, A.A. Alabuzhev, M. Khenner // Phys. Rev. E.* 2015. V. 92. Art. 013019.



# КВАЗИСТАЦИОНАРНЫЙ РЕЛЬЕФ НА ПОВЕРХНОСТИ РАЗДЕЛА

*И.В. Володин<sup>1</sup>, А.А. Алабужев<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>Пермский государственный национальный исследовательский университет

<sup>2</sup>Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь

В данной работе численно исследуется динамика поверхности раздела жидкостей под действием горизонтальных линейных вибраций в поле тяжести. Численное моделирование подобных гидродинамических систем может быть осуществлено на двух уровнях: макроскопическом и микроскопическом. В первом случае используется сплошнородное приближение, и тогда динамика системы описывается, например, уравнением Навье – Стокса. На более маленьком масштабе для описания системы используются статистические методы.

В отличие от большинства работ [1], численное моделирование было проведено с помощью метода решеточных уравнений Больцмана (Lattice Boltzmann Method, LBM), который базируется на кинетическом уравнении Больцмана. В обезразмеренном виде уравнение Больцмана имеет вид [2]

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v}\nabla_x f + \mathbf{F}\nabla_p f = \Omega, \quad (1)$$

где  $\mathbf{v}$  – скорость жидкости,  $f$  – функция распределения,  $\mathbf{F}$  – внешняя сила, действующая на жидкость,  $\Omega$  – оператор столкновения,  $\nabla_x$ ,  $\nabla_p$  – операторы дифференцирования по координатам и импульсам соответственно.

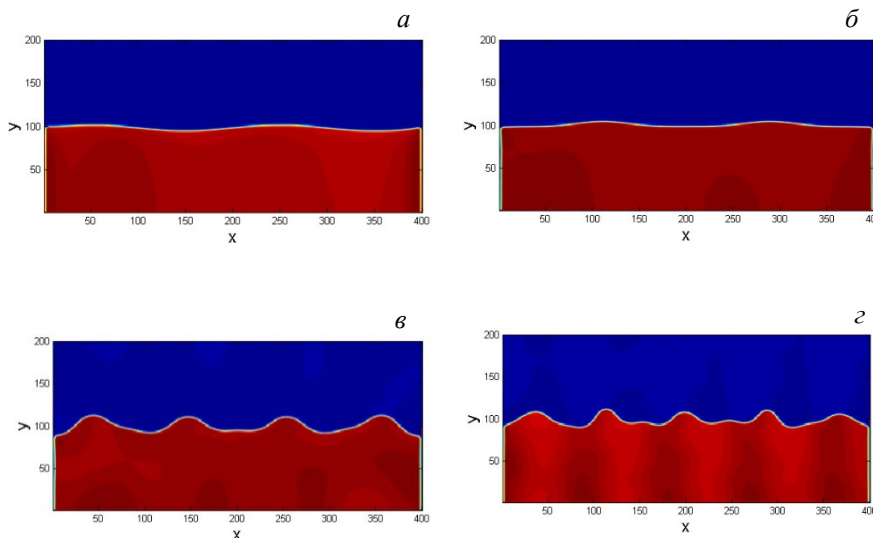
Дискретизация, которая сделала возможным численное моделирование, была предложена, например, в [3]. В настоящее время LBM привлекает огромное внимание из-за своего универсального подхода и простоты создания распараллеленного кода. Помимо возможности решения задач в кинематической постановке, LBM позволяет моделировать многофазные потоки, теплопроводные задачи и турбулентные течения (см., например, [3–5]), а также вибрационные эффекты [6]. Описание алгоритма можно найти в работах [7, 8].

В системе отсчета, связанной с сосудом, гравитационное и вибрационное ускорения можно записать через эффективное ускорение свободного падения:

$$\mathbf{g}_{ef} = \mathbf{g} + a\omega\boldsymbol{\gamma}\sin(\omega t),$$

где  $\mathbf{g}$  – вектор гравитационного ускорения,  $\omega$  – частота гармонических колебаний,  $a$  – амплитуда колебаний,  $\boldsymbol{\gamma}$  – единичный вектор в направлении оси вибраций (перпендикулярный  $\mathbf{g}$ ).

Задача решалась на сетке  $400 \times 200$ , на каждой границе выполнялось условие прилипания, фазы несмешивающиеся, для учета сил поверхностного натяжения использовалась модель He – Chen – Zhang [8]. Параметры задачи:  $\rho_1 = 0,12$ ,  $\rho_2 = 0,04$ ,  $\sigma = 0,01$ , где  $\rho_1$  – жидкость, располагающаяся снизу,  $\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения; вязкости обеих сред одинаковы  $\nu = 0,06$ . Результаты решения задачи при различных частотах вместе с начальным распределением поля плотности представлены на рис. 1.



**Рис. 1.** Начальное распределение (а) и квазистационарный рельеф (б – г) при различных вибрационных частотах:  $\omega = 0,02$  (б),  $\omega = 0,035$  (в),  $\omega = 0,04$  (г)

## Литература

1. Любимов, Д.В. Динамика поверхности раздела в вибрационных полях / Д.В. Любимов, Т.П. Любимова, А.А. Черепанов. – М. : Физматлит, 2003. – 216 с.
2. Лифшиц, Е.М. Физическая кинетика / Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский. – М. : Физматлит, 2002. – 536 с.
3. Куперитох, А.Л. Моделирование течений с границами раздела фаз жидкость – пар методом решеточных уравнений Больцмана // Вестник НГУ. Серия: «Математика, механика и информатика». – 2005. – Т. 5, № 3. – С. 29–42.
4. Алинеджад, Д. Моделирование методом решеточных уравнений Больцмана течения вязкой жидкости и сопряженного теплообмена в прямоугольной полости с нагретой подвижной стенкой / Д. Алинеджад, Д.А. Эсфахани // Теплофизика и аэромеханика. – 2013. – Т. 20, № 5. – С. 623–631.
5. Lammers, P. Direct simulation with the lattice Boltzmann of developed turbulence in channel flows / P. Lammers, K.N. Veronov, G. Brenner, F. Durst // High Performance Computing in Science and Engineering. – 2002. – P. 43–58.
6. Володин, И.В. Моделирование поверхностных волн методом решеточных уравнений Больцмана / И.В. Володин, А.А. Алабужев // Физика для Пермского края : материалы региональной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. – Пермь : Изд-во ПГНИУ, 2019. – С. 71–75.
7. Sukop, M.C. Lattice Boltzmann modeling / M.C. Sukop, D.T. Thorne. – Berlin : Heidelberg : Springer-Verlag, 2007. – 173 p.
8. Huang, H. Multiphase lattice Boltzmann methods: theory and application / H. Huang, M.C. Sukop, X. Lu. – [S. l.] : Wiley-Blackwell, 2015. – 373 p.

# НАТУРНЫЕ ПОДСПУТНИКОВЫЕ НАБЛЮДЕНИЯ ПЕННЫХ ПОЛОСОВЫХ СТРУКТУР, СВЯЗАННЫХ С ОБРУШЕНИЯМИ СИЛЬНО НЕЛИНЕЙНЫХ ВЕТРОВЫХ ВОЛН И ОСОБЕННОСТЯМИ ТЕЧЕНИЙ В ПРИПОВЕРХНОСТНЫХ СЛОЯХ ВОДЫ

*Д.В. Вострякова, И.А. Капустин, А.А. Мольков, О.А. Даниличева,  
Г.В. Лецев, С.А. Ермаков*

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

Формирование пенных полос на поверхности водоемов – распространенное явление в условиях умеренного и сильного ветра. Существует несколько возможных механизмов образования таких полос. Формирование пенных структур может быть связано с гидродинамической неустойчивостью сильно нелинейных гравитационных волн, свойствами реальной морской воды и биологической активностью морской среды [1]. В процессе обрушения гравитационных волн воздух, попадая в воду, порождает множество пузырьков, на которых адсорбируются поверхностно-активные вещества, препятствующие выходу газа из полости пузырька и его растворению. Источником образования пузырьков являются растворенные в толще воды газы.

Пенные структуры могут наблюдаться на спутниковых оптических изображениях, поскольку обладают цветовым контрастом, и давать значительные контрасты на радиолокационных изображениях, так как могут быть связаны со сликами поверхностно-активных веществ.

В настоящей работе проведен подспутниковый эксперимент, в котором одновременно с получением оптического спутникового изображения Sentinel 2A были проведены квазисинхронные измерения полей течения и ветра с использованием комплекса оборудования, установленного на маломерном судне. Для измерения полей течений на различных глубинах использовался акустический доплеровский профилограф течений ADCP WorkHorse Monitor 1200 kHz. Для осуществления навигации и последующего построения карт использовались данные GPS-приемников. Скорость и направление приводного ветра непрерывно измерялись ультразвуковым анемометром WindSonic.

Были проведены измерения в южной части Горьковского водохранилища. От г. Городец (яхт-клуба «Белая речка») до реки Троща было сделано несколько поперечных разрезов водохранилища.

В ходе эксперимента наблюдалась незначительная облачность, которая, однако, позволила увидеть на спутниковом изображении пенные структуры на поверхности водохранилища. С целью исследования корреляции наблюдаемых пенных полос со структурой приповерхностных течений векторные поля течений на различных глубинах были наложены на спутниковое изображение.

Для более детального анализа было учтено влияние ветра. В ходе эксперимента фиксировался преимущественно западный ветер со скоростью около 2 м/с. Учитывая, что ветровой дрейф составляет 3 % от скорости приводного ветра [3], была получена поправка к поверхностному течению, в среднем составляющая около 6 см/с. С учетом этой поправки были построены поля течений в тонком поверхностном слое: к полям течений на глубине 4,05 м, которые считаются невозмущенными ветром [2], была добавлена ветровая поправка. Анализ полей показал, что пенные полосы вытянуты по направлению течения в тонком поверхностном слое.

При сравнении векторных полей течений на глубине 4,05 м и в тонком поверхностном слое с полем течения на глубине 1,05 м, где ветер оказывает существенное влияние на течение, было замечено, что структура течений на глубине 1,05 м отличается от структуры на глубине 4,05 м. В среднем скорость течения на глубине 4,05 м составляет 2,6 см/с, на глубине 1,05 м – около 1 см/с, скорость в поверхностном слое (т. е. с учетом ветрового вклада) порядка 5 см/с.

На векторном поле течения на глубине 1,05 м было обнаружено, что имеется система двух сталкивающихся потоков (течения на север и течение на юг), что указывает на наличие области конвергенции течений. Зона конвергенции образуется соседними циркуляционными ячейками, состоящими из разнонаправленных потоков. Это подтверждает контур вертикальной скорости на разрезах: в верхнем слое скорость направлена преимущественно вниз. В среднем жидкость опускается в области конвергенции со скоростью около 3 см/с. Поэтому пенная полоса наблюдается в этой области, что объясняется выносом поверхностно-активных веществ из подповерхностных слоев воды в результате обрушений ветровых волн и последующим концентрированием поверхностно-активных веществ и пены в зоне конвергенции течений.

Работа выполнена при поддержке РНФ (проект 18-77-10066).

## Литература

1. *Шарков, Е.А.* Обрушающиеся морские волны: структура, геометрия, электродинамика. М. : Научный мир, 2009. 304 с.
2. *Литвинов, А.С.* Об измерении течений в водохранилищах самописцами ЕПВ-2р // Труды ин-та биологии внутренних вод АН СССР. 1968. Вып. 16(19). С. 259–268.
3. *Капустин, И.А.* Об оценке вклада приводного ветра в кинематику сликов на морской поверхности в условиях ограниченных разгонов волнения / И.А. Капустин, А.В. Ермошкин, Н.А. Богатов, А.А. Мольков // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2019. Т. 16, № 2. С. 163–172.

## СИСТЕМА ЭКСТРАКЦИИ ИОНОВ СФЕРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

*С.С. Выбин, И.В. Изотов, В.А. Скалыга*

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

В данной работе ставится задача оптимизации системы извлечения и формирования пучка высокой плотности из плазмы электронного циклотронного резонансного разряда, поддерживаемой мощным излучением гиротрона миллиметрового диапазона. В результате анализа была предложена геометрия электродов, по форме напоминающая сферическую. Было установлено, что основным достоинством предложенной геометрии является образование области сильного электрического поля вблизи эмитирующей поверхности плазмы. Это позволяет формировать пучки ионов с большой плотностью тока.

Проведено сравнение эффективности новой геометрии электродов с используемой в данный момент плоской системой формирования ионного пучка. Показано существенное преимущество сферической геометрии по сравнению с плоской в разных режимах работы системы экстракции. Система позволяет формировать пучки с рекордной (ранее недоступной) плотностью тока, в разы превышающей текущие показатели. Особенно выгодно использование данной геометрии в системах с малой апертурой пуллера и большим межэлектродным расстоянием.

Показана большая электропрочность предложенного экстрактора по сравнению с плоским. Она достигается за счет значительного увеличения апертуры пуллера без существенного ухудшения экстрагирующей способности системы.

# ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕРМОГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ И БИОХИМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ВО ВНУТРЕННИХ ВОДОЕМАХ

*Д.С. Гладских<sup>1</sup>, Е.В. Мортиков<sup>2,3</sup>, В.М. Степаненко<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

<sup>2</sup>Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

<sup>3</sup>Институт вычислительной математики им. Г.И. Марчука РАН, Москва

Внутренние водоемы (озера и водохранилища) и протекающие в них термогидродинамические и биохимические процессы представляют интерес для ряда задач гидрологии, экологии, метеорологии и климатологии. Для учета взаимодействия внутренних водоемов и атмосферы необходимо включать в глобальные климатические модели расчет характеристик вод суши.

К настоящему времени существуют математические модели различной пространственной размерности, позволяющие рассчитать распределение термогидродинамических и биохимических величин во внутренних водоемах. Наиболее детальное описание дают трехмерные модели, основой которых является осредненная по Рейнольдсу система уравнений термогидродинамики в приближении Буссинеска и гидростатики. Подобный подход используется авторами в трехмерной модели, разрабатываемой в НИВЦ МГУ на основе единого гидродинамического кода, объединяющего DNS/LES/RANS подходы для расчета геофизических турбулентных течений при высоком пространственном и временном разрешении (см., например, [1, 2]). Для изучения термодинамических и биохимических процессов во внутренних водоемах на сезонных, годовых и климатических масштабах на сегодняшний день наибольший интерес представляют одномерные модели, отличающиеся вычислительной простотой. В настоящей работе использовалась модель LAKE (подробное описание см. в [3]), построенная на осреднении трехмерных RANS-уравнений по горизонтальному сечению водоема. Важным преимуществом этой модели перед рядом других одномерных моделей является то, что она позволяет учитывать гравитационные колебания (сейши), возникающие вследствие горизонтального перераспределения массы и действия градиента гидростатического давления. В настоящий момент данная модель используется в последней версии климатической модели Института вычислительной математики РАН.

Обе приведенные модели были успешно верифицированы в рамках численной реализации классического лабораторного эксперимента Като – Филлипса [4] и продемонстрировали хорошее согласие с теоретической формулой, представленной в [5]. Проведена серия численных экспериментов, демонстрирующая влияние таких факторов, как горизонтальные размеры водного объекта, начальный градиент температуры и поток импульса на поверхности, на процессы турбулентного перемешивания.

В трехмерную модель был включен блок расчета биохимических характеристик, описывающий перенос таких веществ, как кислород ( $O_2$ ), углекислый газ ( $CO_2$ ), метан ( $CH_4$ ), а также фито- и зоопланктона, проведены тестовые расчеты.

Работа выполнена в рамках проектов РФФИ 17-05-41117, 18-05-00292, 18-35-00602. Расчеты с применением трехмерной модели выполнены в рамках проекта РНФ 17-17-01210.

## Литература

1. *Mortikov E.V.* Numerical study of plane Couette flow: turbulence statistics and the structure of pressure-strain correlations // *E.V. Mortikov, A.V. Glazunov, V.N. Lykosov // Russian J. of Numerical Analysis and Mathematical Modelling.* 2019. V. 34, № 2. P. 1–14.
2. *Mortikov E.V.* Numerical simulation of the motion of an ice keel in stratified flow // *Izv. Atmos. Ocean. Phys.* 2016. № 52. P. 108–115.
3. *Степаненко В.М.* Математическое моделирование теплового режима и динамики парниковых газов в водоёмах суши: дисс. ... д.ф.-м.н. / Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова. Москва, 2018.
4. *Kato H.* On the penetration of a turbulent layer into stratified fluid / *H. Kato, O.M. Phillips // Journal of Fluid Mechanics.* 1969. V. 37, № 4. P. 643.
5. *Price J.F.* On the scaling of stress-driven entrainment experiments // *Journal of Fluid Mechanics.* 1979. V. 90, № 4. P. 509.

# УЧЕТ КИНЕТИЧЕСКИХ ОСОБЕННОСТЕЙ ПЛАЗМЫ В ПРОЦЕССЕ ГЕНЕРАЦИИ ТГц-ИМПУЛЬСОВ ДВУХЦВЕТНЫМИ ПОЛЯМИ

*Н.Е. Гнездовская<sup>1,2</sup>, А.В. Богацкая<sup>1,2</sup>, А.М. Попов<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д.В. Скобельцына МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва

<sup>2</sup>Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

Интерес к источникам терагерцового (ТГц) излучения обусловлен его уникальными свойствами, благодаря которым это излучение нашло широкое применение во многих областях. Среди различных методов генерации ТГц-излучения наиболее распространены плазменные методы, в частности, с помощью двухцветных лазерных полей. В данной работе рассмотрено влияние кинетических процессов в плазме на формирование ТГц-сигналов в рамках модели остаточных фототоков [1, 2].

Как известно из [1], асимметрия вылета электронов при ионизации двухцветными импульсами приводит к появлению остаточной поляризации к концу воздействия импульса, что ведет к возникновению продольных плазменных колебаний, описываемых следующим дисперсионным уравнением:

$$0 = \omega^2/c^2 \cdot (\varepsilon(\omega) + 1), \quad (1)$$

где  $\varepsilon(\omega) = 1 + i \frac{4\pi\sigma(\omega)}{\omega}$  – диэлектрическая проницаемость плазмы на частоте  $\omega$ , а  $\sigma(\omega)$  – проводимость плазмы.

В рамках двучленного приближения для кинетического уравнения Больцмана проводимость плазмы может быть выражена как [3]

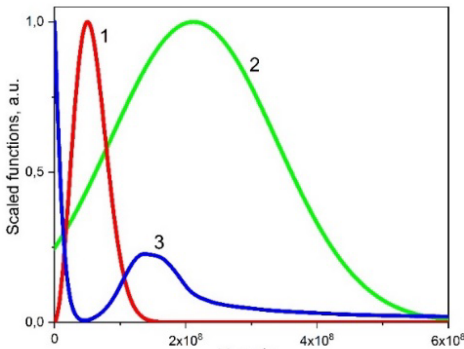
$$\sigma(\omega) = \frac{\omega_p^2}{3} \int_0^\infty \frac{v^3 (v_{tr}(v) + i\omega)}{\omega^2 + v_{tr}^2(v)} \left( -\frac{\partial f}{\partial v} \right) dv, \quad (2)$$

где  $f(v)$  – функция распределения электронов по абсолютной величине скорости (ФРЭС), нормированная согласно условию  $\int_0^\infty f(v)v^2 dv = 1/4\pi$ . Подставляя (2) в дисперсионное уравнение (1) и рассматривая случай  $\omega_p > \langle v_{tr} \rangle$ , где  $\langle \ \rangle$  означает усреднение по функции распределения, можно получить приближенное решение дисперсионного уравнения (1) для случая произвольной ФРЭС в первом порядке по параметру  $\langle v_{tr} \rangle/\omega$ :

$$\omega \cong \frac{\omega_p}{\sqrt{2}} - \frac{i}{2} \cdot 4\pi \cdot (\langle v_{tr}(v) \rangle + \frac{1}{3} \langle v \frac{\partial v_{tr}(v)}{\partial v} \rangle). \quad (3)$$

Как правило, транспортное сечение рассеяния в газах сильно зависит от скорости электронов, поэтому учет конкретного вида ФРЭС в плазме приведет к более точному анализу спектров испускаемого излучения. Из (3) видно, что учет зависимости транспортной частоты от скорости приводит к появлению дополнительного слагаемого в мнимой части  $\omega$ , которое может быть как положительным, так и отрицательным в зависимости от вида функции  $f(v)$  и знака производной  $\partial v_{tr}(v)/\partial v$ , что может привести как к затягиванию, так и к существенному укорочению формируемого в плазме сигнала.

Для моделирования плазменного образования в ксеноне атмосферного давления в работе рассмотрены двухцветные импульсы Ti-Sa-лазера и более длинноволнового лазера среднего ИК-диапазона частот с длиной волны 3,9 мкм, содержащие основную и вторую гармоники излучения ( $I_1 = 3,3 \cdot 10^{13}$  Вт/см<sup>2</sup>,  $I_2 = I_1/4$ , разность фаз между гармониками  $\phi = \pi/2$ ), длительностью порядка 100 фс. Процесс ионизации атомов рассматривается в рамках туннельной модели [4]. К концу воздействия каждого из двухцветных лазерных импульсов степень ионизации плазмы составляет около  $2,7 \cdot 10^{-4}$  и, следовательно, концентрация электронов порядка  $N_e \cong 7 \cdot 10^{15}$  см<sup>-3</sup>.



**Рис. 1.** ФРЭС, созданная двухцветными Ti-Sa-импульсом (1) и лазером с длиной волны 3,9 мкм (2) в плазме ксенона атмосферного давления; транспортное сечение рассеяния электронов на атомах ксенона (3) в зависимости от скорости. Все функции масштабированы на максимальные значения

На рис. 1 представлены функции распределения электронов для обоих импульсов накачки к концу воздействия импульсов, построенные совместно с транспортным сечением рассеяния ксенона. Из рис. 1 видно, что ФРЭС (1) локализована в области минимума транспортного сечения, в то время как большая часть ФРЭС (2) сосредоточена в области больших сечений, что приведет к разным величинам среднего значения транспортной частоты, определяющей затухание плазменных колебаний. Второе слагаемое в мнимой части выражения (3)

На рис. 1 представлены функции распределения электронов для обоих импульсов накачки к концу воздействия импульсов, построенные совместно с транспортным сечением рассеяния ксенона. Из рис. 1 видно, что ФРЭС (1) локализована в области минимума транспортного сечения, в то время как большая часть ФРЭС (2) сосредоточена в области больших сечений, что приведет к разным величинам среднего значения транспортной частоты, определяющей затухание плазменных колебаний. Второе слагаемое в мнимой части выражения (3)

также может вносить как положительный, так и отрицательный вклад в величину затухания колебаний в плазме. Таким образом, учет кинетических свойств плазмы будет оказывать влияние на длительность и спектральный состав генерируемых ТГц-импульсов.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект 18-72-00125).

#### Литература

1. *Kim, K.-Y.* Terahertz emission from ultrafast ionizing air in symmetry-broken laser fields // *Opt. Express*. 2007. V. 15. Art. 4577.
2. *Vvedenskii, N.V.* Optical-to-THz wave conversion via excitation of plasma oscillations in the tunneling-ionization process // *Phys. Rev. Lett.* 2007. V. 98. Art. 245002.
3. *Райзер, Ю.П.* Лазерная искра и распространение разрядов / Ю.П. Райзер. – М. : Наука, 1974. – 308 с.
4. *Tong, X.M.* Empirical formula for static field ionization rates of atoms and molecules by lasers in the barrier-suppression regime // *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* 2005. V. 38, № 15. P. 2593–2600.



# ОБОБЩЕНИЕ ТЕОРИИ ОТТА – АНТОНСЕНА: ПОДХОД КРУГОВЫХ КУМУЛЯНТОВ

*Д.С. Голдобин<sup>1,2</sup>, Л.С. Клименко<sup>1,2</sup>, И.В. Тюлькина<sup>1</sup>,  
А.В. Долматова<sup>1,3</sup>, А. Пиковский<sup>4</sup>*

<sup>1</sup>Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь

<sup>2</sup>Пермский государственный национальный исследовательский университет

<sup>3</sup>Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН, Москва

<sup>4</sup>Universität Potsdam, Potsdam, Германия

В минувшее десятилетие существенная часть прогресса в теории коллективных явлений была связана с теорией Отта – Антонсена (ОА) [1], развитой в 2008 году для систем вида

$$\dot{\varphi}_k = \Omega(t) + \text{Im}(2h(t)e^{-i\varphi_k}), \quad (1)$$

где  $\varphi_k$  и  $\Omega(t)$  – фаза и мгновенная частота  $k$ -го осциллятора соответственно,  $h(t)$  – произвольная функция времени. Теория ОА позволяет получить точные уравнения динамики параметра порядка для многих парадигматических моделей и, таким образом, является инструментом для строгого исследования глобальной коллективной динамики. Наличие такого инструмента позволило вскрыть базовые механизмы некоторых явлений и получить нетривиальные результаты (например, [2]). Однако обобщить эту теорию на неидеальные ситуации не удавалось на протяжении 10 лет.

В работе предложен и реализован подход к описанию динамики больших ансамблей фазовых осцилляторов, основанный на представлении «круговых кумулянтов»  $\kappa_n$  вместо параметров порядка Курамото – Дайдо  $Z_n$  [3]. Связь между ними задается через генерирующие функции:

$$\xi \frac{\partial}{\partial \xi} \ln \left( \sum_{n=0}^{\infty} Z_n \frac{\xi^n}{n!} \right) = \sum_{n=1}^{\infty} \kappa_n \xi^n.$$

Эти переменные дают особенно простое представление инвариантных решений ОА –  $\kappa_1 = Z_1$  и  $\kappa_{n>1} = 0$  – и оказываются подходящими для построения теории возмущений к подходу ОА.

В рамках кумулянтного представления получено обобщение решения ОА для систем типа ОА (1) [4] – частные решения вида  $\kappa_{2n-1} = Z_1 \delta_{n1}$ ,  $\kappa_{2n} = C_n (\kappa_2)^n$  (константы  $\{C_n\} = \{1, -1/3, 2/15, -17/315, \dots\}$ ) подчиняются замкнутой системе уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{\kappa}_1 &= (i\Omega - \gamma)\kappa_1 + h - h^*(\kappa_2 + \kappa_1^2), \\ \dot{\kappa}_2 &= 2(i\Omega - \gamma - 2h^*\kappa_1)\kappa_2. \end{aligned}$$

Подход может быть использован для описания влияния внутреннего (теплового) шума на динамику системы. В частности, для системы (1) с аддитивным внутренним шумом интенсивности  $D$  кумулянтные уравнения имеют вид

$$\dot{\kappa}_n = n(i\Omega - \gamma)\kappa_n + h\delta_{n1} - h^*(n^2\kappa_{n+1} + n \sum_{m=0}^{n-1} \kappa_{n-m}\kappa_{m+1}) - D(n^2\kappa_n + n \sum_{m=0}^{n-2} \kappa_{n-1-m}\kappa_{m+1}).$$

Пренебрегая третьим кумулянтном или используя иную аппроксимацию для него [5], можно получить замкнутую систему уравнений для динамики двух ведущих круговых кумулянтов, например при  $\kappa_3 = 0$

$$\begin{aligned} \dot{Z}_1 &= (i\Omega - \gamma - D)Z_1 + h - h^*(Z_1^2 + \kappa_2), \\ \dot{\kappa}_2 &= 2(i\Omega - \gamma - 2D)\kappa_2 - 4h^*Z_1\kappa_2 - 2DZ_1^2. \end{aligned}$$

Аналогичным образом подход круговых кумулянтов может быть использован для описания влияния внутреннего шума на динамику сетей квадратичных integrate-and-fire нейронов [6].

Получены физические ограничения на обрывание кумулянтных разложений и продемонстрирована примечательная сходимость этих разложений для экспериментальных данных различной природы [7].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант 19-42-04120).

## Литература

1. Ott E., Antonsen T.M. Low dimensional behavior of large systems of globally coupled oscillators // Chaos. 2008. V. 18. Art. 037113.
2. Interplay of coupling and common noise at the transition to synchrony in oscillator populations / Pimenova A.V., Goldobin D.S., Rosenblum M., Pikovsky A. // Scientific Reports. 2016. V. 6. Art. 38518.
3. Dynamics of noisy oscillator populations beyond the Ott-Antonsen ansatz / Tyulkin I.V., Goldobin D.S., Klimenko L.S., Pikovsky A. // Phys. Rev. Lett. 2018. V. 120, № 26. Art. 264101.

4. Двухгрупповые решения для динамики ансамблей фазовых систем типа Отта – Антонсена / Тюлькина И.В., Голдобин Д.С., Клименко Л.С., Пиковский А.С. // Изв. вузов. Радиофизика. 2018. Т. 61, № 8/9. С. 718–728.
5. Collective mode reductions for populations of coupled noisy oscillators / Goldobin D.S., Tyulkina I.V., Klimenko L.S., Pikovsky A. // Chaos. 2018. V. 28, № 10. Art. 101101.
6. *Ratas I, Pyragas K.* Noise-induced macroscopic oscillations in a network of synaptically coupled quadratic integrate-and-fire neurons // Phys. Rev. E. 2019. V. 100, № 5. Art. 052211.
7. *Goldobin D.S., Dolmatova A.V.* Ott-Antonsen ansatz truncation of a circular cumulant series // Phys. Rev. Research. 2019. V. 1, № 3. Art. 033139.

# ЭФФЕКТ РАСХОЖДЕНИЯ ЧАСТОТ В АНСАМБЛЯХ АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ С ОТТАЛКИВАЮЩЕЙ СВЯЗЬЮ ПРИ СИНХРОНИЗАЦИИ ОБЩИМ ШУМОМ

*А.В. Долматова<sup>1,2</sup>, Д.С. Голдобин<sup>1,3</sup>*

<sup>1</sup>Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь

<sup>2</sup>Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН, Москва

<sup>3</sup>Пермский государственный национальный исследовательский университет

Работа посвящена изучению взаимодействия двух принципиально различных механизмов синхронизации: связью и воздействием случайного, но идентичного для всех осцилляторов сигнала – общего шума. Особое внимание уделяется эффекту расхождения частот, возникающему при конкуренции этих механизмов.

Целью работы является построение универсальной теории, описывающей такое взаимодействие, для осцилляторов с гладким устойчивым предельным циклом общего вида при глобальной связи [1, 2]. Учитывается дополнительный осложняющий фактор – внутренний шум, индивидуальный для каждого осциллятора. Предполагается установить, насколько результаты, полученные ранее для систем типа Отта – Антонсена [3–5], отражают ситуацию общего положения.

Для осцилляторов общего вида вводится фазовое описание. Для уравнения Фоккера – Планка, соответствующего стохастическим уравнениям динамики фаз, строго проводится процедура осреднения в пределе высоких частот колебаний (используется метод многих масштабов). Полученные уравнения позволяют аналитически определить условия синхронизации ансамблей идентичных осцилляторов, а для слабо неидентичных – найти средние частоты колебаний в квадратурах. Аналитические результаты проверяются прямым численным моделированием для больших, но конечных ансамблей осцилляторов Ван дер Поля, Рэля и Ван дер Поля – Дюффинга, а также для системы нейроноподобных осцилляторов Фитц-Хью – Нагумо.

Для системы идентичных осцилляторов без внутреннего шума установлено, что достаточно сильный общий шум может синхронизировать ансамбль с отталкивающей глобальной связью, а также исследована динамика локализации распределения осцилляторов. Последняя явно свидетельствует о том, что в течение процесса перехода к состоянию полной синхронизации распределение осцилляторов имеет тяжелые степенные хвосты даже при сколь угодно сильной притягивающей глобальной связи – без общего шума признаков формирования таких хвостов не наблюдается. Для ансамбля осцилляторов с внутренним шумом установлено, что равновесное распределение разностей фаз всегда имеет тяжелые степенные хвосты, и определены параметры этих хвостов. Аналитически найдено асимптотическое поведение для средней частоты осциллятора как функции собственной частоты, в частности получен эффект расхождения средних частот при синхронизации общим шумом и наличии отталкивающей глобальной связи. Приведены примеры применения построенной теории для осцилляторов Ван дер Поля, Рэля, Ван дер Поля – Дюффинга и Фитц-Хью – Нагумо. Результаты прямого численного моделирования для больших конечных ансамблей этих осцилляторов согласуются с теорией.

В работе установлено, что сколь угодно слабый общий шум, с одной стороны, увеличивает устойчивость синхронного состояния, а с другой – всегда создает тяжелые степенные хвосты для распределения разностей фаз. Это свидетельствует о существенно перемежаемом характере синхронизации общим шумом – периоды синхронного поведения прерываются событиями скачка разности фаз – и согласуется с тем фактом, что при наличии общего шума становится невозможным точное совпадение средних частот колебаний неидентичных систем. Нетривиальным является тот эффект, что при отталкивающей глобальной связи достаточно сильный общий шум синхронизирует состояния осцилляторов, но их средние частоты при этом взаимно отталкиваются. Влияние индивидуально-внутреннего шума на средние частоты оказывается эффективно эквивалентным влиянию неидеальности синхронизации.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант 19-42-04120).

## Литература

1. Goldobin D.S., Dolmatova A.V. Interplay of the mechanisms of synchronization by common noise and global coupling for a general class of limit-cycle oscillators // Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simulat. 2019. V. 75. P. 94–108.
2. Голдобин Д.С., Долматова А.В. Эффект расхождения частот в ансамблях автоколебательных систем с отталкивающей глобальной связью при синхронизации общим шумом // Известия вузов. ПНД. 2019. Т. 27, № 3. С. 33–60.

3. Interplay of coupling and common noise at the transition to synchrony in oscillator populations / Pimenova A.V., Goldobin D.S., Rosenblum M., Pikovsky A. // *Scientific Reports*. 2016. V. 6. Art. 38518.
4. Competing influence of common noise and desynchronizing coupling on synchronization in the Kuramoto-Sakaguchi ensemble / Goldobin D.S., Pimenova A.V., Rosenblum M., Pikovsky A. // *Eur. Phys. J. ST*. 2017. V. 226. P. 1921–1937.
5. Долматова А.В., Голдобин Д.С., Пиковский А. Притяжение и отталкивание частот при синхронизации связанных активных ротаторов общим шумом // *Известия вузов. ПНД*. 2019. Т. 27, № 6. С. 91–112.

# УСТРОЙСТВО ФАЗОВОГО ПРОСТРАНСТВА СЛАБОДИССИПАТИВНОГО ОСЦИЛЛЯТОРА ВАН ДЕР ПОЛЯ ПОД ВНЕШНИМ ИМПУЛЬСНЫМ ВОЗДЕЙСТВИЕМ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА

*А.В. Голоколенов, Д.В. Савин*

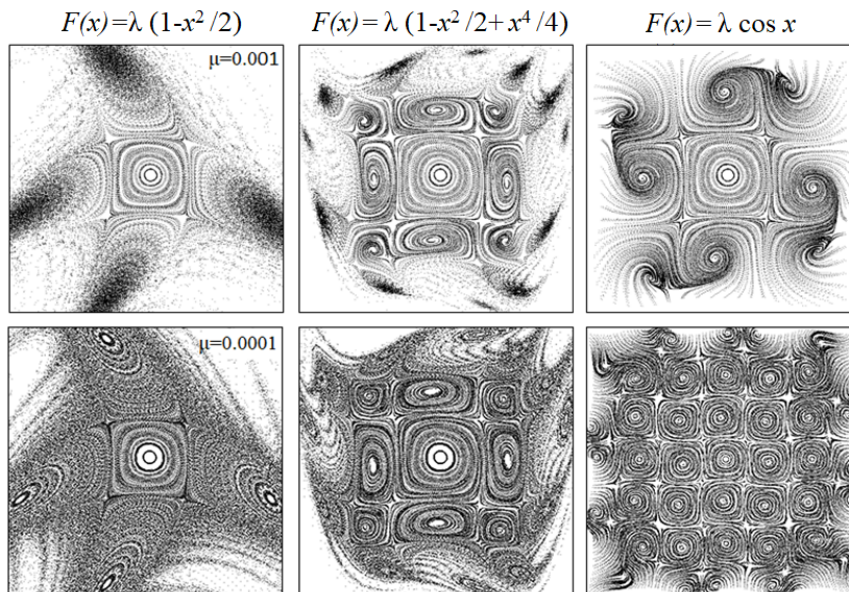
Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

Известно, что в консервативных системах, так же как и в диссипативных, возможен переход к хаосу через последовательность бифуркаций удвоения периода, которая сходится к гамильтоновой критической точке [1]. Такого рода критическое поведение может также встречаться и в диссипативных системах, в частности в модели на базе осциллятора Ван дер Поля под внешним импульсным воздействием:

$$\ddot{x} - (\gamma - \mu x^2)\dot{x} + \omega_0 x = \sum_{m=-\infty}^{\infty} F(x)\delta(t - nT), \quad (1)$$

при этом функция  $F(x)$  выбирается квадратичной [2, 3]. С другой стороны, аналогичная (1) система при выборе вида функции  $F(x) = \lambda \cos x$  рассматривалась ранее [4] как возмущение предложенной Заславским [5] системы, вырожденной в смысле КАМ-теоремы и демонстрирующей наличие в фазовом пространстве стохастической паутины при введении в неё малой диссипации автоколебательного типа.

Таким образом, можно заметить, что одна и та же модель – осциллятор Ван дер Поля под периодическим импульсным воздействием переменной амплитуды – способна демонстрировать феномены, относящиеся к различным направлениям исследований. В связи с этим кажется интересным рассмотреть динамику моделей, занимающих промежуточное положение между двумя этими случаями. Для этой цели рассмотрим «иерархию» моделей с функциями амплитуды импульсного воздействия в виде полиномов чётных степеней, представляющих собой разложение косинуса в ряд Тейлора в окрестности нуля (в рамках настоящей работы – до 2-й и 4-й степени), и проследим за эволюцией устройства фазового пространства таких систем при изменении порядка разложения.



**Рис. 1.** Фазовые портреты для системы (1) в стробоскопическом сечении. В разных столбцах приведены портреты для разных функций внешнего воздействия, в строках – для разных значений  $\mu$  ( $\gamma = 0,001$ ;  $\lambda = 0,3$ )

При больших значениях параметра нелинейной диссипации  $\mu$  различий в фазовых портретах для всех трёх функций практически нет, однако с его уменьшением количество пар «седло – узел» на фазовой плоскости становится различным для разных функций  $F(x)$ . Так, для случая с квадратичной функцией происходит одна седло-узловая бифуркация, для функции четвертой степени – шесть, для гармонической функции количество бифуркаций растёт, видимо, неограниченно (рис. 1).

Также нами была рассмотрена динамика приближённого дискретного отображения [3]. Его фазовое пространство при изменении вида функции  $F(x)$  претерпевает аналогичные трансформации.

### Литература

1. Райхл, Л.Е. Переход к хаосу в консервативных классических и квантовых системах. М. : Ижевск : РХД, 2008. 756 с.
2. Kuznetsov, S.P. Multiparameter critical situations, universality and scaling in two-dimensional period-doubling maps / S.P. Kuznetsov, A.P. Kuznetsov, I.R. Sataev // Journal of Statistical Physics. 2005. V. 121, № 5/6. P. 697–748.
3. Savin, D.V. The self-oscillating system with compensated dissipation – the dynamics of the approximate discrete map / D.V. Savin, A.V. Savin, A.P. Kuznetsov, S.P. Kuznetsov, U. Feudel // Dynamical Systems : an International Journal. 2012. V. 27. P. 117–129.
4. Felk, E.V. Multistability and transition to chaos in the degenerate Hamiltonian system with weak nonlinear dissipative perturbation / E.V. Felk, A.P. Kuznetsov, A.V. Savin // Physica A. 2014. V. 410. P. 561–572.
5. Заславский, Г.М. Физика хаоса в гамильтоновых системах. М. ; Ижевск : ИКИ, 2004. 288 с.

# ИССЛЕДОВАНИЕ синхронизации ГИРОТРОНА ВНЕШНИМ СИГНАЛОМ НА ОСНОВЕ МОДИФИЦИРОВАННОЙ КВАЗИЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ

*Н.В. Григорьева<sup>1,2</sup>, Н.М. Рыскин<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

<sup>2</sup>Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН

Гиротроны широко используются в различных областях науки и техники, например для электронно-циклотронного нагрева плазмы в установках управляемого термоядерного синтеза (УТС) [1]. В современных гиротронах, как правило, используются сверхразмерные колебательные системы [1]. Поэтому особое значение приобретает задача обеспечения одномодовой генерации. Одним из способов ее решения, который в последние годы привлек большое внимание, является синхронизация гиротрона внешним сигналом (см., например, обзор [2]).

В настоящей работе рассматривается упрощенная модель гиротрона в рамках нестационарной теории гиротрона с фиксированной гауссовой структурой высокочастотного (ВЧ) поля (см., например, [2]) под воздействием внешнего сигнала, которая позволяет исследовать режимы синхронизации, провести бифуркационный анализ, а также определить значения наиболее важных с практической точки зрения количественных параметров (полосу синхронизации, КПД, входные параметры внешнего сигнала). Исследование проводится в предположении, что электронный пучок взаимодействует только с одной модой резонатора в силу различия поперечной структуры мод.

Существует подход, позволяющий провести приближенное аналитическое исследование колебаний в гиротроне с фиксированной структурой ВЧ-поля. Он основан на так называемой квазилинейной теории [1], в рамках которой уравнения движения электронов решаются приближенно методом разложения по малому параметру, в роли которого выступает амплитуда поля. В результате можно найти сгруппированный ток и получить выражение комплексной электронной восприимчивости в виде ряда по степеням амплитуды поля  $\Phi \approx \alpha - \beta|A|^2 + \dots$ . Однако квазилинейная теория справедлива только при небольшом превышении порога самовозбуждения, поэтому ее результаты носят качественный характер.

В работе [3] была развита модифицированная квазилинейная модель гиротрона, в рамках которой получены аппроксимации для вещественной (активной) и мнимой (реактивной) части электронной восприимчивости для гиротрона в режимах жесткого и мягкого возбуждения. Следуя [3], были выбраны параметры, примерно соответствующие гиротрону с рабочей модой  $TE_{25,10}$ , предназначенному для электронно-циклотронного нагрева плазмы.

На основе развитой модели нами получены и исследованы резонансные кривые, языки синхронизации, для каждого конкретного случая показано, насколько можно поднять КПД по сравнению с автономным режимом. Бифуркационный анализ показал, что переход в режим синхронизации может осуществляться двумя известными механизмами: подавлением собственных колебаний (гашением) и захватом частоты. Проводится сопоставление с результатами, представленными в работах [4, 5], где рассматривалась аналогичная задача о синхронизации внешним сигналом гиротрона в случае жесткого возбуждения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект 19-79-00307).

## Литература

1. *Nusinovich G.S.* Introduction to the physics of gyrotrons. Baltimore : Johns Hopkins University Press, 2004. 335 p.
2. Стабилизация частоты гиротрона под влиянием внешнего монохроматического сигнала или отраженной от нагрузки волны: обзор / Новожилова Ю.В., Денисов Г.Г., Глявин М.Ю. и др. // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2017. Т. 25, № 1. С. 4–11.
3. *Адилова А.Б., Рыскин Н.М.* Исследование синхронизации в системе двух гиротронов с запаздыванием в канале связи на основе модифицированной квазилинейной модели // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2018. Т. 26, № 6. С. 68–81.
4. *Ергаков В.С., Мусеев М.А., Хижняк В.И.* К теории синхронизации МЦР-монотрона // Радиотехника и электроника. 1978. Т. 23, № 12. С. 2591–2599.
5. *Yakunina K.A., Kuznetsov A.P., Ryskin N.M.* Injection locking of an electronic maser in the hard excitation mode // Phys. Plasmas. 2015. Vol. 22, № 11. Art. 113107.

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ НАБЛЮДЕНИЕ КОРОТКИХ УЕДИНЕННЫХ ИМПУЛЬСОВ В ЛБВ-ПОДАВИТЕЛЕ, РАБОТАЮЩЕМ В РЕЖИМЕ СРЫВА КОМПФНЕРА

*С.В. Гришин, Б.С. Дмитриев, В.Н. Скороходов*

Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

В последние годы активно проводятся теоретические и экспериментальные исследования по созданию в микроволновом диапазоне частот автономных источников ультракоротких импульсов (УКИ) на основе активные кольцевых резонаторов, в цепи обратной связи которых используются нелинейные пассивные элементы в виде ЛБВ-подавителей [1–4]. Подавление СВЧ-сигнала в ЛБВ наблюдается, когда электроны, проходя через замедляющую систему, оказываются не в тормозящей фазе электромагнитного поля, а, наоборот, в ускоряющей. Ускоренные электроны забирают энергию электромагнитной волны, вследствие чего последняя имеет значительное ослабление на выходе лампы. На амплитудно-частотной характеристике (АЧХ) ЛБВ формируется достаточно узкий провал резонансного типа, который получил название срыва Компфнера [5]. На протяжении долгого времени срыв Компфнера использовался для измерения таких электродинамических характеристик замедляющей системы, как замедление, фазовая скорость электромагнитной волны и дисперсия, и только в последние годы группой российских исследователей было предложено использовать ЛБВ-подавитель в качестве насыщающегося поглотителя, у которого, по аналогии с оптическими системами, величина подавления является максимальной (насыщается) для сигналов малого уровня мощности и уменьшается с увеличением мощности сигнала. Так, в работах [1–3] на основе разработанных численных моделей была продемонстрирована возможность использования компфнеровских поглотителей в цепи обратной связи кольцевого автогенератора для формирования мощных ультракоротких импульсов. В экспериментальной работе [4] ЛБВ-подавитель, работающий в режиме срыва Компфнера, осуществлял хаотическую синхронизацию собственных мод активного кольцевого резонатора, в цепи обратной связи которого присутствовал дополнительный нелинейный элемент в виде спин-волновой линии передачи. Данная линия передачи работала в условиях конкуренции между трех- и четырехволновыми нелинейными взаимодействиями, приводящими не только к солитонным режимам генерации, но и к генерации динамического хаоса. В таком гибридном автогенераторе с двумя нелинейными элементами (вакуумным и твердотельным) впервые была обнаружена генерация хаотических многосолитонных комплексов, которые могли содержать как светлые, так и темные спин-волновые солитоны огибающей наносекундной длительности. Описанные в [4] импульсные режимы генерации были получены, когда ЛБВ работала в непрерывном режиме. Однако на сегодняшний день в открытой печати отсутствуют работы, в которых исследовалось прохождение импульсных сигналов разного уровня мощности через ЛБВ-подавитель, работающий в режиме срыва Компфнера. В настоящем докладе предпринята попытка восполнить этот пробел.

ЛБВ выполнена на основе спиральной замедляющей системы. Рабочая полоса частот ЛБВ в усилительном режиме 2–4 ГГц. На рис. 1, *а* приведена АЧХ ЛБВ, измеренная в режиме относительно малых токов пучка. Видно, что на АЧХ лампы присутствует ярко выраженный провал резонансного типа (срыв Компфнера), центральная частота которого  $f_c$  была установлена приблизительно равной 2,8 ГГц. Для подачи на вход ЛБВ монохроматического СВЧ-сигнала с уровнем мощности порядка 1 Вт использовался генератор СВЧ-сигналов, к выходу которого был подключен пролетный клистрон с рабочей частотой, совпадающей с частотой  $f_c$ . Выход клистрона-усилителя был развязан со входом ЛБВ через ферритовый вентиль. На рис. 1, *б* приведена зависимость уровня мощности СВЧ-сигнала на выходе ЛБВ  $P_{\text{вых}}$  от уровня мощности СВЧ-сигнала на ее входе  $P_{\text{вх}}$ , измеренная на частоте  $f_c$ . Из представленных результатов следует, что на зависимости  $P_{\text{вых}}(P_{\text{вх}})$  наблюдается нелинейный участок, на котором вначале происходит ограничение мощности выходного сигнала, а затем увеличение его уровня с ростом мощности входного сигнала (насыщение поглощения). Такое поведение амплитудной характеристики ЛБВ связано с ее работой в крестатронном режиме.



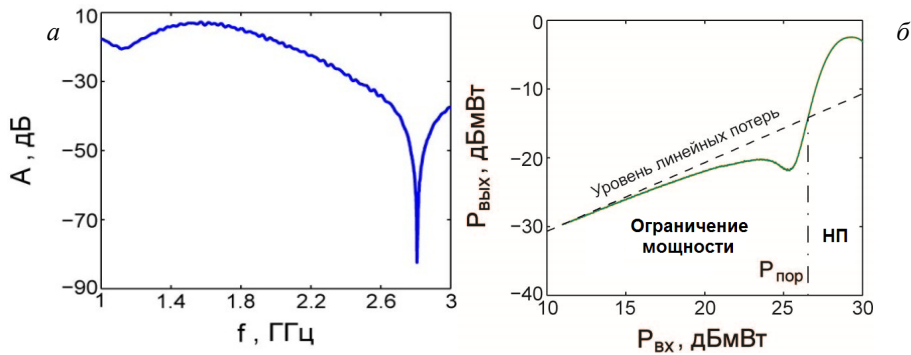


Рис. 1. АЧХ ЛБВ-подавителя (а) и его амплитудная характеристика (б)

На рис. 2 приведены временные реализации микроволновых импульсов, измеренных как на входе, так и на выходе ЛБВ. Импульсно-модулированный (ИМ) СВЧ-сигнал, поступающий на вход ЛБВ, представляет собой периодическую последовательность микроволновых импульсов длительностью 3 мкс и скважностью 2 с несущей частотой  $f_c$ . Относительно большая величина длительности импульсов была необходима для того, чтобы спектр ИМ СВЧ-сигнала находился внутри срыва Компфнера. Для измерения временных реализаций использовался осциллограф реального времени с полосой пропускания 10 ГГц. Установлено, что при определенном уровне мощности ИМ СВЧ-сигнала на фронте импульса, прошедшего через ЛБВ, образуется «скол», обусловленный началом работы ЛБВ в нелинейном режиме. По мере увеличения мощности «скол» становится более глубоким и достигает практически нулевых значений амплитуды. В этом случае на фронте выходного импульса формируется достаточно короткий уединенный импульс длительностью порядка 45 нс, пиковая амплитуда которого соответствует пиковой амплитуде выходного импульса в режиме линейных потерь (рис. 2, а). Уединенный импульс имеет колоколообразную форму, напоминающую по виду светлый солитон огибающей, и наблюдается на временном интервале, длительность которого определяется временем переключения ЛБВ из линейного в нелинейный режим работы. Необходимо отметить, что оставшаяся часть выходного импульса испытывает нелинейное ослабление из-за работы ЛБВ в режиме ограничения выходной мощности. При дальнейшем увеличении мощности ИМ СВЧ-сигнала сформированный уединенный импульс начинает сжиматься. Его форма становится несимметричной из-за наличия крутого среза. В случае, когда ЛБВ «просветляется» под действием сигнала большого уровня мощности, длительность уединенного импульса уменьшается в три раза по сравнению с исходным значением и имеет величину порядка 15 нс. Необходимо отметить, что уменьшение длительности уединенного импульса прямо пропорционально увеличению пиковой мощности входного импульса большой длительности. Для сравнения были проведены эксперименты по прохождению микроволновых импульсов через данную ЛБВ, работающую в режиме усиления. В этом случае формирование уединенного микроволнового импульса не наблюдалось.

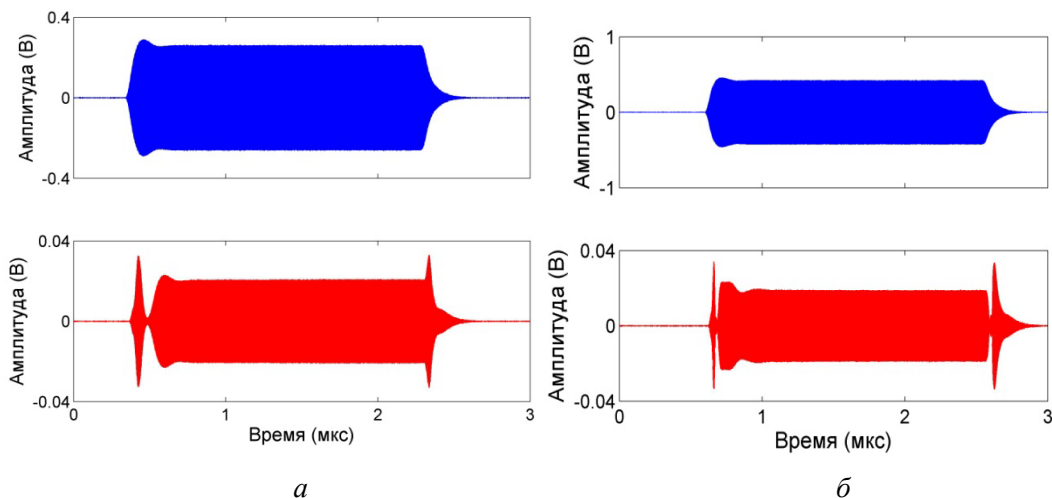


Рис. 2. Временные реализации микроволновых импульсов на входе ЛБВ-подавителя (верхние реализации) и на выходе ЛБВ-подавителя (нижние реализации), полученные в режиме ограничения мощности выходного сигнала (а) и в режиме насыщающегося поглощения (б)

Работа выполнена за счет гранта Российского фонда фундаментальных исследований (проект 18-02-00666).

### Литература

1. *Гинзбург, Н.С.* Генерация периодической последовательности мощных ультракоротких импульсов в цепочке связанных ламп бегущей волны, работающих в режимах усиления и нелинейного компфнеровского подавления / Н.С. Гинзбург, Э.Б. Абубакиров, М.Н. Вилков, И.В. Зотова, А.С. Сергеев // Письма в ЖТФ. 2017. Т. 43, № 18. С. 47–55.
2. *Ginzburg, N.S.* Generation of trains of ultrashort microwave pulses by two coupled helical gyro-TWTs operating in regimes of amplification and nonlinear absorption / N.S. Ginzburg, G.G. Denisov, M.N. Vilkov, A.S. Sergeev, I.V. Zotova, S.V. Samsonov, S.V. Mishakin // Phys. Plasm. 2017. V. 24, № 2. P. 023103.
3. *Гинзбург, Н.С.* Генерация периодической последовательности мощных ультракоротких импульсов в цепочке связанных релятивистских ламп обратной и бегущей волн, работающих в режимах усиления и нелинейного компфнеровского подавления / Н.С. Гинзбург, Э.Б. Абубакиров, М.Н. Вилков, И.В. Зотова, А.С. Сергеев // ЖТФ. 2018. Т. 88, № 8. С. 1241–1247.
4. *Grishin, S.V.* Self-generation of chaotic dissipative multisoliton complexes supported by competing nonlinear spin-wave interactions / S.V. Grishin, B.S. Dmitriev, O.I. Moskalenko, V.N. Skorokhodov, Yu.P. Sharaevskii // Phys. Rev. E. 2018. V. 98, № 2. P. 022209.
5. *Kompfner, R.* On the operation of the travelling-wave tube at low level / R. Kompfner // J. of the British IRE. 1950. V. 10, № 8/9. P. 283–289.

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАИЛУЧШЕГО ЛАГА ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПИК-ВОЛНОВЫХ РАЗРЯДОВ ПО ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМ ДАННЫМ КРЫС ЛИНИИ WAG/Rij

*А.А. Грищенко<sup>1,2</sup>, М.В. Сысоева<sup>1,3</sup>, И.В. Сысоев<sup>1,2</sup>, К.М. ван Рейн<sup>4</sup>*

<sup>1</sup>Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН

<sup>2</sup>Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

<sup>3</sup>Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А.

<sup>4</sup>Университет Неймегена им. святого Радбода Утрехтского, Нидерланды

В данной работе анализировались 130-минутные записи внутричерепных ЭЭГ (сигналы локальных потенциалов) от 6 самцов крыс линии WAG/Rij, по 2 эксперимента для каждого животного, по 28 разрядов у каждого животного в каждом эксперименте. Все разряды были спонтанными. Длина отобранных разрядов составляла не менее 6 с, а также бралось пять секунд до и после разряда. Каждый разряд разбивался на шесть интервалов, на которых и производился расчёт мер. Время начала разряда для удобства принималось за 0, а время окончания за T, исследуемые интервалы обозначались следующим образом: [-5; -3] с до начала разряда (фоновая активность); [-2; 0] с – преиктальная активность, во время которой, как правило, уже обнаруживаются изменения в связанности, приводящие к инициации разряда; [0; 2] с – начало разряда; [2; 4] с – поддержание разряда; [T - 2; T] с – стадия завершения разряда; [T; T + 2] с – постиктальная стадия.

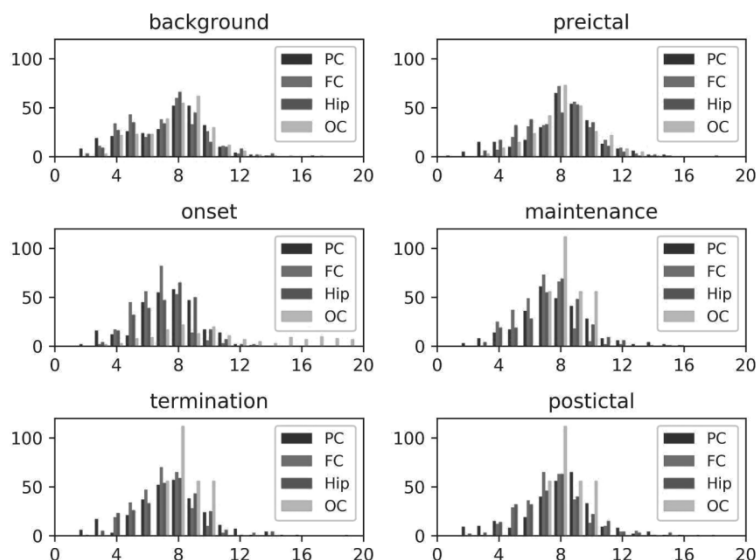
Данная работа направлена на поиск оптимального значения лага вектора состояния. Ранее оптимальный лаг уже подбирался с использованием критерия Шварца, сразу вместе с оптимальной размерностью модели и оптимальным порядком полинома [1, 3]. Мы предлагаем ещё один подход для независимого подбора оптимального лага с помощью функции взаимной информации от временного лага. Итоговая формула для вычисления оценки функции взаимной информации имеет вид

$$I_{x,y} = \psi(N) + \psi(1) - \langle \psi(n_x(i) + 1) + \psi(n_y(i) + 1) \rangle_i,$$

где  $N$  – длина выборки,  $n_x(i)$  и  $n_y(i)$  – число соседей  $i$ -й точки на плоскости  $(X, Y)$ ,  $\psi(n)$  – дигамма-функция.

Поскольку метод имеет значительную вычислительную сложность, был использован сортировочный алгоритм [2].

На зависимости функции взаимной информации от временного лага искался первый минимум. Далее для каждого эпизода строилась гистограмма частот для первого минимума функции  $I_{x,y}$  по всем записям всех исследуемых животных для четырёх исследуемых каналов (рис. 1).



**Рис. 1.** Гистограммы для функции взаимной информации для всех животных при расчёте оптимального лага

Расчитанная гистограмма показала, что оптимальный лаг составляет около 8 интервалов выборки (1/64 с или 1/8 характерного периода колебаний абсансных разрядов). Этот результат был получен как для эпилептиформной, так и для фоновой активности, т. е. в сигнале на всём времени наблюдения присутствует данный временной масштаб.

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда 19-72-10030.

### Литература

1. *Сысоева М.В.* Выбор временных масштабов при построении эмпирической модели / М.В. Сысоева, Т.В. Диканев, И.В. Сысоев // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2012. Т. 20, вып. 2. С. 54–62.
2. *Корнилов М.В.* Влияние выбора структуры модели на работоспособность метода нелинейной причинности по Грейнджеру / М.В. Корнилов, И.В.Сысоев // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2013. Т. 21, вып. 2. С. 3–16.
3. *Packard, N.* Geometry from a time series / N. Packard, J. Crutchfield, J. Farmer, and R. Shaw // Phys. Rev. Lett. 1980. V. 45. P. 712–716.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ «ТОЧЕЧНЫХ» РАЗЛИВОВ В УСЛОВИЯХ ВЕТРОВОГО ВОЛНЕНИЯ

*О.А. Даниличева, С.А. Ермаков, А.А. Мольков, И.А. Капустин*

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

Исследование влияния ветровых волн на эволюцию плёночных slickов на поверхности воды играет важную роль в задачах дистанционного детектирования загрязнений и прогнозирования их распространения в водоёмах. Форма slickов может нести в себе информацию о характеристиках разливов и определяется условиями окружающей среды, такими как скорость и направление ветра, интенсивность ветрового волнения, структура приповерхностных течений и т. д. Однако понимание процессов, определяющих деформацию плёночных разливов в поле ветрового волнения, недостаточно, поскольку контролируемые эксперименты в данной области редки. Кроме того, существующие модели, описывающие эволюцию плёночных разливов во времени, не принимают во внимание нелинейность ветрового волнения. В данной работе предложен механизм растекания slickов в присутствии ветра, с учётом нелинейности волнения.

Ранее нами был проведён ряд натуральных экспериментов по исследованию деформации «точечных» плёночных разливов в условиях ветрового волнения и был предложен физический механизм, описывающий эволюцию slickов в условиях умеренных ветров [1]. Было замечено, что при ветрах порядка 4–5 м/с slickи имеют асимметричную форму и вытягиваются по направлению ветра. При этом продольная ось, ориентированная параллельно направлению ветра, на начальных этапах растекания растёт со временем, через час после начала разлива достигает максимума и начинает уменьшаться. Поперечная же ось растёт медленнее, чем продольная, но достаточно быстро достигает постоянного уровня и далее не меняется со временем. Механизм такого асимметричного растекания slickа был объяснён наличием дополнительных напряжений [2], возникающих при гашении коротких ветровых волн, распространяющихся в область плёнки. Поперечные компоненты данных напряжений замедляют растекание slickа в поперечном направлении, что приводит к вытягиванию пятна по ветру. А сжатие продольной оси было учтено с помощью изменения физических характеристик поверхностно-активного вещества при увеличении площади пятна.

В данной работе представлены новые экспериментальные данные по исследованию динамики пятен плёнки на поверхности водоёмов. Развита модель эволюции slickов на поверхности воды.

Эксперименты проводились в южной части Горьковского водохранилища. На поверхность воды мгновенно выливалось фиксированное количество поверхностно-активного вещества (олеиновой кислоты). Форма полученных пятен регистрировалась при помощи GPS-приемника, установленного на моторной лодке, который записывал трек во время оконтуривания пятна. Скорость и направление ветра фиксировались с помощью акустического анемометра WindSonic, находящегося в плавучей лаборатории ИПФ РАН «Геофизик».

Из анализа результатов, полученных после обработки экспериментальных данных, было замечено, что продольная ось пятен растёт быстрее с увеличением скорости ветра, поперечная же ось слабо зависит от скорости ветра. Для объяснения такой зависимости роста продольной оси от скорости ветра, была предложена гипотеза перетекания поверхностно-активного вещества с боковых сторон плёночного пятна к подветренной границе slickа. Данная гипотеза основана на наличии продольных компонент индуцированных напряжений на боковых границах разлива, которые приводят к дополнительному дрейфу этих сторон. Таким образом, боковые части пятна обгоняют центральную часть slickа, в которой отсутствуют дополнительные индуцированные напряжения, и заполняют свободное пространство перед подветренной границей за счёт поперечных компонент индуцированных напряжений. Такой механизм может объяснить зависимость скорости роста продольной оси от скорости ветра. Кроме того, дополнительный дрейф боковых сторон должен приводить и к увеличению скорости движения slickа как целого, что согласуется с высказываемым в литературе положением о том, что пятна плёнки могут дрейфовать быстрее окружающей воды.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 18-17-00224).

### Литература

1. Remote sensing of evolution of oil spills on the water surface / S.A. Ermakov [et al.] // Proc. SPIE 10784 : Remote Sensing of the Ocean, Sea Ice, Coastal Waters, and Large Water Regions. 2018. Art. 107840L.
2. Foss M. Manifestation of momentum transfer in case of ocean surface waves being damped by an elastic film or a viscous layer : dis. ... Dr. sci. / University of Tromso. Tromso, 2000. 128 p.

# АНАЛИТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ И ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНЫХ ЭФФЕКТОВ В ГРОЗОВОЙ ЭЛЕКТРИЗАЦИИ

*С.О. Дементьева, Е.А. Мареев*

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

Процессы электризации в грозовых облаках, как правило, сопровождаются турбулентным перемешиванием облачных частиц. Возникающие в турбулентных средах флуктуации относительной скорости частиц могут оказать существенное влияние на электрическую структуру облака и эволюцию крупномасштабного электрического поля. При этом грозы – неблагоприятные природные явления, требующие точных методов прогноза, а описание грозовой электризации в численных прогнозных моделях – это сложная задача, для решения которой необходимы разработка и совершенствование параметризаций физических процессов.

В работе [1] представлено описание электрических процессов в грозовом облаке, рассмотренном в виде двухкомпонентной турбулентной среды, с помощью подхода, предложенного в работе [2]. В данной работе проведены аналитические оценки изменений электрических параметров, возникающих при учёте турбулентных эффектов и наличия аэрозольных частиц в грозовых облаках. Показано, что рост напряжённости электрического поля, обусловленный разделением зарядов на сталкивающихся частицах, существенно усиливается при турбулентном перемешивании частиц. При этом ток зарядки в турбулентной среде может достигать значений, сравнимых с током зарядки, возникающим в среде без турбулентности.

На основе проведённых аналитических расчётов предложен метод учёта турбулентных эффектов в параметризации электрических процессов, разработанной авторами ранее для моделирования грозовых событий с помощью модели WRF [3]. Для численного моделирования расчёты проведены с двумя параметризациями микрофизики модели WRF. В первой параметризации в облаке присутствуют три фракции твёрдых гидрометеоров, две фракции жидких гидрометеоров и водяной пар. Во второй параметризации, помимо гидрометеоров, описанных аналогично первой параметризации, присутствуют аэрозольные частицы двух типов, являющиеся ядрами конденсации и ядрами замерзания соответственно. В качестве объектов численного моделирования выбран ряд грозовых событий на территории Нижегородской области. Результаты моделирования этих событий показали отличия электрических параметров в турбулентном и ламинарном случаях. Кроме усиления электрических процессов в мощных грозовых облаках, было обнаружено и проанализировано несколько сценариев изменения электрической структуры облаков, зависящих от интенсивности конвективного явления, которые возникают при учёте турбулентных эффектов. Результаты моделирования с использованием параметризации микрофизики, включающей аэрозольные частицы, показали, что наличие аэрозолей влияет как на микрофизическую структуру грозового облака, в том числе на развитие грозового фронта в целом, так и на электрическую структуру облака и молниевую активность. Также были проведены численные эксперименты, позволившие выявить и проанализировать изменения электрической структуры грозовых облаков, которые возникают при учёте турбулентных эффектов в среде, содержащей гидрометеоры и аэрозольные частицы.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 18-35-00673.

## Литература

1. *Дементьева С.О.* О вкладе турбулентности в электризацию грозовых облаков / С.О. Дементьева, Е.А. Мареев // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2018. Т. 54, № 1. С. 28–35.
2. *Mareev E.A.* The role of turbulence in thunderstorm, snowstorm, and dust storm electrification / E.A. Mareev, S.O. Demytyeva // J. Geophys. Res. 2017. V. 122, № 13. P. 6976–6988.
3. *Дементьева С.О.* Расчёт электрического поля и индекса молниевой активности в моделях прогноза погоды / С.О. Дементьева, Н.В. Ильин, Е.А. Мареев // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2015. Т. 51, № 2. С. 210–217.

# ОСОБЕННОСТИ ДИНАМИКИ ОСЦИЛЛИРУЮЩИХ ВОЛНОВЫХ ПАКЕТОВ (БРИЗЕРОВ) И УЕДИНЕННЫХ ВОЛН (СОЛИТОНОВ) В РАМКАХ МОДЕЛИ МКДВ

*Е.Г. Диденкулова*

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Нижний Новгород  
Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

Рассмотрены особенности динамики осциллирующих волновых пакетов (бризеров) в рамках модели внутренних волн – модифицированного уравнения Кортевега – де Вриза (мКдВ). Рассмотрены различные режимы столкновения бризеров и столкновения бризера с солитоном. Выделены ситуации, когда их взаимодействие ведет к экстремальному сценарию. Определены формы результирующих импульсов и условия достижения наибольших амплитуд волн. Проанализированы экстремумы (положительные, отрицательные амплитуды и высоты результирующего импульса в момент взаимодействия волн) и высшие статистические моменты (асимметрия и эксцесс).

Каноническая форма мКдВ имеет вид

$$\frac{\partial u}{\partial t} + 6u^2 \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = 0. \quad (1)$$

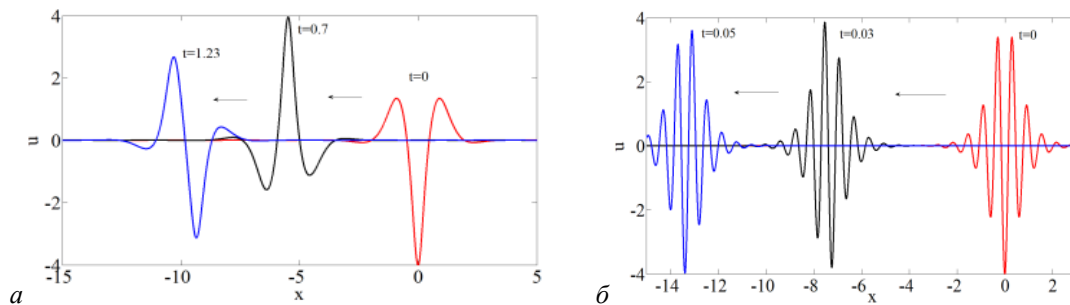
Его бризерное решение:

$$u(x, t) = -4q \operatorname{sech}(R) \left[ \frac{\cos(f) - \frac{q}{p} \sin(f) \tanh(R)}{1 + \left(\frac{q}{p}\right)^2 \sin^2(f) \operatorname{sech}^2(R)} \right], \quad (2)$$

$$f = 2px + 8q(p^2 - 3q^2)t + f_0, \quad R = 2qx + 8q(3p^2 - q^2)t + R_0, \quad (3)$$

$f_0$  и  $R_0$  – фазовые сдвиги,  $p$  влияет на количество волн в пакете,  $q$  определяет величину амплитуды бризера.

Эволюция одиночных бризеров для разных  $p$  показана на рис. 1. Бризер сохраняет энергию при распространении, хотя форма его меняется.



**Рис. 1.** Эволюция бризеров с разными параметрами:

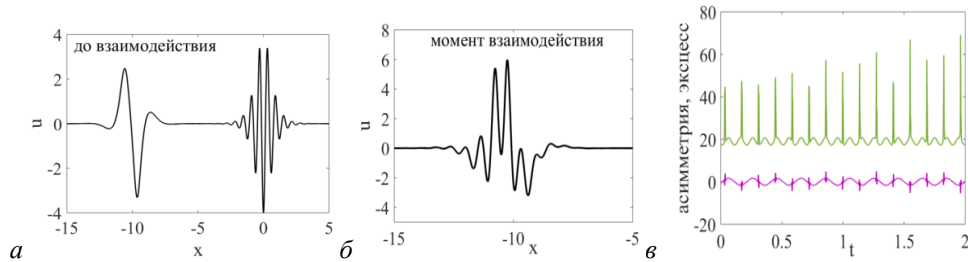
$$a - q = 1, p = 1; \quad b - q = 1, p = 5$$

Еще одно точное решение мКдВ – солитон:

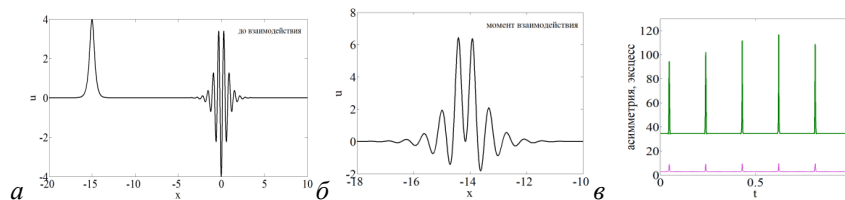
$$u(x, t) = sA \operatorname{sech}[A(x - ct - x_0)], \quad c = A^2, \quad (4)$$

где  $A$  – амплитуда,  $c$  – скорость,  $s = \pm 1$  – полярность,  $x_0$  – фаза солитона.

Процесс взаимодействия парных мКдВ-солитонов хорошо известен в отличие от взаимодействия бризеров. Рассмотрим взаимодействие двух бризеров с разными частотными составляющими:  $p = 1$  и  $p = 5$ . На рис. 2 представлены начальные формы волн ( $a$ ) и форма результирующего импульса ( $b$ ). В момент взаимодействия амплитуда импульса значительно возрастает, что также подтверждает резкое увеличение эксцесса (рис. 2,  $b$ ). За время счета бризеры взаимодействуют несколько раз (рассматриваются периодические граничные условия), и при каждом взаимодействии форма и амплитуда импульса меняются (что также демонстрируют разные значения эксцесса в момент взаимодействия). На рис. 2,  $b$  видно, что эксцесс увеличивается больше чем в три раза от начального значения, что говорит о возникновении аномальных импульсов.



**Рис. 2.** Два бризера до взаимодействия (*a*) и во время (*b*), а также статистические моменты (*в*): асимметрия (*внизу*) и эксцесс (*вверху*)



**Рис. 3.** Солитон и бризер до взаимодействия (*a*) и во время (*b*), а также статистические моменты (*в*): асимметрия (*внизу*) и эксцесс (*вверху*)

Процесс взаимодействия солитона и бризера представлен на рис. 3. Наблюдается значительное усиление амплитуды результирующего импульса, а также эксцесса волнового поля.

Из вышесказанного следует, что даже парное взаимодействие бризеров или бризера с солитоном может вести к значительному усилению волнового поля. Это, вероятно, будет способствовать образованию волн-«убийц» в мультибризерных полях, что требует дополнительного анализа.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 19-35-60022, а также Лаборатории динамических систем и приложений НИУ ВШЭ (грант Министерства науки и высшего образования РФ, соглашение 075-15-2019-1931).



# УСТОЙЧИВЫЕ И НЕУСТОЙЧИВЫЕ ПЕРИОДИЧЕСКИЕ ОРБИТЫ И ИХ БИФУРКАЦИИ В НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ С ФИКСИРОВАННЫМ ТОЧЕЧНЫМ ВИХРЕМ В ПЕРИОДИЧЕСКОМ ПОТОКЕ

*А.А. Дидов, М.Ю. Улейский, М.В. Будянский*

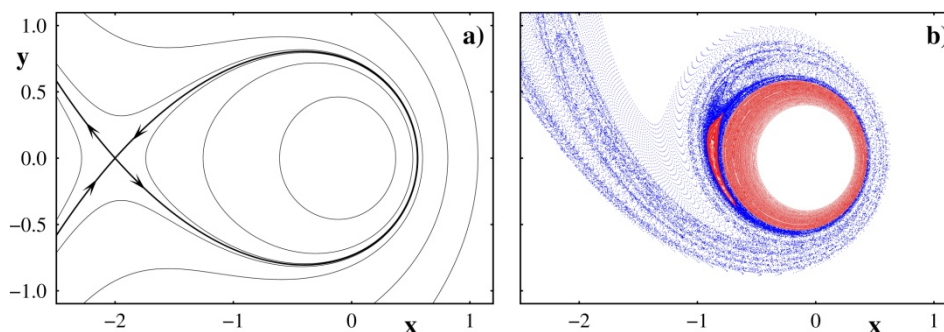
Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичева ДВО РАН, Владивосток

При включении малого внешнего периодического возмущения в гамильтоновых системах с одной степенью свободы происходит разрушение резонансных инвариантных торов с образованием на их месте эллиптических и гиперболических орбит. При достаточно малой амплитуде возмущения вокруг эллиптических точек существуют острова регулярного движения, а сепаратрисы гиперболических орбит формируют стохастический слой. Известно, что при увеличении амплитуды внешнего возмущения резонансные острова разрушаются. При этом остается открытым вопрос о том, что происходит с эллиптическими и гиперболическими орбитами в фазовом пространстве. Мотивация работы обусловлена тем, что гиперболические периодические орбиты являются своего рода скелетом динамической системы, организуют хаотическое перемешивание благодаря своим устойчивым и неустойчивым многообразиям. Этот «скелет» может наблюдаться в задачах хаотического рассеяния, формируя фрактальную структуру функции рассеяния. Еще одним важным свойством неустойчивых многообразий гиперболических точек является то, что они играют в океанологии важную прикладную роль, являясь границами раздела вод разных свойств и происхождения.

Кинематическая модель точечного вихря на фоне постоянного потока с периодической составляющей в качестве возмущения наиболее удобна для исследования периодических орбит и их свойств, так как представляет собой простейшую гомоклиническую петлю с одной-единственной седловой точкой и ядро устойчивых орбит (сингулярность в центре вихря), что является достаточным условием существования устойчивых траекторий в системе (неразрушаемость вихря) при любом значении амплитуды возмущения. Под воздействием периодического возмущения в фазовом пространстве точечного вихря возникает бесконечное множество нелинейных резонансов с эллиптическими и гиперболическими периодическими орбитами. Стационарная седловая точка при этом становится седловой периодической орбитой. Функция тока такой модели имеет вид

$$\Psi(x, y, t) = \ln \sqrt{x^2 + y^2} + x(\epsilon + \xi \sin t),$$

где  $x, y$  – координаты,  $t$  – время,  $\epsilon$  и  $\xi$  – амплитуды зональных скоростей стационарного и периодического потоков (рис. 1).



**Рис. 1.** Фазовый портрет невозмущенного потока, на котором изображены область регулярного движения, вихревая зона и разделяющая эти области сепаратриса (а), и сечение Пуанкаре, на котором изображены красным цветом область регулярного движения (полуцелый КАМ-резонанс 1:2, расположившийся ближе к седловой точке, и вихревая зона) и выделенная синим цветом область хаотического перемешивания (б);  $\epsilon = 0,5, \xi = 0,1$

В работе исследуются структурообразующие объекты фазового пространства в нелинейной динамической системе с фиксированным точечным вихрем в периодическом потоке. Основное внимание в работе уделено изучению поведения периодических орбит при увеличении амплитуды возмущения, в частности процессу разрушения резонансных островов. Исследуются все периодические орбиты внутри присепаратрисного стохастического слоя с периодами до  $n = 4$ .

Показано существование нелинейных резонансов камовской и некамовской природы. Аналитически и численно показано существование двух типов гиперболических точек. Найден универсальный каскад бифуркаций удвоения периода для эллиптических орбит (механизм уничтожения остро-

вов). Подобный каскад бифуркаций удвоения периода происходит со всеми эллиптическими орбитами, вне зависимости от того, порождены ли они КАМ-торами или возникли вследствие какой-либо бифуркации при некотором ненулевом значении параметра возмущения. Это позволяет предположить, что такой каскад является универсальным процессом разрушения эллиптических орбит.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ (проект 19-32-90031).

### Литература

1. *Didov A.A., Uleysky M.Yu., Budyansky M.V.* Stable and unstable periodic orbits and their bifurcations in the dynamical system with a fix point vortex in a periodic flow // *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. 2020. [направлена в печать].

# БЕСПРОВОДНАЯ ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ПЕРЕДАЧА ИНФОРМАЦИИ С МНОЖЕСТВЕННЫМ ДОСТУПОМ НА ОСНОВЕ ХАОТИЧЕСКИХ РАДИОИМПУЛЬСОВ

*А.С. Дмитриев<sup>1</sup>, Т.И. Мохсени<sup>1</sup>, К.М. Сьерра-Теран<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, Москва

<sup>2</sup>Московский физико-технический институт, Долгопрудный

Относительные схемы передачи информации разрабатываются и используются еще с 1950-х годов [1, 2]. Новый всплеск интереса к ним возник во второй половине 1990-х годов в связи с идеей использования динамического хаоса для передачи информации [3, 4]. Однако до практической реализации этих схем дело не дошло, в том числе потому, что они требовали использования линий запаздывания с большими задержками.

В [4, 5] была предложена относительная схема передачи информации на основе хаотических радиоимпульсов, относящаяся к классу прямохаотических систем [6].

В схеме DC<sup>2</sup> (Direct Chaotic Differential Communication) длительность задержек в приемнике и передатчике определяется не длительностью бита, а временем спада  $\tau$  автокорреляционной функции хаотического сигнала. По порядку величины  $\tau = 1/\Delta F$ , где  $\Delta F$  – полоса хаотического сигнала. Если, например, полоса хаотического сигнала будет 1 ГГц, то время автокорреляции  $\sim 1$  нс, а расстояние, которое за это время проходит сигнал 0,3 м (в кабеле соответственно 0,2 м). При полосе 10 ГГц имеем соответственно 0,1 нс и 0,03 м (0,02 м в кабеле). При этом верхняя граница скорости передачи будет определяться минимальной требуемой базой сигнала и составит примерно 50 Мбит/с и 500 Мбит/с соответственно.

Реально эта скорость несколько ниже, поскольку база сигнала должна в этом случае быть как минимум 16–19 дБ. Поэтому и предельные скорости будут 12–20 Мбит/с при полосе 1 ГГц и 120–200 Мбит/с при полосе сигнала 10 ГГц.

Заметим, что уменьшение предельной скорости происходит из-за наличия собственных шумов в системе передачи. Интенсивность каждого из компонентов шума такая же, как у самого сигнала. Всего таких «шумовых» компонент 3, что эквивалентно (при одинаковой мощности информационного и «шумового» сигнала) при отсутствии внешних шумов отношению сигнал/шум – SNR = 2/3, или  $\sim -1$  дБ. Эти 1 дБ и проявляются в характеристиках схемы в качестве необходимого увеличения процессинга (базы сигнала).

Рассматриваемая схема относительной передачи с использованием хаотических радиоимпульсов допускает множественный доступ, т. е. одновременную работу в эфире нескольких приемопередатчиков, в которых используются (в том числе) одинаковые генераторы хаоса.

Поскольку схема CD<sup>2</sup> использует для извлечения полезного сигнала автокорреляционные свойства хаотического радиоимпульса, процедуру корреляции можно попытаться также использовать для выделения полезных сигналов многих пользователей на фоне сигналов других пользователей, рассматриваемых как внешний шум.

Рассмотрим DC<sup>2</sup>-систему с  $N$  пользователями. Предположим, что сигналы, приходящие в данный  $i$ -й приемник от  $N$  передатчиков, имеют один и тот же уровень мощности  $p$ . Каждый приемник обрабатывает желанный (полезный) сигнал на уровне мощности  $p$ , и  $N - 1$  интерферируют с ним, каждый из этих сигналов также имеет уровень мощности  $p$ . При одном передающем устройстве только  $1/4$  принимаемой мощности  $p$  будет содержать полезный сигнал, а  $3/4 p$  будут восприниматься приемником как сигнал-помеха. Поэтому с учетом использования антиподальной модуляции минимальное значение SNR = 2/3 в случае  $N = 1$ .

В общем случае при  $N \geq 2$  отношение сигнал/шум на входе  $i$ -го приемника будет равно

$$\text{SNR} = 2 / [3 + 4(N - 1)]. \quad (1)$$

Число пользователей ограничивается величиной SNR на пользователя.

Проведя соответствующие выкладки, можно показать, что максимальное число пользователей  $N_{\text{макс}}$  будет равно

$$N_{\text{макс}} = 1/4 [1 + 2 \cdot (W/R)/(E_b/N_0)] - \eta/p, \quad (2)$$

где  $W$  – полоса частот хаотического сигнала;  $R$  – скорость передачи информации в битах;  $p$  – мощность сигнала, приходящая в приемник от одного передатчика;  $\eta$  – мощность внешнего шума.

## Литература

1. *Петрович Н.Т., Размахнин М.К.* Системы связи с шумоподобными сигналами. М. : Советское радио, 1969. 232 с.
2. *Варакин Л.Е.* Системы связи с шумоподобными сигналами. М. : Радио и связь, 1985. 384 с.
3. *Kolumban G., Kennedy M.* The role of synchronization in digital communications using chaos. Part I: Fundamentals of digital communications // IEEE Trans. Circuits and Systems. 1997. V. 44, № 10. P. 927–936.
4. *Дмитриев А.С., Мохсени Т.И., Сьерра-Теран К.М.* Относительная передача информации на основе хаотических радиоимпульсов // РЭ. 2018. Т. 63, № 10. С. 1–9.
5. Процессы передачи и обработки информации в системах со сложной динамикой / под ред. А.С. Дмитриева и Е.В. Ефремовой. М. : Техносфера, 2019. 319 с.
6. Прямохаотические схемы передачи информации в сверхвысокочастотном диапазоне / Дмитриев А.С., Кяргинский Б.Е., Панас А.И., Старков С.О. // РЭ. 2001. Т. 46, № 2. С. 224–233.

## ОБ ОСОБЕННОСТЯХ РАССЕЯНИЯ РАДИОЛОКАЦИОННОГО СИГНАЛА НА ОБРУШИВАЮЩИХСЯ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛНАХ В ПРИСУТСТВИИ ПОВЕРХНОСТНО-АКТИВНЫХ ПЛЕНОК

*В.А. Доброхотов, И.А. Сергиевская, И.А. Капустин,  
С.А. Ермаков, Д.В. Вострякова*

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

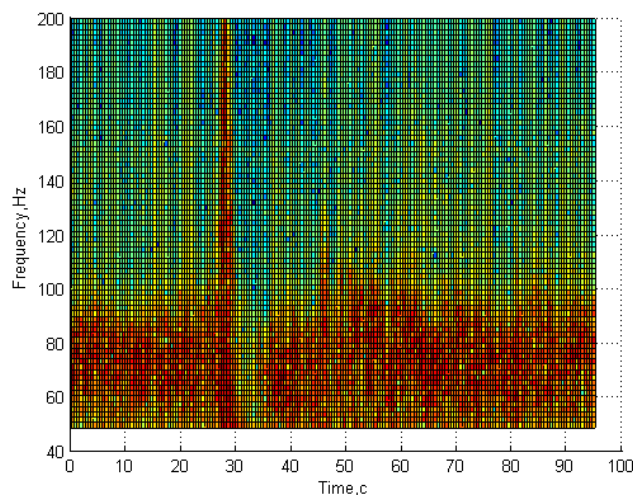
Исследование роли обрушений поверхностных волн исключительно важно для понимания механизмов рассеяния микроволн на поверхностном волнении и, соответственно, для развития моделей радиолокационного зондирования океана. Особенности радиолокационных сигналов в условиях зондирования интенсивных поверхностных волн дециметрового (дм-) и метрового (м-) диапазонов длин изучались в ряде работ, в том числе в предыдущих экспериментах авторов (см., например, [1, 2]). Было установлено, что существенный вклад в рассеяние определяется сильной нелинейностью волн, большими наклонами и значительной кривизной в области гребней волн, генерацией гармоник («вынужденных волн») и пр., и рассеяние может носить существенно небрэгговский характер. Несмотря на выполненные исследования, понимание роли обрушений пока остается недостаточным, особенно это относится к условиям распространения интенсивных волн в присутствии поверхностных пленок.

В данной работе представлены результаты лабораторных экспериментов, проведенных в овальном ветроволновом бассейне ИПФ РАН и нацеленных на физическое моделирование сильных обрушений поверхностных волн метрового и частично дециметрового диапазонов как на чистой воде, так и в присутствии поверхностно-активных пленок и исследование проявления этих обрушений в сигналах микроволновых радиолокаторов.

Для создания обрушивающихся волн была использована методика дисперсионной фокусировки: механическим волнопродуктором возбуждался цуг поверхностных волн с линейно уменьшающейся частотой. Длинноволновые (низкочастотные) волновые компоненты в цуге догоняли коротковолновые компоненты, что приводило к пространственной компрессии волнового цуга на заданном расстоянии от волнопродуктора и существенному увеличению высоты волны. Обычно в области максимальной компрессии наблюдались одна-две волны с высотами в два-три раза превышающими высоты генерируемых волн. При этом в области фокусировки достигалось сильное обрушение волн с образованием пузырьков и пены. Механизм влияния пленки на обрушение достаточно сложен: при больших концентрациях ПАВ и больших величинах параметра упругости пленки наличие последней приводило к сглаживанию гребня дм-м-волн и ослаблению процессов опрокидывания гребней волн, пленки же с малой концентрацией ПАВ и малой упругостью разрывались в области волновых гребней из-за появления турбулентных скоростей и слабо влияли на процессы обрушения. Все это можно связать с изменением коэффициента поверхностного натяжения (КПН), так как при появлении пленки КПН уменьшается. Соответственно и проявления обрушений в характеристиках сигналов радиолокационного рассеяния сильно зависели от характеристик пленок.

Для дополнительного изучения влияния пленок на структуру поверхностных волн вместе с генерацией обрушивающихся волн создавалось ветровое волнение (ветровая рябь) как в направлении распространения обрушивающихся волновых пакетов, так и навстречу им.

В ходе работы изучены характеристики поверхностных волн, а также характеристики радиолокационных сигналов микроволнового диапазона на горизонтальной и вертикальной поляризациях при зондировании областей сильных обрушений волн как на чистой воде, так и в присутствии пленки, даны оценки вклада обрушивающихся гребней волн на брэгговскую и неполяризационную компоненты рассеяния. На основе лабораторных экспериментов установлено, что при наличии ветрового волнения на поверхности воды, движущегося в том же направлении, что и обрушивающаяся волна, после обрушения формируется область «выглаживания» (область, на которой отсутствуют нелинейные капиллярные структуры) за счет турбулентных скоростей (рис. 1). Первые 25 секунд наибольшая интенсивность РЛ-рассеяния заключена в диапазоне частот 60–90 Гц, что соответствует брэгговскому рассеянию на нелинейной капиллярной ряби, создаваемой ветровым волнением. Далее спектр интенсивности расширяется за счет обрушивающейся волны, после которой можно наблюдать область «выглаживания», а затем восстановление волнения. Для встречного по отношению к обрушению волнения подобной области обнаружить пока не удалось.



**Рис. 1.** Спектрограмма рассеянного РЛ-сигнала на VV-поляризации для чистой поверхности при наличии ветрового волнения, распространяющегося по направлению распространения обрушения. Область «выглаживания» расположена во временном диапазоне 30–35 с

Механизм влияния пленки на ветровое волнение с обрушивающимися волнами представляет собой гашение нелинейных структур и сглаживание гребней волн за счет уменьшения КПН. В области сразу за обрушением начинают действовать два противоположных механизма. С одной стороны, обрушение разрывает пленку (подробнее см. [3]), что, в свою очередь, ведет к появлению нелинейностей в данных областях. С другой стороны, турбулентное перемешивание гасит эту нелинейность. Все это в разной степени может влиять на обратное рассеяние РЛ-сигнала и приводить к тому, что область «выглаживания» будет наблюдаться в течение разного количества времени.

Работа выполнена при поддержке РФФ (проект 18-17-00224).

#### Литература

1. *Ермаков С.А.* Лабораторное исследование радиолокационного рассеяния сильно нелинейными волнами на поверхности воды / С.А. Ермаков, И.А. Капустин, И.А. Сергиевская // Изв. РАН. Сер. физическая. 2010. Т. 74, № 12. С. 1765–1768.
2. *Ермаков С.А.* Об особенностях рассеяния радиолокационных сигналов сверхвысокочастотного диапазона на обрушивающихся гравитационно-капиллярных волнах / С.А. Ермаков, И.А. Капустин, И.А. Сергиевская // Известия вузов. Радиофизика. 2012. Т. 55, № 7. С. 500–509.
3. *Ермаков С.А.* Экспериментальное исследование разрушения поверхностных пленок обрушивающимися гравитационными волнами / С.А. Ермаков, И.А. Капустин, Т.Н. Лазарева, О.В. Шомина // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2015. Т. 12, № 1. С. 72–79.

# СПОНТАННОЕ НАРУШЕНИЕ СИММЕТРИИ И ВОЗНИКНОВЕНИЕ ГИБРИДНЫХ СОСТОЯНИЙ В АКТИВНЫХ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

*Д.А. Долинина, А.В. Юлин*

Университет ИТМО, Санкт-Петербург

Спонтанное нарушение симметрии – это процесс, при котором система, описываемая симметричными уравнениями, спонтанно переходит в асимметричное состояние. Данное явление свойственно многим динамическим системам, а потому встречается в очень широком спектре физических задач, начиная от относительно простых механических [1] и лазерных [2] систем и заканчивая теориями суперструн [3].

В настоящей работе рассмотрена активная система, состоящая из трёх связанных резонаторов, и исследована бифуркация спонтанного нарушения симметрии, приводящая к формированию устойчивых несимметричных состояний.

Рассмотренная система представляет собой пару нелинейных активных резонаторов с лазерной генерацией, которые непосредственно друг с другом не взаимодействуют, однако каждый из них взаимодействует с помещённым между ними линейным резонатором. Математически такая модель может быть описана следующим образом:

$$\partial_t B = \Gamma B - \beta |B|^2 B + i\alpha |B|^2 B + i\delta B + i\sigma A, \quad (1)$$

$$\partial_t C = \Gamma C - \beta |C|^2 C + i\alpha |C|^2 C + i\delta C + i\sigma A, \quad (2)$$

$$\partial_t A = -\gamma A + i\sigma(B + C), \quad (3)$$

где  $B$  и  $C$  – комплексные амплитуды двух нелинейных резонаторов,  $A$  – комплексная амплитуда линейного резонатора,  $\Gamma$  – накачка,  $\beta$  – коэффициент нелинейных потерь,  $\alpha$  – величина керровской нелинейности,  $\delta$  – отстройка собственных частот нелинейных резонаторов от линейного,  $\sigma$  – коэффициент консервативной связи между нелинейными и линейным резонатором и  $\gamma$  – величина потерь в центральном резонаторе.

Были исследованы стационарные состояния, характеризующиеся постоянными комплексными амплитудами, т. е. изучались решения вида  $A \sim B \sim C \sim e^{i\omega t}$ . Обнаружено, что в рассмотренной системе уравнений возможно существование трёх видов стационарных решений.

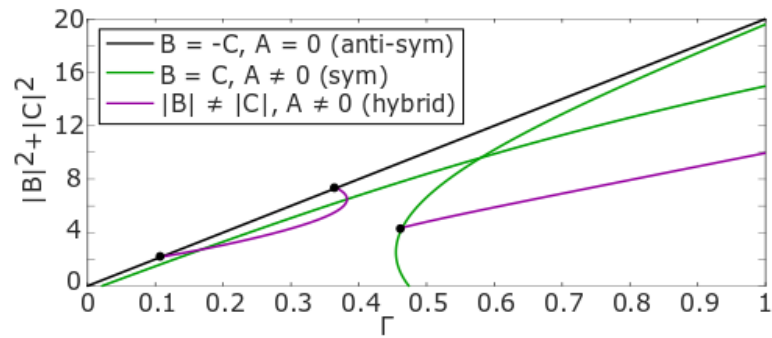
Первый вид – состояния, в которых амплитуды нелинейных резонаторов одинаковы по модулю, но находятся в противофазе:  $B = -C$ . Назовём такой вид решений «антисимметричным». Модуль амплитуды такого состояния легко может быть найден аналитически:  $|B| = |C| = (\Gamma/\beta)^{1/2}$ ,  $A = 0$ . Данный вид решений обладает наименьшими потерями, поскольку передачи энергии в центральный резонатор не происходит, и существует при любых значениях накачки.

Второй вид стационарных решений – это состояния, в которых амплитуды нелинейных резонаторов одинаковы по модулю и синфазны:  $B = C$ ,  $A \neq 0$ . Это «симметричные» состояния. Данные состояния обладают наибольшими потерями из-за связи с центральным резонатором и поэтому существуют только выше определённого порогового значения накачки, которое определяется как  $\Gamma_{cr} = 2\sigma^2\gamma/(\omega^2 + \gamma^2)$ .

Самым нетривиальным является третий вид стационарных состояний, которые характеризуются неодинаковыми по модулю амплитудами нелинейных резонаторов:  $|B| \neq |C|$ ,  $A \neq 0$ . Назовём такие состояния «гибридными», поскольку они в определённом смысле могут быть интерпретированы как смешанные состояния антисимметричного и симметричного состояний. Данные решения бифурцируют как от антисимметричного, так и от симметричного состояний и являются следствием спонтанного нарушения симметрии в системе.

Все перечисленные состояния представлены на рис. 1.

Упомянутые выше гибридные состояния могут быть динамически устойчивыми, что подтверждалось с помощью прямого численного моделирования, а это означает, что подобное спонтанное нарушение симметрии может быть обнаружено в эксперименте.



**Рис. 1.** Бифуркационная диаграмма нетривиальных состояний в системе связанных резонаторов.  
 Параметры:  $\beta = 0,1$ ,  $\delta = -2,4$ ,  $\alpha = 0,5$ ,  $\sigma = 1$ ,  $\gamma = 0,1$

### Литература

1. *Strocchi F.* Symmetry breaking / F. Strocchi. Berlin : Heidelberg : Springer, 2008. V. 732. (Book Series "Lecture Notes in Physics").
2. *Heil T.* Chaos synchronization and spontaneous symmetry-breaking in symmetrically delay-coupled semiconductor lasers / T. Heil, I. Fischer, W. Elsässer, J. Mulet, and C.R. Mirasso // *Phys. Rev. Lett.* 2001. V. 86, iss. 5. Art. 795.
3. *Kostelecký V.A.* Spontaneous breaking of Lorentz symmetry in string theory / V.A. Kostelecký and S. Samuel // *Phys. Rev. D.* 1989. V. 39. Art 683.



# ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ОДНОМЕРНЫХ ВСТРЕЧНЫХ ВОЛН НА ГЛУБОКОЙ ВОДЕ В СИСТЕМЕ СУПЕРКОМПАКТНЫХ УРАВНЕНИЙ

*С.В. Дремов<sup>1,2</sup>, Д.И. Качулин<sup>1,2</sup>, А.И. Дьяченко<sup>2,3</sup>*

<sup>1</sup>Новосибирский государственный университет

<sup>2</sup>Сколковский институт науки и технологий, Москва

<sup>3</sup>Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН, Черноголовка

В работе рассматриваются одномерные гравитационные волны на глубокой воде. Данная система является гамильтоновой [1], а  $\eta(x, t)$  и  $\psi(x, t)$  – гамильтоновыми физическими переменными, где  $\eta(x, t)$  – профиль свободной поверхности, а  $\psi(x, t)$  – потенциал скорости на ней. Использование канонического преобразования от физических переменных к новым комплексным нормальным переменным  $c(x, t)$  и  $c^*(x, t)$  позволяет значительно упростить вид гамильтониана, убрав из него все нерезонансные слагаемые и оставив в нём слагаемые, соответствующие четырёхволновому взаимодействию [2]. Особенность четырёхволнового взаимодействия волн позволяет разделить их на две группы: волны, распространяющиеся вправо, и волны, распространяющиеся влево. В таком случае переменная  $c(x, t)$  представляется в виде суммы двух функций  $c^+$  и  $c^-$ , аналитических в верхней и нижней полуплоскостях соответственно, а динамические уравнения принимают следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial c^+}{\partial t} + i\hat{\omega}c^+ = \partial_x^+ [i(|c^+|^2 - |c^-|^2)c_x^+ + c^+\hat{k}(|c^+|^2 - |c^-|^2) - ic^+c^-c_x^{*-} - c^{-*}\hat{k}(c^+c^-)], \\ \frac{\partial c^-}{\partial t} + i\hat{\omega}c^- = \partial_x^- [i(|c^-|^2 - |c^+|^2)c_x^- + c^-\hat{k}(|c^-|^2 - |c^+|^2) - ic^-c^+c_x^{+*} + c^{+*}\hat{k}(c^+c^-)]. \end{cases}$$

Здесь  $c^+(x, t)$  и  $c^-(x, t)$  соответствуют волнам, распространяющимся в противоположных направлениях, операторы  $\hat{k}$  и  $\hat{\omega}$  – умножению на  $|k|$  и  $\sqrt{g|k|}$  в  $k$ -пространстве, а операторы  $\partial_x^+$  и  $\partial_x^-$  – умножению на  $ik\theta(k)$  и  $ik\theta(-k)$  в  $k$ -пространстве, где  $\theta(k)$  – функция Хэвисайда. Физические переменные  $\eta(x, t)$  и  $\psi(x, t)$  могут быть восстановлены с помощью канонического преобразования.

Приведённая выше система уравнений имеет простое решение в виде стоячих волн. Кроме того, при переходе к переменным огибающих волновых пакетов  $C^+(x, t)$  и  $C^-(x, t)$  и в предположении их узкой спектральной ширины систему можно свести к двум уравнениям типа нелинейных уравнений Шрёдингера (НУШ), описывающих динамику слабо модулированных волн [2]:

$$\begin{cases} \frac{\partial C^+}{\partial t} + V_g^+ C_x^+ + i\frac{\omega_+}{8k_+^2} C_{xx}^+ + i[k_+^2|C^+|^2 - 2k_+k|C^-|^2]C^+, \\ \frac{\partial C^-}{\partial t} + V_g^- C_x^- + i\frac{\omega_-}{8k_-^2} C_{xx}^- + i[k_-^2|C^-|^2 - 2|k_-|k|C^+|^2]C^-. \end{cases}$$

Здесь  $k_+ > 0$ ,  $k_- < 0$ ,  $k = \min(|k_+|, |k_-|)$ ,  $V_g^+ = \frac{\partial\omega}{\partial k}|_{k=k_+}$ ,  $V_g^- = \frac{\partial\omega}{\partial k}|_{k=k_-}$ .

Найдены точные решения системы типа двух НУШ в виде нелинейных стоячих волн:  $C^+(x, t) = R(x)e^{i\varphi(x)+i\Omega t}$  и  $C^-(x, t) = R(x)e^{-i\varphi(x)+i\Omega t}$ . Периодические решения выражаются через эллиптические функции:

$$\begin{aligned} R(x) &= P\sqrt{1 - a \operatorname{cn}^2(\lambda x, m)}, \\ \varphi(x) &= 2k_0 \left[ x - \frac{1}{J(a, m)} \frac{\operatorname{П}\left(\frac{a}{a-1}, am(\lambda x, m), m\right)}{\lambda(1-a)} \right], \\ J(a, m) &= \frac{\operatorname{П}\left(\frac{a}{a-1}, m\right)}{K(m)(1-a)}, \end{aligned}$$

где  $\operatorname{П}\left(\frac{a}{a-1}, m\right)$  – полный эллиптический интеграл третьего рода, а  $K(m)$  – полный эллиптический интеграл первого рода.

В работе проводилось численное моделирование динамики возмущённых стоячих волн и волновой турбулентности в системе суперкомпактных уравнений. Также в рамках этой системы исследовалась динамика точного решения системы двух НУШ в виде нелинейной стоячей волны. Показано, что в результате развития модуляционной неустойчивости стоячих волн на поверхности формируются взаимодействующие когерентные структуры, распространяющиеся в противоположных направлениях. С течением времени количество подобных структур возрастает.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФ 19-72-30028.

#### **Литература**

1. *Zakharov V.E.* Stability of periodic waves of finite amplitude on the surface of a deep fluid // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 1968. V. 9, № 2. P. 190–194.
2. *Dyachenko A.I.* Equations for deep water counter streaming waves and new integrals of motion // Fluids. 2019. V. 4, № 1. P. 47.

# ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТА ДРЕЙФА В ЗРИТЕЛЬНОЙ РАБОЧЕЙ ПАМЯТИ В НЕЙРОННОЙ СЕТИ С КОЛЬЦЕВОЙ АРХИТЕКТУРОЙ

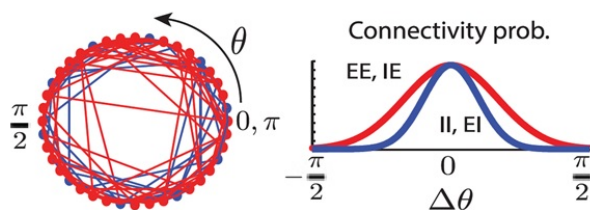
*Е.А. Емелин, М.А. Мищенко*

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

В настоящее время повсеместно ведутся исследования, направленные на изучение работы мозга. До сих пор нет достаточного понимания протекания многих процессов и явлений, либо их описание представлено лишь теориями, требующими проверки. Поскольку решение данных вопросов является сложной задачей, были разработаны различные математические модели нейронов и сетей на их основе, призванные облегчить исследования. Их изучение и моделирование позволяет получать данные, которые расширяют наше понимание механизмов, лежащих в основе процессов, протекающих в мозге.

Одним из важных феноменов является зрительная рабочая память, так как позволяет обрабатывать информацию и манипулировать ей в короткие промежутки времени [1, 2]. Принцип её работы заключается в синхронной активности групп нейронов, кодирующих соответствующий им объект. По одной из концепций значительное влияние на данный процесс оказывает кратковременная синаптическая пластичность [2, 3]. Кроме того, в зрительной рабочей памяти существует интересное для изучения явление дрейфа нейронной активности. Его суть заключается в том, что происходит смещение активности от нейронов, кодирующих конкретный объект, что приводит к искажению информации [4].

Для исследования механизмов формирования зрительной рабочей памяти и роли пластичности связей в динамике данного явления удобным инструментом является математическое моделирование. Для моделирования зрительной рабочей памяти предполагается использовать импульсную нейронную сеть с кольцевой топологией [5]. В качестве функционального элемента сети выбрана модель импульсного нейрона, относящаяся к типу «накопление и сброс». На рис. 1 изображена схема подобной конфигурации сети и пример распределения количества связей между нейронами в зависимости от их пространственного расположения.



**Рис. 1.** Пример кольцевой нейронной сети из 40 элементов и распределение связей в ней [5]

Причиной использования подобной сети является её архитектура, повторяющая строение нейронных колонок зрительной коры головного мозга, которые отвечают за определение ориентации входного зрительного стимула.

В данной работе проведено моделирование рабочей памяти с помощью симулятора для импульсных нейронных сетей Brian2 и научной среды разработки Spyder. В результате нам удалось воспроизвести эффект и оценить важность кратковременной пластичности в данном процессе. Кроме того, мы исследовали эффект дрейфа нейронной активности. Согласно экспериментальным данным, причиной дрейфа является неоднородность связей в нейронной сети и возможный механизм для уменьшения этого эффекта – добавление кратковременной синаптической пластичности [4]. Мы провели моделирование на импульсной нейронной сети с кольцевой архитектурой и достигли дрейфа активности нейронов, ответственных за поданный стимул. Путём добавления пластичности удалось значительно замедлить данное смещение.

Дальнейшим направлением в исследовании зрительной рабочей памяти будет изучение её ёмкости. Планируется провести моделирование описанной ранее нейронной сети с целью подачи на вход нескольких стимулов, их сохранения и восстановления спустя определённый период времени от начала симуляции. Будет проведена оценка данной модели на способность хранить несколько образов в памяти, насколько точно удаётся сохранить и воспроизвести их. Планируется изучить влияние параметров нейронной сети и кратковременной синаптической пластичности на ёмкость памяти.

Работа выполнена при поддержке РФФИ в рамках проекта 18-11-00294.

## Литература

1. Barak O., Tsodyks M. Working models of working memory // Current opinion in neurobiology. 2014. V. 25. P. 20–24.
2. Mongillo G., Barak O., Tsodyks M. Synaptic theory of working memory // Science. 2008. V. 319, № 5869. P. 1543–1546.
3. Miller E.K., Lundqvist M., Bastos A.M. Working Memory 2.0 // Neuron. 2018. V. 100, № 2. P. 463–475.
4. Itskov V., Hansel D., Tsodyks M. Short-term facilitation may stabilize parametric working memory trace // Frontiers in Computational Neuroscience. 2011. V. 5. P. 40.
5. Lajoie G., Young L.S. Dynamic signal tracking in a simple V1 spiking model // Neural Computation. 2016. V. 28, № 9. P. 1985–2010.

# ДИНАМИЧЕСКИЕ МЕХАНИЗМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДИНАМИКОЙ ДОФАМИНЕРГИЧЕСКИХ НЕЙРОНОВ

*Д.Г. Захаров<sup>1</sup>, Б.С. Гуткин<sup>1,2</sup>, А.С. Кузнецов<sup>3</sup>*

<sup>1</sup>Институт когнитивных нейронаук, ВШЭ, Москва

<sup>2</sup>École normale supérieure PSL University, Paris, Франция

<sup>3</sup>Indiana University–Purdue University Indianapolis, США

Дофаминергические (DA) нейроны, расположенные в вентральной области покрышки, играют ключевую роль во многих когнитивных задачах, и в частности, в обучении с подкреплением. Роль подкрепления в этом случае играет выделяемый этими нейронами дофамин, концентрация которого определяется активностью DA-нейронов [1]. Тоническая (низкочастотная) генерация потенциалов действия обеспечивает фоновый уровень дофамина. Фазическая (высокочастотная) активность наблюдается при положительном подкреплении и увеличивает концентрацию дофамина. А снижение частоты генерации или подавление их активности соответствует отрицательному подкреплению и снижению концентрации дофамина ниже фонового уровня. Таким образом, моделирование активности DA-нейронов и выявление динамических механизмов, приводящих к изменению частоты генерации спайков этими нейронами, является важной и актуальной задачей. В этом докладе мы рассмотрим возможные динамические механизмы, которые могут приводить к существенному росту частоты этих нейронов.

Первый динамический механизм связан с действием тонического НМДА (N-метил-D-аспартата, NMDA) тока. Наши феноменологическая и биофизическая модели [2] качественно воспроизводят классический экспериментальный эффект [3, 4], при котором этот синаптический ток, в отличие, например, от АМРА ( $\alpha$ -амино-3-гидрокси-5-метил-4-изоксазолпропионовой кислоты) тока или инъекции тока в сому нейрона, может многократно увеличивать частоту этих нейронов.

В основе второго механизма лежит смена класса возбудимости (класса генерации спайков) DA-нейронов в зависимости от изменения синаптических и/или внутренних ионных токов. Калибровка феноменологической и биофизической моделей проводилась на основе воспроизведения экспериментального эффекта компенсации НМДА и ГАМК ( $\gamma$ -аминомасляная кислота, GABA) токов, в результате которой нейрон демонстрирует низкочастотную активность, аналогичную тонической [5]. Отметим, что возбудимость DA-нейронов I класса может быть важна для воспроизведения низких частот тонического режима генерации и тонкой настройки уровней концентрации базального дофамина, тогда как переключение их возбудимости на II класс может способствовать временному увеличению концентрации дофамина, поскольку нейроны II класса возбудимости легче синхронизировать общим внешним сигналом [6].

Третий динамический механизм, позволяющий увеличивать частоту DA-нейронов, связан с действием синхронной популяции ГАМК-нейронов вентральной области покрышки (которые имеют существенно более высокую частоту по сравнению с DA-нейронами). В рамках схематической модели, представляющей собой две взаимодействующие популяции ГАМК- и DA-нейронов, асинхронная активность ГАМК-нейронов обеспечивает почти постоянный уровень подавления DA-нейронов, при снятии которого генерируется высокочастотная пачка спайков. Напротив, когда сеть ГАМК-нейронов синхронизируется, например посредством общего синаптического входа, эти нейроны могут создавать высокоамплитудную высокочастотную последовательность импульсов, которая может обеспечивать высокочастотную генерацию DA-нейронов [7]. Такая динамика была описана нами на примере осциллятора Мак-Кина [8]. Было показано, что такие высокочастотные вынужденные колебания существуют в широких интервалах параметров внешней силы (амплитуды и частоты импульсов).

Эта работа подготовлена в рамках программы фундаментальных исследований НИУ ВШЭ с использованием средств субсидии в рамках государственной поддержки ведущих университетов Российской Федерации «5-100».

## Литература

1. *Schultz W.* Predictive reward signal of dopamine neurons // *J. Neurophysiol.* 1997. V. 80. P. 1–27.
2. Synergy of AMPA and NMDA receptor currents in dopaminergic neurons: a modeling study / *Zakharov D., Lapish C., Gutkin B., Kuznetsov A.* // *Front. Comput. Neurosci.* 2016. V. 10. Art. 48.
3. *Johnson S.W., Wu Y.N.* Multiple mechanisms underlie burst firing in rat midbrain dopamine neurons in vitro // *Brain Res.* 2004. V. 1019. P. 293–296.
4. An intrinsic neuronal oscillator underlies dopaminergic neuron bursting / *Deister C.A., Teagarden M.A., Wilson C.J., and Paladini C.A.* // *J. Neurosci.* 2009. V. 29. P. 15888–15897.

5. *Lobb C.J., Wilson C.J., Paladini C.A.* A dynamic role for GABA receptors on the firing pattern of midbrain dopaminergic neurons // *J. Neurophysiol.* 2010. V. 104. P. 403–413.
6. Dopamine neurons change the type of excitability in response to stimuli / *Morozova E., Zakharov D., Gutkin B., Lapish C., Kuznetsov A.* // *PLoS Comput. Biol.* 2016. V. 12. Art. e1005233.
7. Contribution of synchronized GABAergic neurons to dopaminergic neuron firing and bursting / *Morozova E., Myroshnychenko M., Zakharov D., di Volo M., Lapish C., Gutkin B., and Kuznetsov A.* // *J. Neurophysiol.* 2016. V. 116. P. 1900–1923.
8. High-frequency forced oscillations in neuronlike elements / *Zakharov D.G., Krupa M., Gutkin B.S., Kuznetsov A.S.* // *Physical Review E.* 2018. V. 97. Art. 0622112018.

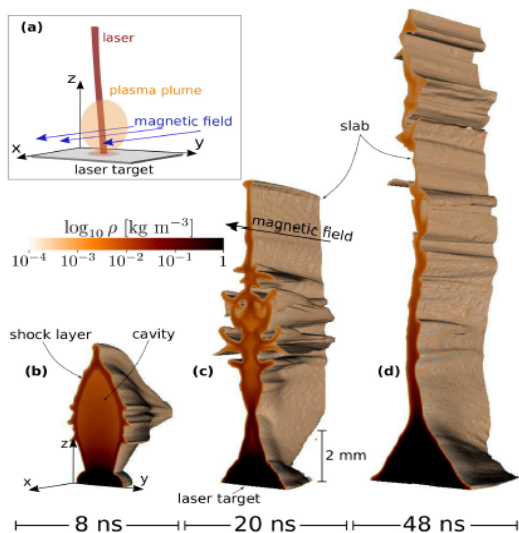
# ОПТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ДИАГНОСТИКИ ПЛАЗМЫ В ЛАБОРАТОРНОЙ АСТРОФИЗИКЕ

*Р.С. Земсков*

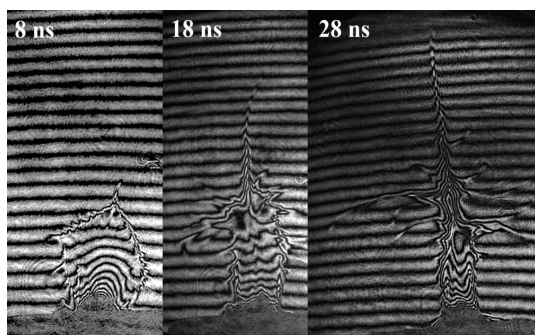
Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

Лабораторная астрофизика – относительно новая научная дисциплина, развитие которой в значительной мере определяется наблюдающимся в последние десятилетия прогрессом в создании мощных импульсных лазеров. Современные лазерно-плазменные лабораторные системы позволяют моделировать в лабораторных условиях широкий спектр астрофизических задач, связанных, в частности, с генерацией высокоскоростных потоков плазмы и их взаимодействием с магнитными полями. В рамках доклада будут рассмотрены методы диагностики лазерной плазмы, применяемые в экспериментах по лабораторному моделированию аккреционных процессов на стенде PEARL (ИПФ РАН).

В экспериментах используются наносекундные лазерные импульсы, которые фокусируются на



**Рис. 1.** Трехмерная симуляция динамики плазмы, расширяющейся поперек магнитного поля [1]: *a* – схема эксперимента; *b*, *c* и *d* – пространственная структура плазмы в моменты времени 8, 20 и 48 нс соответственно



**Рис. 2.** Результаты эксперимента – интерференционные картины в разные моменты времени

В работе дается обзор существующих оптических методов диагностики прозрачной плазмы. Предлагается построить комбинированную схему для диагностики разлета плазмы поперек магнитного поля на установке PEARL, которая позволяет определять интегральные концентрации плазмы интерференционным методом и магнитные поля в областях неустойчивости методами поляриметрии.

## Литература

1. Khair, B. Laboratory evidence for the magnetic Rayleigh-Taylor instability in laser-produced high energy density plasmas // B. Khair [et al.] // Phys. Rev. Lett. 2019. V. 123. Art. 205001.

# МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ВОЛН МОДИФИЦИРОВАННЫМ МЕТОДОМ РЕШЁТОЧНЫХ УРАВНЕНИЙ БОЛЬЦМАНА

*Е.В. Зипунова, А.Ю. Перепёлкина*

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва

Вычислительная гидрогазодинамика широко используется при разработке новых технологий, прогнозе погоды, влияния природных и техногенных чрезвычайных ситуаций.

При решении задач моделирования гидро- и газодинамики, в том числе задач по моделированию многофазных сред, капиллярных течений, поровых пространств, с успехом применяется метод решёточного уравнения Больцмана (LBM) [1, 2]. Основными достоинствами данного метода по сравнению с классическим подходом решения уравнений Навье – Стокса являются простота вычислений и малая взаимозависимость вычислений между ячейками сетки, позволяющая неограниченно масштабировать область моделирования и эффективно распараллеливать вычисления.

LBM выводится путём дискретизации кинетического уравнения Больцмана. Функция распределения по скоростям представляется небольшим числом дискретных значений в пространстве скоростей – дискретные функции распределения (ДФР). Для ДФР определены правила переноса, то есть копирования значения из соответствующей точки, и столкновения, то есть релаксации к локальному равновесию в узлах сетки.

Однако применимость классического метода решёточных уравнений Больцмана ограничена задачами с малыми скоростями потока и при изотермических условиях.

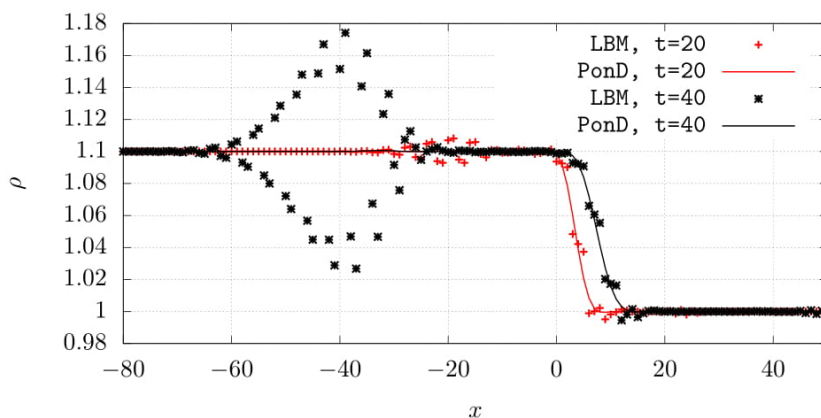
В статье [3] был предложен метод решения дискретного уравнения Больцмана PonD, альтернативный LBM, свободный от указанных ограничений. Это получено за счёт введения перекалибровки ДФР из условия инвариантности гидродинамических моментов относительно выбора переменной интегрирования. В вычислительном аспекте по сравнению со стандартным подходом LBM шаг столкновений упрощается, но для выполнения переноса требуется применять неявную схему, вычислительно сложную и неконсервативную в общем случае. При переносе в каждой точке пространственной сетки требуется проведение итераций, в процессе которых для  $Q$  дискретных функций распределения происходит перекалибровка на шаблоне из  $N$  точек. При перекалибровке для каждой точки шаблона требуется обращение матрицы  $Q \times Q$ . Таким образом, схема требует большого числа вычислений.

В [4] был предложен вариант метода PonD, обеспечивающий консервативность и использующий явную схему переноса, что уменьшает количество требуемых вычислений.

В данной работе были разработаны и протестированы новые подходы к операции переноса схемы PonD, позволяющие ускорить расчёты без потери точности.

Реализованные методы применялись для моделирования задачи Римана о распаде произвольного разрыва и моделирования опрокидывания волны. Например, на рис. 1 изображено сравнение результатов классического LBM и метода PonD с фиксированным шаблоном и явной схемой для задачи о распространении медленного контактного разрыва при значении числа Маха  $\sim 0,34$ . Одномерные задачи нестационарной газовой динамики являются показательными тестами для оценки точности численного решения при моделировании течений идеального сжимаемого газа.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 18-71-10004).



**Рис. 1.** Распределение плотности, полученное классическим LBM и методом PonD для задачи о распространении медленного контактного разрыва



## Литература

1. *Succi S.* The lattice Boltzmann equation: for fluid dynamics and beyond / Sauro Succi. Oxford : Clarendon Press, 2001. 304 p.
2. *Xiaowen S.* Kinetic theory representation of hydrodynamics: a way beyond the Navier–Stokes equation / S. Xiaowen, Y. Xuefeng, H. Chen // J. Fluid Mech. 2006. V. 550. P. 413–441.
3. *Dorschner B.* Particles-on-demand for kinetic theory / B. Dorschner, F. Bösch, I.V. Karlin // Physical Review Letters. 2019. V. 12, № 13. P. 130602.
4. *Zakirov A.* On the conservativity of the particles-on-demand method for the solution of the discrete Boltzmann equation / A. Zakirov, B. Korneev, V. Levchenko, A. Perepelkina // Keldysh Institute Preprints. 2019. № 35. 19 p.

# МАКРОСКОПИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПОПУЛЯЦИИ СВЯЗАННЫХ ТЕТА-НЕЙРОНОВ

*Д.А. Злобин, В.В. Клиньшов*

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

Работа посвящена получению и анализу редуцированной системы уравнений, описывающей макроскопическую динамику популяции связанных тета-нейронов. Модель тета-нейрона [1] представляет собой динамическую систему на окружности, динамика которой определяется следующим уравнением:  $\frac{d\theta}{dt} = (1 - \cos(\theta)) + (1 + \cos(\theta))D$ . Здесь  $\theta$  – фаза нейрона, которая изменяется от 0 до  $2\pi$ , а  $D$  описывает внешнее воздействие. При достижении фазой значения  $\pi$  нейрон генерирует потенциал действия. Модель тета-нейрона трансформируется в широко известную модель «квадратичное накопление и сброс» заменой  $V = \tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$  [2].

Популяция тета-нейронов со связями каждого с каждым описывается следующей системой [2]:

$$\frac{d\theta_j}{dt} = (1 - \cos(\theta_j)) + (1 + \cos(\theta_j))(\eta_j + I(t) + Js(t)), \quad (1)$$

$$s(t) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \sum_{t_k^p} \delta(t - t_k^p). \quad (2)$$

Здесь  $\theta_j$  – фаза  $j$ -го нейрона,  $\eta_j$  – различающаяся компонента внешнего воздействия,  $J$  – сила связи,  $s(t)$  – средняя частота возбуждения нейронов,  $I(t)$  – общее для всех нейронов внешнее воздействие,  $N$  – число нейронов,  $\delta(t)$  – дельта-функция Дирака,  $t_k^p$  – момент генерации спайка  $k$ -м нейроном.

Рассмотрим сеть в термодинамическом пределе  $N \rightarrow \infty$ . Введем плотность распределения фазы нейрона  $\rho(\theta|\eta, t)$  при фиксированном значении  $\eta$  в момент  $t$ , а также плотность распределения параметра  $g(\eta)$ . Обозначим правую часть уравнения (1) как  $f(\theta)$ , тогда плотность удовлетворяет уравнению непрерывности  $\frac{\partial \rho(\theta)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \theta}(\rho(\theta)f(\theta))$ . Решение уравнения непрерывности будем искать в следующем виде:

$$\rho(\theta|\eta, t) = \frac{1}{2\pi} \left( 1 + \left( \sum \alpha(\eta, t)^n e^{in\theta} + c.c. \right) \right). \quad (3)$$

Как показано в работе [3], многообразие (3) является глобально притягивающим. Подставляя  $\rho(\theta)$  и  $f(\theta)$  в уравнение непрерывности, получаем:

$$\frac{\partial \alpha(\eta, t)}{\partial t} = -i\alpha(\eta, t)\Omega + \frac{i}{2}(H^* - H\alpha(\eta, t)^2), \quad (4)$$

где  $H = i(-1 + I(t) + Js(t) + \eta)$ ,  $\Omega = (1 + I(t) + Js(t) + \eta)$ . Определим частоту генерации спайков  $r(\eta, t)$  нейронами при фиксированном значении параметра  $\eta$  как поток плотности через пороговое значение фазы  $\pi$ . Для этого просуммируем (3) по формуле  $S = \frac{b_1}{1-q}$  и получим  $\rho(\theta|\eta, t) = \frac{1}{2\pi} \left( 1 + \frac{ae^{i\theta}}{1-ae^{i\theta}} + \frac{a^*e^{-i\theta}}{1-a^*e^{-i\theta}} \right)$ . Тогда  $r(\eta, t) = f(\pi)\rho(\pi) = \frac{1}{\pi} \left( 1 - \frac{a}{1+a} - \frac{a^*}{1+a^*} \right)$ , а средняя частота генерации спайков  $s(t)$  определяется как

$$s(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} r(\eta, t)g(\eta)d\eta. \quad (5)$$

Уравнения (4) и (5) представляют собой систему интегро-дифференциальных уравнений, данная система справедлива для любого распределения параметра  $g(\eta)$ . Однако наиболее эффективен данный подход в случае лоренцева распределения:  $g(\eta) = \frac{1}{\pi} \frac{\Delta}{(\eta - \bar{\eta})^2 + \Delta^2}$ , где  $\Delta$  – полуширина,  $\bar{\eta}$  – центр распределения. При таком  $g(\eta)$  интеграл (5) можно вычислить с помощью теории вычетов как  $s(t) = r(\bar{\eta} - i\Delta, t) = \frac{1}{\pi} \left( 1 - \frac{\alpha(\bar{\eta} - i\Delta, t)}{1 + \alpha(\bar{\eta} - i\Delta, t)} - \frac{\alpha(\bar{\eta} - i\Delta, t)^*}{1 + \alpha(\bar{\eta} - i\Delta, t)^*} \right)$ . Расширим уравнение (4) для  $\alpha(\eta, t)$  на комплексную плоскость и, обозначив  $\alpha(\bar{\eta} - i\Delta, t) = \beta(t)$ , получим следующее уравнение:

$$\frac{d\beta}{dt} = -i\beta(t)\Omega + \frac{i}{2}(H^* - H\beta(t)^2). \quad (6)$$

Делая замену  $\beta = Re^{-i\psi}$ , подставляем  $H$ ,  $\Omega$  и, разделяя мнимую и действительную части, получаем систему дифференциальных уравнений, которая полностью описывает макроскопическую динамику сети тета-нейронов:

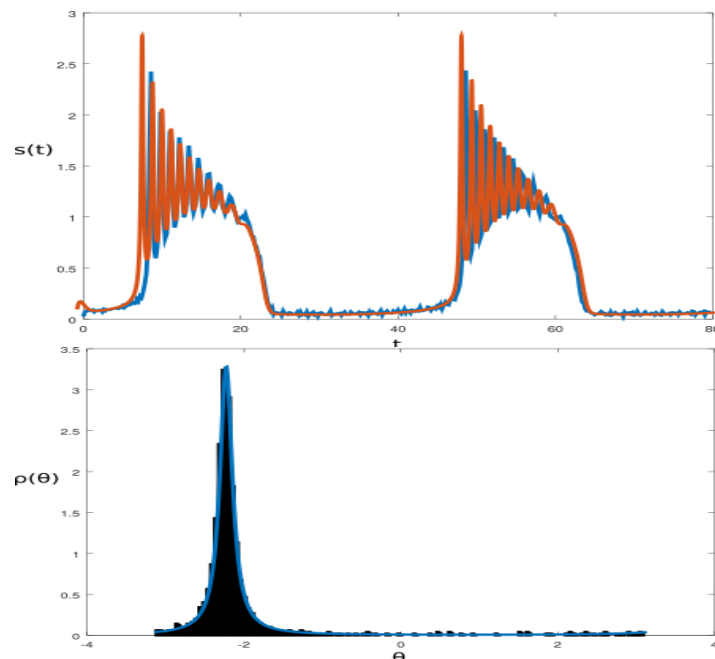
$$\frac{dR}{dt} = -\Delta R - \frac{1}{2}R^2((D-1)\sin(\psi) + \Delta\cos(\psi)) - \frac{1}{2}(\Delta\cos(\psi) - (D-1)\sin(\psi)), \quad (7)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = 1 + D + \frac{1}{2}R((D-1)\cos(\psi) - \Delta\sin(\psi)) + \frac{1}{2R}((D-1)\cos(\psi) + \Delta\sin(\psi)). \quad (8)$$

Здесь  $D = I(t) + Js(t) + \bar{\eta}$ , а  $s(t)$  определяется следующим уравнением:  $s(t) = \frac{1}{\pi} \frac{1-R^2}{1+2R\cos(\psi)+R^2}$ . С помощью переменных  $R$  и  $\psi$  можно также получить распределения фаз всех нейронов как

$$\rho(\theta, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(\theta|\eta, t)g(\eta)d\eta = \rho(\theta|\bar{\eta} - i\Delta, t) = \frac{1}{2\pi} \frac{1-R^2}{1-2R\cos(\theta-\psi)+R^2}. \quad (9)$$

Для анализа применимости редуцированной модели (7), (8) было проведено сравнение ее динамики с результатами численного моделирования динамики полной популяции (1), (2). Ниже приведены результаты, полученные при следующих значениях параметров:  $J = 15$ ,  $I(t) = A \sin(\omega t)$ ,  $A = 3$ ,  $\omega = \pi/20$ ,  $N = 5000$ . Значение параметра  $\eta$  для каждого нейрона было сгенерировано из распределения Лоренца с полушириной  $\Delta = 1$  и центром  $\bar{\eta} = -5$ . Для сравнения динамики полной и редуцированной систем были построены осциллограммы частоты генерации спайков  $s(t)$ , а также распределение фаз нейронов, результаты представлены на рис. 1. Из графиков можно сделать вывод, что динамика редуцированной модели достаточно точно воспроизводит динамику полной сети тета-нейронов.



**Рис. 1.** Вверху представлено сравнение осциллограмм редуцированной системы и сети тета-нейронов. Красным цветом дана динамика редуцированной системы уравнений, синим цветом – динамика полной сети. Внизу представлено сравнение графика распределения фаз полной сети с предсказанием редуцированной системы уравнений. Синим цветом изображено предсказание редуцированной системы уравнений, черным – распределение фаз в полной системе уравнений

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант 19-72-10114) и Российского фонда фундаментальных исследований (грант 19-52-10004).

### Литература

1. *Ermentrout, B.* Parabolic bursting in an excitable system coupled with a slow oscillation / B. Ermentrout, N. Kopell // SIAM J. Appl. Math. 1986. V. 46. P. 233.
2. *Montbrió, E.* Macroscopic description for networks of spiking neurons / E. Montbrió, D. Pazó, A. Roxin // Physical Review. 2015. V. X5. P. 021028.
3. *Ott, E.* Low dimensional behavior of large systems of globally coupled oscillators / E. Ott, T.M. Antonsen // Chaos. 2008. V. 18. P. 037113.

## К НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКЕ ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕРМИКОВ

*Л.Х. Ингель*

НПО «Тайфун», г. Обнинск  
Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, Москва

Нередко используемая модель турбулентной конвекции от локализованных источников плавучести и (или) вертикального импульса, действующих в течение короткого времени, – изолированные термики (см., например, [1, 2] и библиографию в этих работах). В такой модели область возмущения (термик) приближенно представляется в виде поднимающегося (или опускающегося – в зависимости от знака возмущения) «пузыря» или вихревого кольца переменного объема и массы. Объем термика постепенно растет вследствие захвата им прилегающих объемов окружающей среды (для краткости нередко используется термин «вовлечение»; в англоязычной литературе – *entrainment*). Для термика записывается система уравнений баланса массы, импульса и плавучести. Рассматривается, например ([1], разд. 6.3.2), система уравнений, которая с точностью до обозначений имеет вид

$$\frac{d}{dt}R^3 = 3\beta R^2|w|, \quad \frac{d}{dt}(R^3w) = \beta_1 R^3 b, \quad \frac{d}{dt}(R^3b) = -N^2 R^3 w.$$

Здесь  $t$  – время;  $R$ ,  $w$  и  $b$  – неизвестные радиус, скорость всплывания и удельная плавучесть термика; последняя имеет размерность ускорения и выражается соотношением  $b = g\rho'/\bar{\rho}$ , где  $g$  – ускорение силы тяжести,  $\bar{\rho}$  – невозмущенная плотность среды,  $\rho'$  – отклонение плотности;  $N$  – частота плавучести в среде; через  $\beta$  и  $\beta_1$  обозначены безразмерные постоянные, первая из них определяется интенсивностью вовлечения окружающей среды. Аналогичные модели используются и для турбулентных струй. Хотя эти упрощенные схемы не могут конкурировать со сложными численными моделями в описании пространственной структуры течений, они, как показано, могут удовлетворительно воспроизводить ряд важнейших численных результатов (высота, время подъема конвективных элементов) и, сверх того, позволяют выявить прозрачные физические закономерности и установить явные зависимости от параметров задачи. В настоящем докладе рассматриваются некоторые обобщения этих задач.

1. В традиционных теоретических моделях конвекции от изолированных источников результаты обычно слабо зависят от размеров источников – конвективные струи и изолированные термики быстро «забывают» геометрию источников. Но в последнее время стали актуальными некоторые новые задачи, в которых размеры источников относительно велики и могут существенно влиять на результаты. Сюда относятся, например, задачи о динамике мощных выбросов метана геологического происхождения. Сообщается, что для некоторых таких источников характерны большие объемы выбросов в течение короткого времени. При этом актуален, в частности, вопрос, могут ли такие термики достигать уровня тропопаузы, поскольку проникновение метана в стратосферу может заметно влиять, например, на содержание озона. В докладе теоретически исследуются особенности турбулентной конвекции от источников относительно больших горизонтальных масштабов.

2. Задача существенно усложняется и относительно мало исследована в случаях, когда термик может двигаться под углом к вертикали. Такие ситуации естественным образом возникают, например, при подъеме или снижении термика в горизонтальном потоке с вертикальным сдвигом. В докладе рассмотрено обобщение задачи на случай трехмерного движения термика на фоне сдвигового потока. Дополнительно допускается возможность наличия в термике источников плавучести и количества движения, а также возможность неустойчивой фоновой стратификации, когда  $N^2 < 0$ . Обобщенная система уравнений имеет вид

$$\frac{d}{dt}R^3 = 3\beta R^2(w^2 + \Delta u^2 + v^2)^{1/2}, \quad \frac{d}{dt}(R^3w) = \beta_1 R^3 b - P, \quad \Delta u \equiv u - U(z),$$
$$\frac{d}{dt}(R^3b) = -N^2 R^3 w + Q, \quad \frac{d}{dt}(R^3 \Delta u) = -U' R^3 w, \quad \frac{d}{dt}(R^3 v) = 0.$$

Здесь  $z$  – вертикальная координата,  $U(z)$  – скорость горизонтального фонового течения,  $U' \equiv dU/dz$ ;  $u$ ,  $v$  – горизонтальные составляющие скорости термика;  $P$ ,  $Q$  – интенсивность (постоянная) упомянутых выше источников.

Выражено в квадратурах общее аналитическое решение, которое описывает различные режимы динамики термиков. Обращается внимание на нелинейный эффект взаимодействия разных состав-

ляющих движения термика, поскольку каждая из них влияет на интенсивность вовлечения окружающей среды, т. е. на скорость роста объема термика и, следовательно, на его подвижность. Интенсификация вовлечения за счет взаимодействия термика с поперечным потоком может приводить к более быстрому расширению термика и уменьшению его подвижности.

#### Литература

1. *Turner, J.S.* Buoyancy effects in fluids / J.S. Turner. – Cambridge : Cambridge University Press, 1973. – 368 p.
2. *Emanuel, K.A.* Atmospheric convection / K.A. Emanuel. – N. Y. ; Oxford [et al.] : Oxford University Press, 1994. – 592 p.

# ДИНАМИКА МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ СИСТЕМ В СТОХАСТИЧЕСКИХ ПОЛЯХ

*Д.И. Иудин*

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

За последние 30 лет индуцированные шумом неравновесные фазовые переходы заняли особое место в статистической физике и радиофизике. Стало очевидно, что даже небольшой шум может вызывать качественные изменения в системе, находящейся вдали от теплового равновесия. Наличие шума может не просто уменьшать, а, наоборот, существенно увеличивать чувствительность систем к слабым внешним воздействиям и приводить к появлению динамических режимов, реализация которых при отсутствии шума невозможна. Сегодня особый интерес вызывает случай многокомпонентных распределённых систем как наиболее часто встречающихся в природе и технике. В системах, где взаимодействующие компоненты имеют контрастные свойства (существенно различающиеся подвижности, коэффициенты диффузии, времена жизни), добавление шума приводит к эффекту подпорогового размножения с «депонированием» и сопровождается существенным понижением порога генерации сложных (чаще всего фрактальных) диссипативных структур, отсутствующих в системах без шума [1, 2]. Идея фундаментальной роли пространственного шума в качественной перестройке динамики многокомпонентных потоковых систем представляется чрезвычайно привлекательной в прикладном аспекте: многие актуальные проблемы геофизики, биофизики, нелинейной динамики сложных систем могут быть рассмотрены в рамках такого подхода. Яркими иллюстрациями могут служить инициация молниевых разрядов, формирование ступеней в стримерной короне отрицательного лидера, индуцированное шумом взаимодействие глиальных и нейронных сетей в коре головного мозга, а также динамика связанных трофических сетей в экологии.

В работе анализ конструктивного влияния шума связан с построением универсального сценария коллективной динамики многокомпонентных распределённых систем в стохастических полях. Существенной деталью сценария является тот факт, что одна или несколько компонент системы критически реагируют на локальный уровень шума: при достижении определённого порога происходит экспоненциальный рост амплитуды (концентрации) компоненты. Надкритические всплески стохастического поля, которые приводят к локальному размножению одной или нескольких компонент системы, требуют особого внимания. Пространственно-временные области, занятые надкритическим полем, называют центрами размножения. В конкретных приложениях само пространственно-временное стохастическое поле и области его надкритических всплесков могут отвечать различным физическим контекстам. В грозовом облаке, например, пространственно-временной шум обусловлен электрическим полем заряженных гидрометеоров, а центры размножения – это центры ионизации – зоны экспоненциального роста электронной компоненты.

Другим важнейшим элементом сценария является эволюция отдельного центра размножения. Ограниченный в пространственно-временном континууме всплеск концентрации размножающейся компоненты подвергается действию различных факторов среды: диссипации, диффузионному расплыванию, взаимодействию с другими компонентами, адвекции в турбулентном потоке и т. д. На этом этапе ключевую роль играет соотношение эффектов диффузии и диссипации. Заметим, что роль диффузии могут играть, например, турбулентная адвекция или дрейф компоненты в стохастическом поле. Для многочисленных приложений принципиальное значение имеет тот факт, что пространственные размеры остаточного пятна концентрации компоненты и соответствующее время жизни пятна могут существенно превосходить пространственно-временные размеры центра размножения. Пространственно-временная концентрация пятен размножающегося вещества, умноженная на их объём и время жизни, представляет собой ключевой безразмерный параметр, характеризующий интенсивность стохастического воздействия. Когда этот параметр мал, различные центры размножения действуют независимо друг от друга и расчет порога неравновесного фазового перехода осуществляется в рамках стандартного анализа в приближении среднего поля. Взаимное влияние центров размножения становится существенным, когда начинают перекрываться пространственно-временные области, занимаемые отдельными пятнами приращения концентрации одной или нескольких компонент от отдельных центров. На этом этапе сценария на первый план выступает идея глубокого взаимного влияния статистической физики и стохастической геометрии [1].

## Литература

1. *Иудин, Д.И.* Физика молнии: новые подходы к моделированию и перспективы спутниковых наблюдений / Д.И. Иудин, С.С. Давыденко, В.М. Готлиб, М.С. Долгоносков, Л.М. Зелёный // УФН. 2018. Т. 188, № 8. С. 850–864. DOI: 10.3367/UFNr.2017.04.038221.2.
2. *Iudin, D.I.* Formation of decimeter-scale, long-lived elevated ionic conductivity regions in thunderclouds / D.I. Iudin, V.A. Rakov, A.A. Syssoev, A.A. Bulatov, M. Hayakawa // Climate and Atmospheric Science. 2019. V. 2. Art. 46. URL: <https://doi.org/10.1038/s41612-019-0102-8>.

# ВЫДЕЛЕНИЕ НИЗКОЧАСТОТНЫХ СОСТАВЛЯЮЩИХ ВАРИАбельНОСТИ СЕРДЕЧНОГО РИТМА ИЗ СИГНАЛА ЭЛЕКТРОКАРДИОГРАММЫ

*Ю.М. Ишбулатов<sup>1,2</sup>, А.Р. Киселев<sup>2</sup>, М.Д. Прохоров<sup>1</sup>, В.И. Пономаренко<sup>1</sup>,*

*Б.П. Безручко<sup>1</sup>, В.И. Гріднев<sup>2</sup>, А.С. Караваев<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, Саратов

<sup>2</sup>Саратовский государственный медицинский университет им. В.И. Разумовского Минздрава России

Выделение низкочастотных составляющих variability сердечного ритма из сигнала электрокардиограммы (ЭКГ) – важный этап фундаментальных исследований и методов медицинской диагностики [1–3]. Для их выделения используют вычисление последовательности интервалов между сокращениями сердца. Несмотря на распространенность метода, физический принцип его работы остается не исследованным, также как численные характеристики искажений, вносимых методов в сигнал variability.

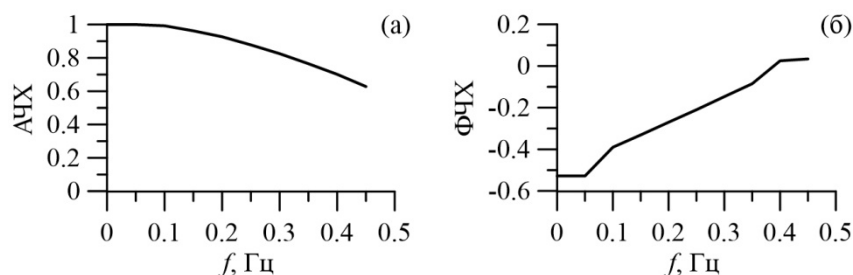
Для изучения данных вопросов исследуемый метод применялся к математической модели ЭКГ с частотной модуляцией основного сердечного ритма. Выделенные сигналы сопоставлялись с сигналами модуляции, заложенными в модель, методами спектрального и статистического анализа.

В работе сопоставлялись два метода. Первый метод основан на оценке временных интервалов между последующими сердечными сокращениями, которые детектируются по R-пикам ЭКГ. Полученный неэквилидистантный ряд затем интерполируется кубическими  $\beta$ -сплайнами.

Метод применялся к математической модели ЭКГ, основанной на работе [4]; по сравнению с оригинальной работой в модель была добавлена частотная модуляция. Модель исследовалась в условиях двух экспериментов. В первом эксперименте в качестве частотной модуляции использовались синусоидальный сигнал с частотой 0,1 Гц, что соответствует самому выраженному ритму в экспериментальном сигнале variability. Во втором эксперименте частота модуляции ступенчато менялась от 0,05 до 0,5 Гц.

Применение метода к сигналу модели с частотной модуляцией синусоидальным сигналом с частотой 0,1 Гц показало наличие в спектре результирующего сигнала гармоник с частотами 0,2 и 0,3 Гц, что соответствует характерным пикам, которые возникают вокруг основной частоты сигнала при частотной модуляции. Из этого был сделан вывод, что метод выделяет сигнал частотной модуляции основного сердечного ритма.

Результаты применения метода к модели со ступенчато нарастающей частотой модуляции представлены на рис. 1. На рисунке 1, а показана зависимость амплитуды выделенного сигнала от частоты модуляции. Амплитуда выделенного сигнала нормировалась на амплитуду сигнала модуляции. На рисунке 1, б показана зависимость фазы выделенного сигнала variability от частоты модуляции.



**Рис. 1.** Амплитудно-частотные (АЧХ) и фазочастотные (ФЧХ) характеристики метода выделения низкочастотных составляющих variability сердечного ритма из ЭКГ

Из рисунка видно, что для частот выше 0,15 Гц амплитуды выделенного сигнала занижены. Фазы выделенного сигнала искажены на частотах 0,05 и 0,45 Гц. Таким образом, применение исследуемого метода приводит к искажению спектральных и фазовых характеристик полезного сигнала.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 19-12-00201.

## Литература

1. Боровкова, Е.И. Диагностика частотного захвата в условиях воздействия сигналом переменной частоты / Е.И. Боровкова, А.С. Караваев, В.И. Пономаренко, М.Д. Прохоров, Б.П. Безручко // Известия РАН. Серия физическая. 2011. Т. 75, № 12. С. 1704–1708.



2. *Боровкова, Е.И.* Метод диагностики синхронизованности 0,1 Гц ритмов вегетативной регуляции сердечно-сосудистой системы в реальном времени / Е.И. Боровкова, А.С. Караваев, А.Р. Киселев, В.А. Шварц, С.А. Миронов, В.И. Пономаренко, М.Д. Прохоров // *Анналы аритмологии*. 2014. Т. 11, № 2. С. 129–136.
3. *Kiselev, A.R.* Method of estimation of synchronization strength between low-frequency oscillations in heart rate variability and photoplethysmographic waveform variability / A.R. Kiselev, A.S. Karavaev, V.I. Gridnev, M.D. Prokhorov, V.I. Ponomarenko, E.I. Borovkova, V.A. Shvartz, Y.M. Ishbulatov, O.M. Posnenkova, B.P. Bezruchko // *RusOMJ*. 2016. V. 5, iss. 1. P. e0101.
4. *McSharry, P.E.* Dynamical model for generating synthetic electrocardiogram signals / P.E. McSharry, G.D. Clifford, L. Tarassenko, L.A. Smith // *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 2003. V. 50, № 3. P. 289–294.

# О СЛИЯНИИ СТРАННОГО АТТРАКТОРА И СТРАННОГО РЕПЕЛЛЕРА, ПРИВОДЯЩЕМ К СМЕШАННОЙ ДИНАМИКЕ

*А.О. Казаков*

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Нижний Новгород

В докладе приведен обзор недавних результатов по явлению слияния странного аттрактора типа Эно со странным репеллером типа Эно в различных системах, описываемых двумерными обратимыми (реверсивными) отображениями. После такого слияния диссипативная динамика, связанная с существованием отделенных друг от друга странного аттрактора и странного репеллера, заменяется другим типом хаоса – так называемой смешанной динамикой [1]. В этом случае странный аттрактор в системе увеличивается в размерах взрывным образом, после чего в него включается бесконечно много растягивающих и сохраняющих площади седловых периодических орбит в дополнение к сжимающим площади седлам. На соответствующем двумерном отображении странный аттрактор пересекается со странным репеллером, но не совпадает с ним. В качестве примеров систем, демонстрирующих такое явление, мы рассматриваем:

1) стандартное отображение Чирикова под воздействием обратимого возмущения, разрушающего консервативную динамику;

2) неголономную модель Сулова [2];

3) модель двух точечных вихрей, возмущенных акустической волной и сдвиговым потоком.

Работа выполнена при поддержке Лаборатории динамических систем и приложений НИУ ВШЭ (грант Министерства науки и высшего образования РФ, соглашение 075-15-2019-1931).

## Литература

1. *Gonchenko, S.V., Turaev, D.V.* On three types of dynamics and the notion of attractor // Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics. 2017. V. 297, № 1. P. 116–137.
2. *Kazakov, A.O.* On the appearance of mixed dynamics as a result of collision of strange attractors and repellers in reversible systems // Radiophysics and Quantum Electronics. 2019. V. 61, № 8/9. P. 650–658.

# СЕЛЕКТИВНОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ И КОГЕРЕНТНОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ СУПЕРМОД В МНОГОСЕРДЦЕВИННЫХ АКТИВНЫХ ВОЛОКОННЫХ СВЕТОВОДАХ

*Н.А. Калинин<sup>1,2</sup>, Е.А. Анашкина<sup>1</sup>, А.В. Андрианов<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

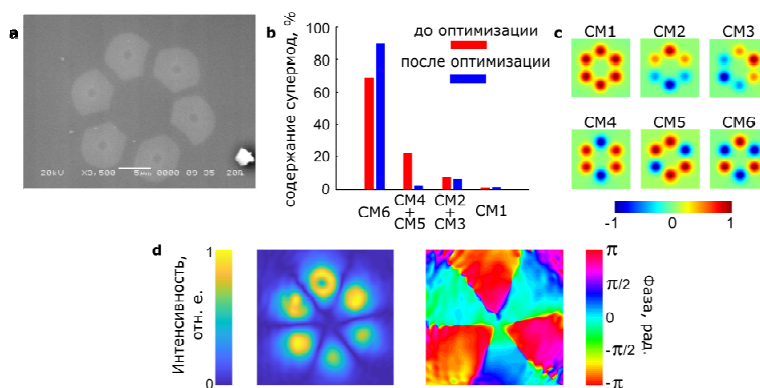
<sup>2</sup>Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

Волоконные лазеры ультракоротких импульсов обладают рядом преимуществ по сравнению с твердотельными системами, но недостатком волоконных систем является относительно малая пиковая мощность, ограниченная оптическим пробоем и самофокусировкой в волоконных усилителях. Последнее ограничение нельзя обойти, даже используя волокна с большой площадью моды. В настоящее время большое внимание привлекают исследования, позволяющие увеличить максимальную мощность волоконных лазеров с помощью массива независимых световодов или связанных световодов в одном многосердцевинном оптическом волокне (МСВ). Преимуществом МСВ является возможность распространения излучения в виде супермод с сохранением когерентности между сердцевинами.

Недавние теоретические исследования [1] показали, что в МСВ с четным числом достаточно сильно связанных сердцевин, расположенных на кольце, может стабильно распространяться излучение, полная мощность которого может значительно превышать критическую мощность самофокусировки. Данный режим реализуется для супермоды, у которой интенсивность во всех сердцевинах одинакова, а разность фаз между полями в соседних сердцевинах составляет  $\pi$  (противофазная мода).

В данной работе экспериментально исследовано возбуждение и распространение импульсов с поперечной структурой в виде противофазной моды в шестисердцевинном световоде, легированном иттербием (рис. 1, *a*). Такой световод может использоваться для создания когерентного многосердцевинного усилителя. Для ввода излучения в световод разработана экспериментальная схема на основе пространственного фазового модулятора света. Схема позволяет преобразовывать исходный гауссов пучок в шесть пучков, расположенных по кругу, с произвольными фазами и амплитудами полей в каждом пучке. Таким образом становится возможно возбуждать на входе в МСВ произвольную комбинацию супермод.

Также собрана экспериментальная схема, позволяющая измерить модовый состав выходного излучения и амплитудно-фазовые профили супермод. Выходной пучок из МСВ складывался под небольшим углом с опорным пучком, не проходившим через МСВ. Возникающая интерференционная картина позволяет определить амплитудно-фазовый профиль выходного пучка с помощью фурье-фильтрации. Супермоды в МСВ имеют различные групповые скорости, поэтому опорный пучок интерферирует только с модами, имеющими определенные групповые задержки. При условии достаточной длины МСВ, которое выполнялось в данной работе, возможно выполнение сканирования задержки опорного пучка по времени и выделить синфазную моду (СМ1), противофазную моду (СМ6), а также двух пар вырожденных мод (СМ2 + СМ3 и СМ4 + СМ5) (рис. 1, *b, c, d*).



**Рис. 1.** Поперечное сечение используемого МСВ (*a*). Содержание супермод до и после оптимизации (*b*). Расчетные профили супермод в данном МСВ (*c*). Измеренные амплитуда и фаза противофазной моды (*d*)

Данная схема позволила создать систему обратной связи для оптимизации селективного возбуждения супермод. Такая обратная связь необходима по двум причинам: во-первых, реальные профили

мод отличаются от расчетных из-за неидеальности волокна; во-вторых, оптические элементы вносят фазовые искажения на пути пучка от источника до входного торца МСВ. Для увеличения эффективности необходимо, чтобы шесть пучков, падающих на входной торец МСВ, более точно соответствовали нужной супермоды. Поэтому был разработан алгоритм, основанный на градиентном спуске, для итерационного поиска оптимальных фаз в каждом из шести пучков. С помощью данного алгоритма удалось существенно (с 70 до 90 %) повысить эффективность возбуждения заданной супермоды (рис. 1, *b*).

Таким образом, в данной работе исследовано когерентное распространение импульсов в виде противофазной моды в шестисердцевинном активном МСВ и достигнута высокая (90 %) эффективность селективного возбуждения заданной супермоды.

#### Литература

1. *Balakin, A.A.* Coherent propagation of laser beams in a small-sized system of weakly coupled optical light guides / A.A. Balakin, S.A. Skobelev, E.A. Anashkina, A.V. Andrianov, and A.G. Litvak // *Phys. Rev. A.* 2018. V. 98, № 4. Art. 043857.

# ВЛИЯНИЕ ХАОТИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ КОНТУРОВ СИМПАТИЧЕСКОЙ РЕГУЛЯЦИИ КРОВООБРАЩЕНИЯ НА НЕРЕГУЛЯРНОСТЬ СЕРДЕЧНОГО РИТМА

*А.С. Караваяев<sup>1,2,3</sup>, Ю.М. Иибулатов<sup>1,2,3</sup>, В.И. Пономаренко<sup>1,3</sup>, Б.П. Безручко<sup>1,3</sup>,  
А.Р. Киселев<sup>2</sup>, В.И. Гриднев<sup>2</sup>, М.Д. Прохоров<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН

<sup>2</sup>Саратовский государственный медицинский университет им. В.И. Разумовского

<sup>3</sup>Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

Исследовалась сложная нелинейная динамика сердечно-сосудистой системы (ССС) человека, которая проявляется, в частности, в нерегулярности сердечного ритма и артериального давления.

Причины такого поведения и особенности количественного описания сложной динамики ССС остаются предметом дискуссии [1].

Перспективным направлением решения проблемы может стать математическое моделирование ССС. Нами были предложены математические модели ССС, доскональный учет в которых нелинейных свойств контуров автономной регуляции позволил улучшить свойства модели при симуляции экспериментальных данных и объяснить с их помощью ряд нелинейных эффектов, наблюдающихся в экспериментах.

Целью данного исследования является изучение сложной нелинейной динамики сердечно-сосудистой системы и анализ данных предложенной нами ранее адекватной модели ССС при сопоставлении с длительными экспериментальными сигналами.

В работе регистрировались сигналы электрокардиограммы (ЭКГ), из которых выделялась последовательность RR-интервалов (интервалов между сердечными сокращениями) для 5 здоровых испытуемых (возраст 20–25 лет). Продолжительность записей составляла 4 часа.

Также использовались сигналы эквивалентной длительности математической модели, которая описывает основной сердечный ритм, регуляцию частоты и силы сердечных сокращений, процесс формирования артериального давления, учитывает влияние дыхания [2].

Наличие математической модели позволило провести серию экспериментов, в ходе которых оценки старшего показателя Ляпунова,  $\lambda_0$ , и корреляционной размерности,  $d$ , экспериментальных реализаций сопоставлялись с оценками, произведенными по временным реализациям математической модели в ходе моделирования здоровых испытуемых, автономной блокады и других тестов.

Было показано, что значения  $\lambda_0 = 0,027 \pm 0,005$  (среднее со стандартным отклонением) – и  $d = 2,185 \pm 0,146$  – для экспериментальных данных хорошо соответствуют результатам анализа сигналов модели:  $0,029 \pm 0,002$  и  $2,234 \pm 0,023$  соответственно.

Модель с исключенными стохастическими составляющими демонстрирует хаотическую динамику,  $\lambda_0$  остается положительным:  $0,0024 \pm 0,0008$ , а  $d$  дробная:  $2,014 \pm 0,004$ . Относительно модели здорового человека модель автономной блокады демонстрирует более высокие значения  $\lambda_0$  и  $d$ :  $0,048 \pm 0,004$  и  $2,547 \pm 0,017$  соответственно. Что хорошо соответствует известным экспериментальным результатам [3], свидетельствующим о стабилизирующей роли контуров регуляции в динамике ССС.

Таким образом, была проведена серия экспериментов, в ходе которых анализировались временные ряды предложенной ранее математической модели в режиме моделирования здорового испытуемого в условиях автономной блокады и при различных режимах дыхания. В ходе расчета старшего показателя Ляпунова и корреляционной размерности было показано, что процесс вариабельности сердечного ритма в существенной степени объясняется развитием в ССС режима динамического хаоса, источником которого являются контуры симпатической регуляции кровообращения.

При этом стохастические составляющие, моделирующие нервный шум центрального происхождения, также оказывают существенное влияние на процессы в системе кровообращения, увеличивая значения оценок нелинейных мер.

Проведенное сопоставление оценок мер сложности, осуществленное по длительным экспериментальным сигналам и по временным реализациям предложенной нами модели, показало их хорошее соответствие, свидетельствуя в пользу адекватности предложенной модели.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант 19-12-00201).

## Литература

1. *Pool R.* Is it healthy to be chaotic? // *Science*. 1989. V. 243. P. 604–607.
2. *Ишбулатов Ю.М.* Фазовая синхронизация колебаний контуров вегетативной регуляции кровообращения в математической модели сердечно-сосудистой системы / Ишбулатов Ю.М., Караваев А.С., Пономаренко В.И. и др. // *Нелинейная динамика*. 2017. Т. 13, № 3. С. 381–397.
3. *Porta A.* Assessing multiscale complexity of short heart rate variability series through a modelbased linear approach / Porta A., Bari V., Ranuzzi G. et al. // *Chaos*. 2017. V. 27. P. 093901.

# СТАТИСТИКА СТОЛКНОВЕНИЙ КОГЕРЕНТНЫХ ВОЛНОВЫХ СТРУКТУР НА ПОВЕРХНОСТИ ГЛУБОКОЙ ВОДЫ

*Д.И. Качулин<sup>1,2</sup>, С.В. Дремов<sup>1,2</sup>, А.И. Дьяченко<sup>2,3</sup>*

<sup>1</sup>Новосибирский государственный университет

<sup>2</sup>Сколковский институт науки и технологий, Москва

<sup>3</sup>Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН, Черноголовка

Одной из важнейших статистических характеристик нелинейных волновых полей является функция плотности вероятности волновых амплитуд – PDF. В модели разреженного солитонного газа ключевую роль в формировании статистики играют парные столкновения когерентных волновых структур [1], которые могут изучаться аналитически, с помощью точных решений, и численно.

В данной работе проводится сравнение PDF волновых амплитуд парных столкновений когерентных волновых структур в различных моделях для поверхностных волн глубокой воды: в суперкомпактном уравнении Захарова для волн, распространяющихся в одном направлении [2], в системе слабо нелинейных уравнений, описывающих динамику волн, распространяющихся в обоих направлениях, и в наиболее точной модели – системе уравнений для потенциальных течений несжимаемой жидкости со свободной поверхностью, уравнениях Дьяченко.

В суперкомпактном уравнении Захарова существуют решения в виде когерентных волновых структур, распространяющихся в одном направлении, – бризеров, которые могут быть найдены численно методом Петвиашвили [2]. В работе [3] были подробно исследованы парные взаимодействия таких когерентных структур на поверхности глубокой воды в рамках модели Захарова и проведено сравнение с известной динамикой столкновений солитонов нелинейного уравнения Шредингера. Были выявлены существенные различия в динамике столкновений бризеров суперкомпактного уравнения Захарова по сравнению с динамикой взаимодействия солитонов НУШ. Обнаружено, что в более точной модели гравитационных поверхностных волн, в отличие от НУШ, величина максимальной амплитуды волны, возникающей при столкновении когерентных структур, превышает сумму амплитуд взаимодействующих солитонов и, кроме того, растет с увеличением их начальной крутизны. Выявлено, что в зависимости от значения относительной фазы бризеры могут как забирать, так и отдавать энергию, что приводит к увеличению или уменьшению их амплитуды и скорости после столкновения.

Как было показано в работе [4], парные столкновения бризеров в рамках точных нелинейных уравнений для потенциальных течений несжимаемой жидкости со свободной поверхностью демонстрируют схожее поведение. Обнаружено, что наряду с относительной фазой когерентных структур в момент их столкновения еще одним важным параметром, определяющим динамику процесса, является длительность взаимодействия. Так, например, увеличение длительности взаимодействия бризеров интенсифицирует обмен энергией.

Взаимодействия когерентных волновых структур в суперкомпактном уравнении Захарова и уравнениях Дьяченко приводят к появлению небольшого излучения. Однако величина потерь энергии на излучение почти на порядок меньше величины обмена энергией бризерами. Это позволяет изучать сценарии поведения газов из таких когерентных структур до некоторой стадии, когда бризеры испытали относительно небольшое число столкновений. В работе будут представлены результаты исследования статистики волн в газах из когерентных структур в рассматриваемых приближенной слабо нелинейной и точной моделях.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 18-71-00079.

## Литература

1. *Pelinovsky E.N.* Two-soliton interaction as an elementary act of soliton turbulence in integrable systems / E.N. Pelinovsky, E.G. Shurgalina, A.V. Sergeeva, T.G. Talipova, G.A. El, R.H. Grimshaw // *Phys. Lett. A.* 2013. V. 377, № 3/4. P. 272–275.
2. *Dyachenko A.I.* Super compact equation for water waves / A.I. Dyachenko, D.I. Kachulin, V.E. Zakharov // *J. Fluid Mech.* 2017. V. 828. P. 661–679.
3. *Kachulin D.* On the phase dependence of the soliton collisions in the Dyachenko–Zakharov envelope equation / D. Kachulin, A. Gelash // *Nonlinear Processes in Geophysics.* 2018. V. 25, № 3. P. 553–563.
4. *Kachulin D.* Interactions of coherent structures on the surface of deep water / D. Kachulin, A. Dyachenko, A. Gelash // *Fluids.* 2019. V. 4, № 2. Art. 83.

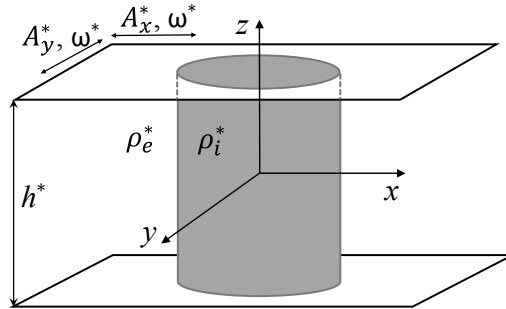
# ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ КАПЛИ ПРИ КРУГОВЫХ ВИБРАЦИЯХ

А.А. Алабужев<sup>1,2</sup>, М.А. Кашина<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Пермский государственный национальный исследовательский университет

<sup>2</sup>Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь

Рассматриваются вынужденные колебания цилиндрической капли несжимаемой жидкости с плотностью  $\rho_i^*$ , окруженной другой жидкостью с плотностью  $\rho_e^*$ , под действием круговых вибраций  $\mathbf{f} = A_x^* \omega_x^2 e^{i\omega_x t} \mathbf{e}_x + A_y^* \omega_y^2 e^{i\omega_y t} \mathbf{e}_y + \text{к. с.}$  (рис. 1). Вся система ограничена двумя параллельными твердыми плоскостями. В отсутствие вынуждающей силы капля имеет форму круглого цилиндра радиусом  $R^*$ , равновесный краевой угол прямой. В процессе движения краевой угол не меняется, т. е. капля свободно скользит вдоль твердых подложек. Случай продольных вибраций для цилиндрической капли был рассмотрен в работе [1], для сферической – в [2].

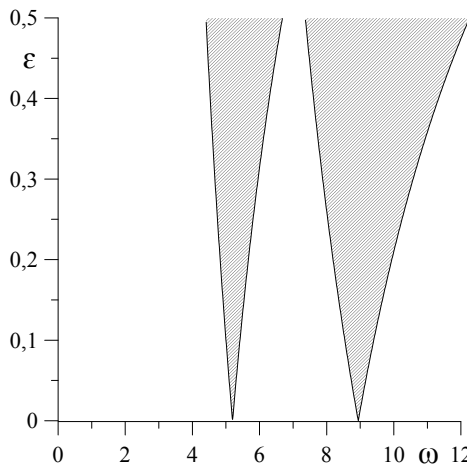


**Рис. 1.** Геометрия задачи

Задача решается методом разложения в ряд по степеням малого параметра (отношение амплитуды вибраций и равновесного радиуса капли). В общем случае были получены выражения для амплитуд при двухчастотном воздействии.

В данной работе рассмотрен частный случай монохроматического вибрационного воздействия. Найдено решение для вынужденных колебаний в двух первых порядках разложения, получена средняя форма капли. При исследовании устойчивости вынужденных колебаний капли был обнаружен параметрический резонанс, возникающий при выполнении условия синхронизма  $\omega = \Omega_m + \Omega_{m\pm 1}$  [1], когда частота вибраций равна сумме частот двух соседних мод собственных колебаний, где  $\Omega_m^2 = m(m^2 - 1)/2$ . Это условие сохраняется и в разночастотном случае.

Для количественного описания близости внешней частоты и суммы  $\Omega_m + \Omega_{m-1}$  введем параметр расстройки  $\omega - (\Omega_m + \Omega_{m-1}) = \varepsilon \gamma$ , где  $\varepsilon$  – малая безразмерная амплитуда вибраций. В результате находим пороговую амплитуду вибраций как функцию параметра расстройки. Вид нейтральной кривой  $\varepsilon(\omega)$  представлен на рис. 2.



**Рис. 2.** Области параметрического резонанса для  $m = 3$  и  $m = 4$

Работа выполнена при поддержке гранта РФФ 19-42-04120.



### Литература

1. *Алабужев А.А.* Поведение цилиндрической капли при многочастотных вибрациях / А.А. Алабужев, Д.В. Любимов // Известия РАН. МЖГ. 2005. № 2. С. 18–28.
2. *Любимов Д.В.* Динамика поверхности раздела в вибрационных полях / Д.В. Любимов, Т.П. Любимова, А.А. Черепанов. М. : Физматлит, 2003. 216 с.

# ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ДИНАМИКИ ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННОГО ОСЦИЛЛЯТОРА С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

Е.В. Григорьева<sup>2</sup>, С.А. Кащенко<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Ярославский государственный университет, Ярославль

<sup>2</sup>Белорусский государственный экономический университет, Минск

В последнее время активно обсуждаются принципы пространственно-временного представления (ПВП) для исследования динамики лазерных и оптических систем с запаздывающими обратными связями (ОС) [1]. В настоящей работе предлагается обоснование ПВП динамики электрооптического осциллятора с запаздыванием на основе метода построения нормализованных уравнений для медленных амплитуд неустойчивых мод [2]. Полученные нормальные формы описывают симметричные и асимметричные одномерные ступенчатые структуры, которым соответствуют прямоугольные колебания в исходной системе с запаздыванием. Показана мультистабильность таких структур (колебаний).

Рассматривается дифференциально-разностная модель [3]:

$$\varepsilon c^{-1} \ddot{x} + \dot{x} + \varepsilon c x = b_1 \dot{x}(t-1) + 2b_2 x(t-1) \dot{x}(t-1) - 2b_1 x^2(t-1) \dot{x}(t-1) + \dots, \quad (1)$$

где  $0 < \varepsilon \ll 1$  является малым параметром при старшей производной. Фазовым пространством уравнения (1) является пространство  $C_{[-1, 0]}^1$ .

Получены асимптотические (при  $\varepsilon \rightarrow 0$ ) выражения для корней характеристического квазиполинома. При малом превышении бифуркационного значения  $b_1 = \pm 1$  характеристическое уравнение имеет бесконечное число корней с близкой к нулю действительной частью. Результирующие нормальные формы записаны в виде уравнений в частных производных для функции, зависящей от «медленного» и «быстрого» времени, причем по быстрой переменной выполняются условия периодичности (или *анти*-периодичности), поэтому быструю переменную можно рассматривать как аналог пространственной переменной с периодическими (или *анти*-периодическими) граничными условиями.

Нормальная форма при  $b_1 = 1 + \varepsilon b_{10}$  и  $b_{10} < c/2$ . Решения нелинейного уравнения (1) можно записать в виде  $x(t) = \varepsilon^{1/2} \xi((1 - \varepsilon c^{-1})t, \varepsilon t) + O(\varepsilon)$ , где функция  $\xi(y, \tau)$  является решением нормализованной краевой задачи с периодическими граничными условиями и нулевым средним по пространственной переменной:

$$\frac{\partial \xi}{\partial \tau} = -cJ(\xi) + b_{10}\xi + b_{20}[\xi^2 - M(\xi^2)] - \frac{2}{3}[\xi^3 - M(\xi^3)], \quad \xi(y+1, \tau) = \xi(y, \tau), \quad M(\xi) = 0, \quad (2)$$

где  $J(\xi) = \sum_{k=-\infty, k \neq 0}^{\infty} (2\pi i k)^{-1} \xi_k(\tau) e^{i2\pi k t}$  – оператор типа «интегрирования» и  $M(\xi) = \int_0^1 \xi(s, \tau) ds$  – среднее по периоду. Краевая задача (2) при  $cJ(\xi) = 0$  имеет установившиеся неоднородные решения типа ступенчатых структур:

$$\xi_0(y, \tau) = \begin{cases} p, & y \in [0, \sigma), \\ -q, & y \in [\sigma, 1), \end{cases}$$

где  $\sigma = q(p+q)^{-1}$  и положительные постоянные  $p, q$  связаны условием  $2(p^2 - pq + q^2) + 3b_{20}(q-p) - 3b_{10} = 0$ , а в окрестности точек разрыва возникает пограничный слой, приводящий в соответствие граничные условия.

При условиях  $b_1 = 1 + \varepsilon b_{10}$  и  $b_{10} > c/2$  решения уравнения (1) имеют вид суммы медленных и быстрых колебаний:  $x(t) = \varepsilon^{1/2} [r(\varepsilon t) \cos(\sqrt{\varepsilon c} t) + \xi((1 - \varepsilon c^{-1})t, \varepsilon t)] + O(\varepsilon)$ , где  $r(\tau)$ ,  $\xi(y, \tau)$  являются решениями нормализованной краевой задачи

$$\frac{\partial \xi}{\partial \tau} = -cJ(\xi) + b_{10}\xi + b_{20}[\xi^2 - M(\xi^2)] - \frac{2}{3}[\xi^3 - M(\xi^3)] - 4\xi |r|^2, \quad (3)$$

$$\frac{dr}{d\tau} = \frac{1}{2} \left( b_{10} - \frac{1}{2}c \right) r - r|r|^2 - rM(\xi^2), \quad \xi(y+1, \tau) \equiv \xi(y, \tau), \quad M(\xi) \equiv 0.$$

При условии  $b_1 = -(1 + \varepsilon b_{10})$  решения уравнения (1) определяются решениями нормализованной краевой задачи с *анти*-периодическими граничными условиями

$$\frac{\partial \xi}{\partial \tau} + cJ(\xi) = b_{10}\xi - \frac{2}{3}\xi^3, \quad \xi(y+1, \tau) \equiv -\xi(y, \tau), \quad (4)$$

которые имеют вид ступенчатых структур для  $y \in [-1, 1]$ .

### Литература

1. *Yanchuk S., Giacomelli G.* Spatio-temporal phenomena in complex systems with time delays // J. Phys. A: Math. Theor. 2017. V. 50. P. 103001.
2. *Каценко С.А.* Применение метода нормализации к изучению динамики дифференциально-разностных уравнений с малым множителем при производной // Дифференциальные уравнения. 1989. Т. 25, № 8. С. 1448–1451.
3. Strongly asymmetric square waves in time-delayed system / Weicker L., Erneux T., D’Huys O., Danckaert J., Jacquot M., Chembo Y. and Larger L. // Phys. Rev. E. 2012. V. 86. Art. 055201(R).

# КОЛЛЕКТИВНЫЕ КОЛЕБАНИЯ В НЕОДНОРОДНЫХ ПОПУЛЯЦИЯХ АКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

*В.В. Клиньшов*<sup>1</sup>, *И. Франович*<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

<sup>2</sup> Институт физики, Белград, Сербия

Мы рассматриваем коллективные динамические режимы и сценарии возникновения и подавления коллективных колебаний в неоднородной популяции, состоящей как из возбудимых, так и из колебательных активных элементов [1]. Система может демонстрировать один из трех макроскопических режимов, а именно: состояние покоя, асинхронные колебания и режим частичной синхронизации. При этом области различных режимов формируют в пространстве параметров сложную структуру, включающую три бифуркационные точки коразмерности два: бифуркация Богданова – Такенса, бифуркация трехкратного равновесия и бифуркация петли сепаратрис седла-узла (вырожденный случай). Помимо моностабильных областей, наше исследование также выявило две области с бистабильным поведением, в которых сосуществуют либо два стационарных решения, либо стационарное и колебательное решения. Обнаружено два сценария возникновения коллективных колебаний, один из которых описан ранее [2], а другой является новым и характеризуется гистерезисным поведением системы. Показано, что базовая структура пространства параметров качественно сохраняется в присутствии небольшого шума или небольшого запаздывания в связях.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект 19-72-10114).

## Литература

1. *Klinshov, V.* Two scenarios for the onset and suppression of collective oscillations in heterogeneous populations of active rotators / *V. Klinshov, I. Franovic* // *Phys. Rev. E.* 2019. [accepted].
2. *Tessone, C.J.* Theory of collective firing induced by noise or diversity in excitable media / *C.J. Tessone, A. Scire, R. Toral, P. Colet* // *Phys. Rev. E.* 2007. V. 75, № 1. P. 016203.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТОВ РАБОЧЕЙ ПАМЯТИ СЕТИ С ПЕРЕКРЫВАЮЩИМИСЯ СВЯЗЯМИ

*Н.С. Ковалева, М.А. Мищенко, В.В. Матросов*

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

Одним из наиболее интересных для изучения феноменов является память, в том числе ее часть – рабочая память. Рабочая память – это ограниченная по емкости часть памяти человека, которая сочетает в себе временное хранение и манипулирование информацией. Рабочая память отличается от долговременной памяти, которая является отдельной частью системы памяти огромного объема и хранит информацию в относительно стабильной форме. Существует парадигма отложенного ответа, по которой некоторый предоставленный стимул сохраняется в памяти в течение нескольких секунд во время выполнения какой-либо задачи. В течение этого времени была обнаружена повышенная активность нейронов, отвечающих за этот стимул, поэтому считается, что нейроны напрямую связаны с механизмами рабочей памяти [1].

В настоящей работе предполагается, что элемент поддерживается в состоянии рабочей памяти путем кратковременной синаптической фасилитации, опосредованной повышенным уровнем остаточного кальция в пресинаптических терминалях нейронов, которые кодируют этот элемент.

Действие такого механизма исследовано с помощью рекуррентной сети нейронов – пороговых интеграторов. Образы загружаются в рабочую память путем внешнего возбуждения соответствующей популяции нейронов. Связи между нейронами, кодирующими один и тот же образ, более сильны, чем связи между различными популяциями. Тормозные нейроны связаны с возбуждающими нейронами случайным образом, что приводит к конкуренции между различными воспоминаниями. Все соединения от возбуждающего нейрона к возбуждаемому показывают усиленную передачу, описанную феноменологической моделью краткосрочной пластичности.

В данной работе исследуется, как за счет баланса возбуждения и торможения, а также интенсивности фонового внешнего воздействия добиться эффекта сохранения образов рабочей памятью.

Существует предположение, что времена синаптической пластичности отвечают за характерные времена сохранения усиленных связей. В работе [2] оценивалась емкость рабочей памяти частотной модели. В данной работе проведено исследование влияния параметров времен синаптической пластичности на количество сохраненных образов в спайковой модели сети.

Рассмотрено влияние фоновой активности на емкость рабочей памяти сети. Показано, что с увеличением фоновой активности увеличивается емкость рабочей памяти. Значительное увеличение фонового ввода приводит к рабочей памяти с асинхронной повышенной активностью в целевой популяции.

Рассмотрена аналогичная модель сети, когда часть нейронов популяций, кодирующих образ, имеют сильные связи с другими популяциями. Исследовано влияние количества перекрывающихся связей между кластерами на динамику сети рабочей памяти. Отмечено, что несмотря на большой процент перекрывающихся связей при воспроизведении образов сохраняется разграничение между кластерами, синхронная активность одного кластера при воспроизведении образа не активирует нейроны другого кластера посредством пересекающихся связей. Таким образом, рассматриваемая система является грубой и не требует жесткого разграничения кластеров и все результаты, полученные для непересекающихся кластеров, могут быть адаптированы для случая с перекрытием популяций. При дальнейшем увеличении процента общих связей ( $> 50\%$ ) увеличивается вероятность одновременной активации двух популяций, что соответствует слиянию образов в памяти.

Работа выполнена при поддержке РНФ в рамках проекта 18-11-00294.

### Литература

1. *Mongillo, G.* Synaptic theory of working memory / G. Mongillo, O. Barak, M. Tsodyks // *Science*. 2008. V. 319, № 5869. P. 1543–1546.
2. *Mi, Y.* Synaptic correlates of working memory capacity / Y. Mi, M. Katkov, M. Tsodyks // *Neuron*. 2017. V. 93, № 2. P. 323–330.

# ФУНКЦИИ ВИГНЕРА И КИРКВУДА В АНАЛИЗЕ РАДИОЗАТЕМНЕННЫХ ДАННЫХ

*О.А. Коваль<sup>1</sup>, М.Е. Горбунов<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, Москва

<sup>2</sup>Гидрометцентр России, Москва

Функции Вигнера и Кирквуда были изначально введены в квантовой механике [1–4]. В дальнейшем функцию Вигнера было предложено использовать во временно-частотном анализе сигналов [5, 6]. Впоследствии она нашла применение также в оптике, акустике и в анализе радиозатемненных наблюдений [7–9].

Менее известна функция Кирквуда [10, 11]. Функция Кирквуда обладает рядом свойств, близких к функции Вигнера. Обе эти функции являются символами оператора квантовой плотности, соответствующим разным упорядочиваниям операторов координаты  $\hat{x}$  и импульса  $\hat{\xi}$ : вейлевскому упорядочиванию соответствует функция Вигнера, а упорядочиванию  $\hat{x}\hat{\xi}$  – функция Кирквуда. Асимптотически обе эти функции эквивалентны и стремятся к микроканоническому распределению при  $\hbar \rightarrow 0$ . Функция Вигнера выражается следующим образом:

$$\begin{aligned} \rho^W(x, \xi) &= \frac{k}{2\pi} \int \psi\left(x - \frac{s}{2}\right) \bar{\psi}\left(x + \frac{s}{2}\right) \exp(iks\xi) ds = \\ &= \int \tilde{\psi}\left(\xi - \frac{\sigma}{2}\right) \bar{\tilde{\psi}}\left(\xi + \frac{\sigma}{2}\right) \exp(ikx\sigma) d\sigma, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\psi(x)$  – волновая функция,  $\tilde{\psi}(\xi)$  – ее фурье-образ,  $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число.

Функция Кирквуда записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} \rho^{x\xi}(x, \xi) &= \frac{k}{2\pi} \int \psi(x) \bar{\psi}(x+s) \exp(iks\xi) ds = \\ &= \sqrt{\frac{-ik}{2\pi}} \psi(x) \exp(-ikx\xi) \sqrt{\frac{ik}{2\pi}} \int \bar{\psi}(\tilde{x}) \exp(ik\tilde{x}\xi) d\tilde{x}. \end{aligned} \quad (2)$$

Таким образом, если для вычисления функции Вигнера требуется многократное вычисление преобразования Фурье, то функции Кирквуда оно требуется лишь однократно.

Функция Вигнера выражается через функцию Кирквуда как свертка с ядром  $T_{x\xi}^W(x, \xi)$ :

$$\begin{aligned} \rho^W(x, \xi) &= \rho^{x\xi}(x, \xi) * T_{x\xi}^W(x, \xi), \\ T_{x\xi}^W(x, \xi) &= \frac{k}{\pi} \exp(2ik\xi x). \end{aligned} \quad (3)$$

Это позволяет сформулировать быстрый алгоритм вычисления сглаженной функции Вигнера на основе дробного преобразования Фурье  $\hat{F}_\alpha$ . Дробное преобразование Фурье является представлением оператора вращения  $\hat{R}_\alpha$  фазовой плоскости на произвольный угол  $\alpha$ . При этом функция Вигнера инвариантна по отношению к таким преобразованиям. Беря исходное волновое поле  $\psi(x)$ , действуя на него оператором  $\hat{F}_\alpha$ , мы вычисляем функцию Кирквуда от каждого такого представления исходного поля. Усредняя затем получаемые функции Кирквуда по вращению, мы получаем функцию Вигнера, свернутую с функцией  $T_{x\xi}^W(x, \xi)$ , усредненной по группе вращений:

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \hat{R}_\alpha T_{x\xi}^W(x, \xi) d\alpha = \frac{1}{\pi} J_0(r), \quad (4)$$

где  $J_0$  – функция Бесселя,  $r = \sqrt{x^2 + \xi^2}$  и координаты фазовой плоскости  $(x, \xi)$  безразмерны.

Работа была выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты 18-35-00368, 20-05-00189 А).

## Литература

1. Dirac, P.A.M. Note on exchange phenomena in the Thomas atom // Proc. Camb. Phil. Soc. 1930. V. 26. P. 376–395.
2. Weyl, H. The theory of groups and quantum mechanics. New York : Dover, 1931. 422 p.
3. Heisenberg, W. Über die inkohärente Streuung von Röntgenstrahlen // Physik. Zeitschr. 1931. Bd. 32. S. 737–740.
4. Wigner, E.P. On the quantum correction for thermodynamic equilibrium // Phys. Rev. 1932. V. 40, June. P. 749–759.
5. Ville, J. Théorie et applications de la notion de signal analytique // Cables et Transmission. 1948. V. 2A. P. 61–74.

6. *Cohen, L.* Time-frequency distribution : a review // Proceedings of the IEEE. 1989. V. 77, № 7. P. 941–981.
7. *Alonso, M.A.* Wigner functions in optics: describing beams as ray bundles and pulses as particle ensembles : Doc. ID 148673 / The Institute of Optics, University of Rochester. Rochester, 2011. 272 p.
8. *Вировлянский, А.Л.* Лучевая теория дальнего распространения звука в океане. Нижний Новгород : ИПФ РАН, 2006. 164 с.
9. *Горбунов, М.Е.* Физические и математические принципы спутникового радиозатменного зондирования атмосферы Земли. М. : ГЕОС, 2019. 300 с. ISBN 978-5-89118-780-1.
10. *Kirkwood, J.G.* Quantum statistics of almost classical assemblies // Phys. Rev. 1933. V. 44, July. P. 31–37.
11. *Карасев, М.В., Маслов, В.П.* Нелинейные скобки Пуассона. Геометрия и квантование. М. : Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1991. 368 с. ISBN 5-02-014325-1.

# ОСОБЕННОСТИ ДИНАМИКИ И ВЫНУЖДЕННАЯ СИНХРОНИЗАЦИЯ МЕМРИСТИВНОГО ОСЦИЛЛЯТОРА

*И.А. Корнеев<sup>1</sup>, В.В. Семенов<sup>2</sup>, А.В. Слепнёв<sup>1</sup>, Т.Е. Вадивасова<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

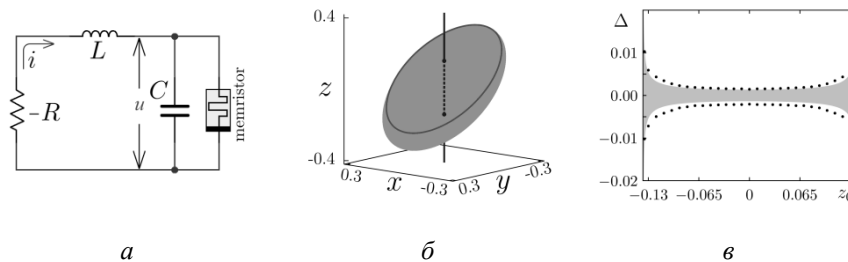
<sup>2</sup>Институт FEMTO-ST, CNRS и Университет Бургундии Франш-Конте, Безансон, Франция

Идея пассивного элемента электрической цепи, известного как мемристор, была выдвинута Леоном Чуа в [1] и в дальнейшем обобщена до концепции мемристивных систем [2]. Согласно этой концепции, класс мемристивных систем определяется непрерывной зависимостью характеристик системы в момент наблюдения от её предшествующих состояний. Мемристивные системы привлекают внимание благодаря их потенциальному применению в области электроники и при моделировании нейронных систем. Также мемристор интересен и с точки зрения нелинейной динамики. Его свойства не только существенно изменяют динамику колебательных систем, но и приводят к качественно новым типам поведения.

В качестве объекта исследований нами рассматривалась модель осциллятора, изображённая на рис. 1, а. В безразмерных переменных уравнения системы имеют вид

$$\dot{x} = y - G_M(z)x, \quad \dot{y} = -x + \beta y, \quad \dot{z} = x, \quad (1)$$

где  $x \sim u$ ,  $y \sim i$ ,  $z \sim \varphi$  – динамические переменные,  $\beta$  – управляющий параметр,  $G_M(z)$  – проводимость мемристора. В качестве моделей мемристора используются модели с кусочно-линейной [1] и гладкой аппроксимацией функции  $G_M(z)$ . Система (1) имеет линию равновесия: любая точка на оси  $Oz$  является точкой равновесия. При определённом выборе параметра в фазовом пространстве системы существует аттрактор, состоящий из непрерывного множества замкнутых кривых (тёмно-серая линия на рис. 1, б), образующих двумерную поверхность (серая область на рис. 1, б), и множества устойчивых точек на оси  $Oz$ . Таким образом, меняя только начальные условия, можно получать различные установившиеся режимы поведения: либо точку равновесия, либо периодические колебания с различными амплитудами. Были проанализированы бифуркационные механизмы возникновения колебаний в системе (1) при гладком и кусочно-линейном характере функции  $G_M(z)$ . Сценарий жёсткого перехода к колебательному режиму связан с бифуркацией С-типа и обуславливается свойствами кусочно-линейной функции  $G_M(z)$ . Мягкое возбуждение колебаний наблюдается при гладкой характеристике. Средствами аналогового моделирования не удалось в полной мере реализовать свойства систем с линией равновесия. Эксперименты показали структурную неустойчивость аттракторов в таких системах. Тем не менее в физическом эксперименте были зафиксированы траектории, соответствующие движению по поверхности аттрактора системы (1).



**Рис. 1.** Эквивалентная схема (а) и притягивающее предельное множество (б) системы (1); в – зависимость границ области вынужденной синхронизации от начального значения  $z(0)$ : чёрные кружки – результаты численного эксперимента, серая область – аналитические результаты

Проведённое численное и приближённое аналитическое исследование поведения системы (1), находящейся под внешним гармоническим воздействием, показало эффект вынужденной синхронизации в конечной области значений частотной расстройки. Были установлены два механизма синхронизации: захват фазы и частоты колебаний осциллятора и подавление колебаний внешним сигналом. Наличие частотно-фазового захвата свидетельствует об автоколебательном характере динамики исследуемой системы. Характеристики автоколебаний системы (1) непрерывным образом зависят от начальных условий (в частности, от значения  $z(0)$ ), что приводит к возможности управления границами области синхронизации (рис. 1, в).

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта 19-32-90030.



## Литература

1. *Chua L.* Memristor – the missing circuit element // IEEE Transactions on Circuit Theory. 1971. V. 18, № 5. P. 507–519.
2. *Chua L.* Memristive devices and systems / L. Chua, S. Kang // Proceedings of the IEEE. 1976. V. 64, № 2. P. 209–223.
3. *Semenov V.V.* Numerical and experimental studies of attractors in memristor-based Chua's oscillator with a line of equilibria. Noise-induced effects / V.V. Semenov, I.A. Korneev, P.A. Arinushkin, G.I. Strelkova, T.E. Vadivasova, V.S. Anishchenko // The European Physical Journal Special Topics. 2015. V. 224, № 8. P. 1553–1561.
4. *Korneev I.A.* Hard and soft excitation of oscillations in memristor-based oscillators with a line of equilibria / I.A. Korneev, T.E. Vadivasova, V.V. Semenov // Nonlinear Dynamics. 2017. V. 89, № 4. P. 2829–2843.
5. *Korneev I.A.* Andronov–Hopf bifurcation with and without parameter in a cubic memristor oscillator with a line of equilibria / I.A. Korneev, V.V. Semenov // Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science. 2017. V. 27, № 8. P. 081104.

# ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СХЕМЫ, ДЕМОНСТРИРУЮЩЕЙ ЭПИЛЕПТИФОРМНУЮ АКТИВНОСТЬ ГОЛОВНОГО МОЗГА

*М.В. Корнилов<sup>1,2</sup>, К.М. Альбетярова<sup>2</sup>, И.В. Сысоев<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН

<sup>2</sup>Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

Исследование работы головного мозга – актуальная задача современной науки. Один из подходов – это рассмотрение мозга как устройства передачи, приема и обработки информации, к моделированию которого применимы методы радиофизики и нелинейной динамики. Очевидно, что данное устройство обладает крайне сложной архитектурой, поэтому существенный интерес представляют работы, посвященные моделированию отдельных участков, а также созданные на их основе экспериментальные установки. Важную роль в их создании играет численный эксперимент, который позволяет проверить работоспособность модели, а также существенно сократить время проектирования установки для натурального эксперимента. В этом исследователям помогают высокопроизводительные кластеры и суперкомпьютеры, а также специальные средства имитационного моделирования, к которым относятся Simulink, Scilab, Modelica.

Данная работа посвящена задаче моделирования эпилептиформной активности головного мозга. Для этой цели обычно используются связанные сложным образом имитирующие нейронную активность осцилляторы. Так, например, в численном эксперименте было показано, что осцилляторы Фитц-Хью – Нагумо [1], связанные сложным образом в иерархическую сеть, способны демонстрировать эпилептиформную активность [2]. Однако перед реализацией данной схемы в виде экспериментальной радиофизической установки необходимо проверить работоспособность аналоговой схемы в средствах имитационного моделирования, чему и посвящена данная работа.

В качестве моделей отдельных нейронов было решено использовать осцилляторы Фитц-Хью – Нагумо, поскольку аналоговая схема для одного нейрона уже была реализована в работе [3]. Так как при использовании больших сетей элементов необходимо масштабирование моделей, для реализации данной схемы была выбрана среда имитационного моделирования OpenModelica, основанная на языке Modelica, которая представляет открытое окружение для инженерных (технических) и научных расчетов. Схема была собрана в графическом эмуляторе, а затем транслирована в программный код.

В результате имитационного моделирования были воспроизведены некоторые эффекты, ранее обнаруженные при математическом моделировании в работе [2], в том числе запуск разряда внешним сигналом и его самопроизвольное завершение.

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда 19-72-10030.

## Литература

1. *FitzHugh, R.* Mathematical models of threshold phenomena in the nerve membrane // *Bulletin of Mathematical Biophysics*. 1955. V. 17. P. 257–269.
2. *Medvedeva, T.M.* Modeling spike-wave discharges by a complex network of neuronal oscillators / Tatiana M. Medvedeva, Marina V. Sysoeva, Gilles van Luijtelaaar, Ilya V. Sysoev // *Neural Networks*. 2018. V. 98. P. 271–282.
3. *Пономаренко, В.И.* Экспериментальное исследование синхронизации неидентичных нейроподобных осцилляторов с адаптивной запаздывающей связью / Пономаренко В.И., Кульминский Д.Д., Прохоров М.Д. // *Письма в ЖТФ*. 2018. Т. 44, вып. 17. С. 11–18.

# ОПТИМИЗАЦИЯ ВОЛНОВОГО ФРОНТА В УСЛОВИЯХ НЕЛИНЕЙНЫХ ФАЗОВЫХ ИСКАЖЕНИЙ И ПЕРЕМЕННОГО СПЕКТРАЛЬНОГО СОСТАВА ЛАЗЕРНОГО ИМПУЛЬСА

*А.В. Котов<sup>1</sup>, А.А. Соловьев<sup>1</sup>, С.Е. Перевалов<sup>1</sup>, А.Г. Александров<sup>2</sup>, И.В. Галактионов<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

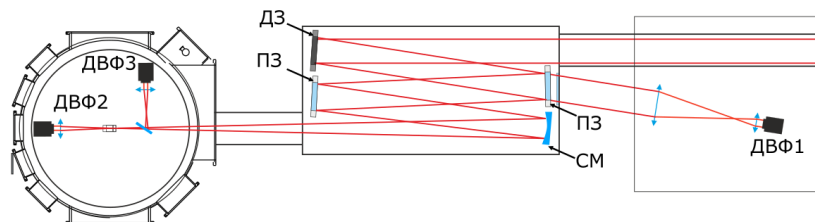
<sup>2</sup>ООО «Активная Оптика НайтН»

Системы адаптивной коррекции волнового фронта [1] являются штатным оборудованием на сверхмощных лазерах, необходимым для достижения высоких значений пиковой интенсивности при фокусировке [2]. Задача оптимизации фокального пятна проста и понятна для монохроматического излучения с равномерным заполнением по апертуре, однако для случаев широкополосных импульсов она существенно усложняется. Данное усложнение связано со многими факторами, одним из них являются хроматические aberrации, к которым можно отнести и остаточный угловой chirp [2] после компрессора. Компенсация хроматических aberrаций при помощи деформируемого зеркала невозможна, поэтому они должны быть минимизированы другими способами.

Помимо хроматических aberrаций, существует другой, не менее важный фактор усложнения коррекции, связанный с невозможностью создавать наперед заданные искажения при помощи деформируемого зеркала (ДЗ) без обратной связи, которая должна быть реализована через датчик волнового фронта (ДВФ) [3]. Из-за сложности и нелинейности связи между фазой и напряжениями на ДЗ процедура компенсации фазовых искажений является итерационной и чувствительной к стабильности параметров лазерного источника.

Хроматизм системы начинает играть принципиальную роль, когда спектр сигнала может существенно меняться от выстрела (импульса) к выстрелу. Зачастую адаптивные оптические системы строятся без оглядки на хроматические aberrации. В частности, в случае стабильности спектрального состава излучения хроматическая aberrация может влиять на работу системы незначительно. Если спектр сигнала меняется, в общем случае меняется и эффективное положение центроидов фокальных пятен микрораstra на ДВФ, даже если форма фазового фронта излучения сохранилась. Система интерпретирует такие изменения спектра как изменения фазы и компенсирует их, что приводит к разрушению пятна фокусировки.

Другим деликатным вопросом является выбор эталонной (референсной) фазы, к которой система будет приводить реальную фазу, с помощью деформаций поверхности ДЗ. Оптические схемы (рис. 1) часто устроены так, что для фазовых измерений используется реплика импульса (ликедж) и система компенсирует фазу в плоскости зеркала. В то же время излучение доставляется до мишенной камеры и фокусируется при помощи элементов, искажения которых принято называть разностными. При этом идеальная фокусировка может быть достигнута, только если разностные искажения будут добавлены к эталонной фазе в качестве упреждения.



**Рис. 1.** Варианты расположения датчика волнового фронта (ДВФ).

ПЗ – плоское зеркало, СМ – сферическое зеркало

В системах это стандартная ситуация, которая решается путем переопределения референса. В случае нелинейной фазы этот метод не работает, потому что она существует только в боевом (высокоэнергетичном) выстреле. При редкой частоте повторения таких выстрелов оптимизация становится проблемной. Решением данной проблемы может стать введение фазового упреждения, которое должно реализовываться через излучение-посредник.

В работе продемонстрировано введение процедуры фазового упреждения для системы коррекции волнового фронта на основе деформируемого зеркала. Результатом данного метода является существенное увеличение числа Штреля, что демонстрируется в модельном эксперименте с внесением aberrатора, симулирующего нелинейные искажения, которые могут присутствовать в боевом выстреле.

## Литература

1. *Воронцов, М.А.* Гибкое зеркало для адаптивных систем формирования световых пучков / М.А. Воронцов, А.В. Кудряшов, С.И. Назаркин, В.И. Шмальгаузен // Квантовая электроника. 1984. Т. 11, № 6. С. 1247–1249.
2. *Yoon, J.W.* Achieving the laser intensity of  $5.5 \times 10^{22}$  W/cm<sup>2</sup> with a wavefront corrected multi-PW laser / J.W. Yoon, C. Jeon, J. Shin, S.K. Lee, H.W. Lee, I.W. Choi, H.T. Kim, J.H. Sung, and C.H. Nam // Opt. Express. 2019. V. 27, iss. 15. P. 20412–20420.
3. *Zavalova, V.Ye.* Shack-Hartmann wavefront sensor for laser beam analyses // V.Ye. Zavalova, A.V. Kudryashov // Proc. SPIE. 2002. V. 4493 : High-Resolution Wavefront Control: Methods, Devices, and Applications III. P. 277–284.
4. *Southwell, W.H.* Wavefront estimation from wavefront slope measurements // Opt. Soc. Am. 1980. V. 70, iss. 8. P. 998–1005.

# АСИММЕТРИЧНЫЕ МОНОХРОМАТИЧЕСКИЕ НЕЛИНЕЙНЫЕ СОСТОЯНИЯ ПОЛЯ И ПОЛЯРИЗАЦИИ АКТИВНОЙ СРЕДЫ В СИММЕТРИЧНОМ СВЕРХИЗЛУЧАЮЩЕМ ЛАЗЕРЕ

*Е.Р. Кочаровская*

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

В традиционных лазерах с симметричными высокодобротными резонаторами Фабри – Перо, где время жизни фотона значительно превышает время жизни поляризации (оптических дипольных колебаний) активных центров, при стационарной (одномодовой) генерации имеет место и симметричное распределение поля, так что излучение противоположных торцов лазера одинаково.

Подобная симметрия нарушается для рассмотренных в настоящем докладе сверхизлучающих лазеров с симметричными низкодобротными резонаторами (как чистыми Фабри – Перо, так и комбинированными с распределённой обратной связью встречных волн), в которых время жизни фотона меньше времени жизни поляризации активных центров. Именно, как показано в [1–3], при определённом превышении порога генерации возможно сильно несимметричное стационарное распределение поля в резонаторе, так что излучение лазера через правый и левый торцы будет значительно отличаться. Данный эффект спонтанного нарушения симметрии генерации, исследование которого представлено в настоящем докладе, вызван биениями встречных электромагнитных волн в резонаторе и образованием существенно неоднородной стационарной решётки инверсии населённостей активной среды в результате нестационарной эволюции её поляризации после включения накачки и высвечивания лазером одного или нескольких импульсов сверхизлучения.

Указанные асимметричные состояния поля и поляризации были получены в результате численного моделирования решений одномерных уравнений Максвелла – Блоха для двухуровневой модели лазера с небольшим неоднородным уширением спектральной линии активной среды. В найденных состояниях имеет место несимметричное распределение и смещение самосогласованной нелинейной решётки инверсии населённостей к одному из торцов лазера, согласованное с установлением стационарного несимметричного усиления и брэгговского переотражения встречных волн поля и поляризации.

В докладе обсуждаются характерные особенности рассматриваемого явления несимметричной лазерной генерации и его качественные отличия от известных явлений сверхизлучательного фазового перехода Дике и генерации поляритонного лазера, для которых спонтанное нарушение симметрии не является типичным. Представлены примеры лазерной динамики, в которых при превышении накачкой порога нестационарной генерации имеет место метастабильность асимметрии встречных волн и происходит самопроизвольное переключение во времени средних интенсивности излучения и корреляционных свойств излучаемых импульсов, причем эти средние могут быть существенно различны для противоположных торцов лазера.

В заключении доклада показано, что рассмотренный неравновесный фазовый переход возможен в гетеролазерах на экситонах в предельно узких квантовых ямах или в специальных протяжённых ловушках для бозе-конденсации экситонов. Обсуждаются возможности использования гетеролазеров с подобными несимметричными самосогласованными состояниями поля и активной среды для изучения фундаментальных вопросов физики многочастичных систем с сильным радиационным взаимодействием и практического применения в задачах диагностики различных сред, спектроскопии и обработки информации.

Работа поддержана в рамках программы фундаментальных исследований Президиума РАН «Наноструктуры: физика, химия, биология, основы технологий», а также проектом РФФИ 20-02-00872.

## Литература

1. *Кочаровский, Вл.В.* Сверхизлучение: принципы генерации и реализация в лазерах / Вл.В. Кочаровский, В.В. Железняков, Е.Р. Кочаровская, В.В. Кочаровский // УФН. 2017. Т. 187. С. 367–410.
2. *Kocharovsky, V.I.* Comparative analysis of the dynamical spectra of a polarization of an active medium and an electromagnetic field in the superradiant heterolasers / V.I. Kocharovsky, A.S. Gavrilov, E.R. Kocharovskaya, A.V. Mishin, I.S. Ryabinin, A.F. Seleznev, V.V. Kocharovsky // KnE Engineering. 2018. V. 2018. P. 160–173. DOI: 10.18502/keg.v3i6.2988.
3. *Кочаровский, Вл.В.* Асимметричная генерация в сверхизлучающем лазере с симметричным низкодобротным резонатором / Вл.В. Кочаровский, В.А. Кукушкин, С.В. Тарасов, Е.Р. Кочаровская, В.В. Кочаровский // ФТП. 2019. Т. 53. С. 1321–1328.

# РАСПАД СИЛЬНОГО РАЗРЫВА В ПЛАЗМЕ И СТРУКТУРА БЕССТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ

*Вл.В. Кочаровский, В.В. Кочаровский, М.А. Гарасёв, А.А. Нечаев, А.Н. Степанов*

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

Исследовано образование и эволюция слоя уплотнения в электростатической ударной волне при распаде разрыва в плазме с горячими электронами и большим перепадом плотности плазмы по разные стороны от разрыва. С помощью численного моделирования методом частиц в ячейках для широкой области параметров плазмы установлено, что возникновение слоя уплотнения под действием электрического поля энергичных электронов в области фронта бегущей ударной волны изменяет характер генерируемых ионно-звуковых волн и сопровождается сложной, неламинарной кинетикой различных фракций ускоренных и тепловых ионов, в том числе отраженных от фронта. Путем изучения траекторий частиц в реальном и фазовом пространствах показано, что в формировании и поддержании уплотнения в ударной волне участвуют ионы по обе стороны сильного разрыва: и захватываемые волной ионы разреженной плазмы, и нагоняющие ее ускоренные ионы плотной. Проведен качественный анализ вкладов обеих ионных компонент в слой уплотнения и указаны его особенности для типичных параметров лазерной плазмы [1].

Работа поддержана РФФИ в рамках проекта 18-29-21029. Работа Нечаева А.А. поддержана грантом РФФИ 18-32-01065.

## Литература

1. *Нечаев, А.А.* Формирование слоя уплотнения в бесстолкновительной электростатической ударной волне при расширении горячей плотной плазмы в холодную и разреженную / А.А. Нечаев, М.А. Гарасёв, А.Н. Степанов, В.В. Кочаровский // Физика плазмы. 2020. [в печати].

# ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОГО ИНТЕРФЕРОМЕТРА ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ КОНТРАСТА ЛАЗЕРНОГО ИМПУЛЬСА

*А.А. Кочетков*

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

Показана возможность увеличения контраста интенсивных ( $\text{ТВ}/\text{см}^2$ ) фемтосекундных лазерных импульсов с помощью нелинейного интерферометра на основе Маха – Цендера или Майкельсона. Показано, что при правильной настройке интенсивность пика падает незначительно ( $< 10\%$ ).

Пиковая мощность и временной контраст мощных лазерных импульсов являются ключевыми параметрами в исследованиях взаимодействия вещества с интенсивным лазерным полем и в задачах генерации пучков заряженных частиц. Контраст означает отношение пиковой интенсивности импульса к максимуму интенсивности шумовых компонент в хвостах импульса.

Наиболее широко применяемыми методами повышения контраста являются применение XPW-фильтра [1] в стартовой части системы или плазменного зеркала [2, 3] непосредственно перед мишенью. Первый метод ведет за собой значительные потери (типичная эффективность  $\sim 30\%$ ), сложности использования второго метода связаны с разрушением зеркала при каждом выстреле.

Исследуемый в данной работе метод основан на использовании керровской нелинейности в про-светном элементе в одном из плечей интерферометра. В запертый выход интерферометра будет проходить только наиболее интенсивная (а значит, наиболее модулированная) часть импульса. Таким образом, происходит фильтрация излучения от малых по сравнению с основным пиком структур.

Экспериментальное исследование данного метода, проведенное в ИПФ с использованием стартовой части лазерного комплекса PEARL, показало его работоспособность. Была продемонстрирована нелинейная природа «открытия» запертого плеча интерферометра. Исследована стабильность работы данной системы без обратной связи, показана возможность использования данной техники для повышения контраста в мощных лазерных системах.

## Литература

1. *Jullien, A.*  $10^{-10}$  temporal contrast for femtosecond ultraintense lasers by cross-polarized wave generation / A. Jullien, O. Albert, F. Burgy, G. Hamoniaux, J.-P. Rousseau, J.-P. Chambaret, F. Augé-Rochereau, G. Chériaux, J. Etchepare, N. Minkovski, S.M. Saitiel // *Opt. Lett.* 2005. V. 30. P. 920–922.
2. *Lévy, A.* Double plasma mirror for ultrahigh temporal contrast ultraintense laser pulses / A. Lévy, T. Ceccotti, P. D'Oliveira, F. Réau, M. Perdrix, F. Quéré, P. Monot, M. Bougeard, H. Lagadec, P. Martin, J.-P. Geindre, P. Audebert // *Opt. Lett.* 2007. V. 32. P. 310.
3. *Inoue, S.* Single plasma mirror providing  $10^4$  contrast enhancement and 70% reflectivity for intense femtosecond lasers / S. Inoue, K. Maeda, S. Tokita, K. Mori, K. Teramoto, M. Hashida, S. Sakabe // *Appl. Opt.* 2016. V. 55. P. 5647–5651.

# СОЛЕНОИДЫ СМЕЙЛА – ВИЛЬЯМСА В АВТОНОМНОЙ АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЕ С КОМПЛЕКСНЫМИ ПЕРЕМЕННЫМИ

*В.П. Круглов, И.Р. Сатаев*

Саратовский филиал института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН

Мы обсуждаем математическую модель автономной системы с соленоидом Смейла – Вильямса, ранее предложенной в [1], и показываем, что в этой модели модификацией обратной связи можно получить соленоиды с различными факторами  $M$  растяжения угловой переменной, а также строим карты режимов для нескольких примеров систем с разными факторами растяжения.

Уравнения модели описывают комплексный нелинейный осциллятор:

$$\begin{aligned} \dot{z} &= w, \\ \dot{w} &= \left(1 - (z^2)\right)z + \left[L - \left(1 - (z^2)\right)^2\right]w + \varepsilon w^M, \end{aligned} \quad (1)$$

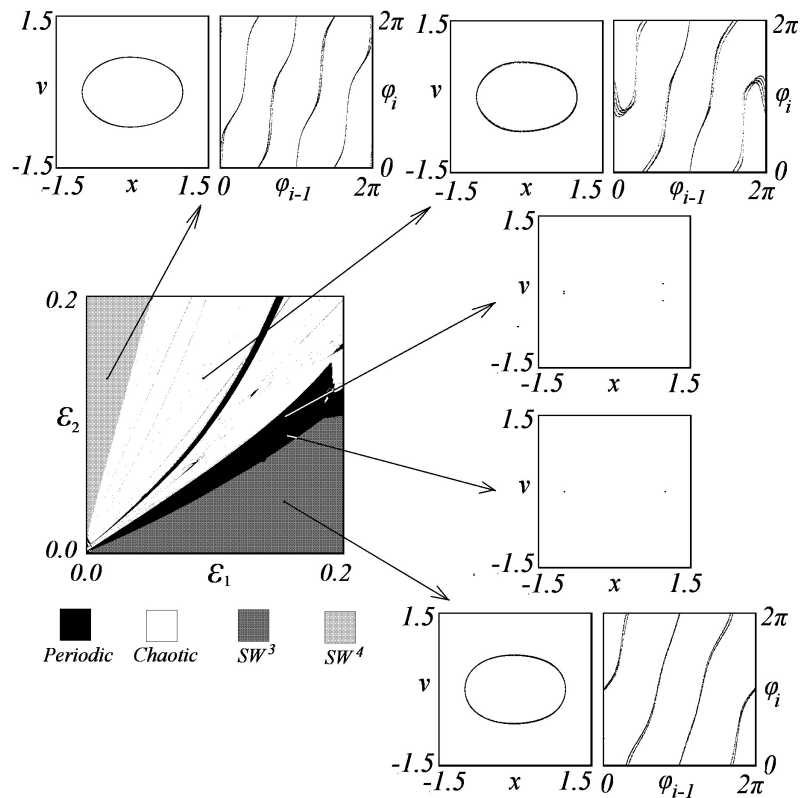
где  $z = x + iy$ ,  $w = u + iv$ ,  $x$  и  $y$  – переменные-координаты,  $u$  и  $v$  – переменные-скорости,  $L$  – управляющий параметр,  $\varepsilon$  – коэффициент обратной связи,  $M$  – целое число. Уравнение (1) является комплексифицированной версией автоколебательной системы с гомоклинической бифуркацией с образованием двух двоякоасимптотических траекторий седла в форме цифры восемь [1].

Опишем процесс, соответствующий динамике на аттракторе типа Смейла – Вильямса. Точка  $O = \{x = 0, u = 0, y = 0, v = 0\}$  является седловым положением равновесия. Фактор  $(1 - |z|^2)$  обеспечивает возвращение траектории к седловой точке  $O$ . Введем угловую переменную  $\varphi = \arg z$ , которую можно понимать как геометрическую фазу. При каждом прохождении траектории в окрестности седла угловая переменная преобразуется в соответствии с растягивающим отображением окружности  $\varphi_{n+1} = M \varphi_n + \text{const} \pmod{2\pi}$ .

Чтобы продемонстрировать (в численном эксперименте) указанное растяжение угловой переменной с фактором  $M$ , построим отображение Пуанкаре гиперповерхности  $S = |z|^2 = 1$ , достаточно удаленной от седловой точки  $O$ . Если на секущей гиперповерхности происходит растяжение в  $M$  раз по угловой переменной и сильное сжатие по остальным двум направлениям, то в отображении Пуанкаре возникает аттрактор Смейла – Вильямса с фактором  $M$ .

Мы исследовали численно несколько примеров системы (1) с разными видами обратной связи, например  $\varepsilon w^2$ ,  $\varepsilon w^3$  и  $\varepsilon_1 w^3 + \varepsilon_2 w^4$ . Во всех случаях обнаружены обширные и сплошные области в пространстве параметров, соответствующие соленоидам Смейла – Вильямса (рис. 1).





**Рис. 1.** Карта режимов системы (1) с обратной связью вида  $\varepsilon_1 w^3 + \varepsilon_2 w^4$  и примеры динамики в режимах с гиперболическими ( $M = 3$  и  $4$ ) и негиперболическим хаотическими аттракторами, а также в режимах с регулярной динамикой

#### Литература

1. Круглов В.П., Хаджиева Л.М. Однородно гиперболический аттрактор в системе на основе связанных осцилляторов с сепаратрисой в виде «восьмерки» // Известия вузов. ПНД. 2016. Т. 24, вып. 6. С. 54–64.
2. Smale S. Differentiable dynamical systems // Bulletin of the American Mathematical Society. 1967. V. 73, № 6. P. 747–817.

# ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА GCFA ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ЛАЗЕРНОГО ИМПУЛЬСА

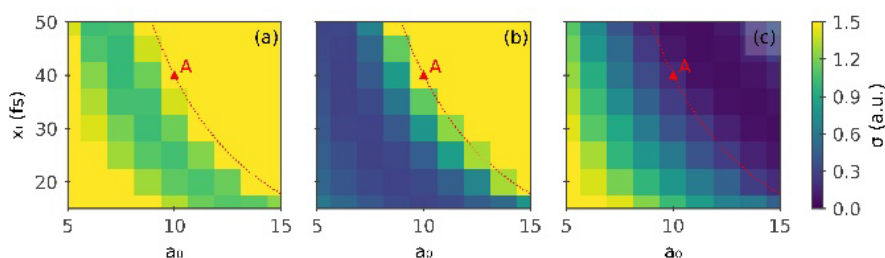
*М.С. Крыгин<sup>1,2</sup>, Е.Н. Неруш<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

<sup>2</sup>Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

В настоящее время генерация гамма-квантов при столкновении лазерного импульса и ультррелятивистского пучка электронов используется, например, для изучения ядерных реакций [1], а также исследуется сама по себе [2]. Обычно для релятивистски сильных лазерных импульсов изменение спектра пучка электронов, вызванное излучением фотонов, моделируется с помощью метода Монте-Карло. При соблюдении некоторых условий становится возможным упростить задачу и вместо решения общего уравнения Больцмана для лазерного импульса использовать частное решение Больцмана, соответствующее взаимодействию электронного пучка и постоянного магнитного поля. Этот метод называется «приближение постоянного (глобального) поля» (GCFA [1]).

Данный подход позволяет использовать алгоритм Scintillans, который существенно быстрее PIC-моделирования. Его скорость при отсутствии потерь точности позволяет осуществлять качественный анализ явлений при изменении параметров пучка электронов и лазерного импульса. Становится доступным решение задачи поиска параметров лазерного импульса по спектрам электронного пучка до и после взаимодействия (рис. 1).



**Рис. 1.** Результаты численного моделирования

На рис. 1 для начального и конечного спектра из работы [3] и диапазона параметров лазерного импульса были построены решения, опирающиеся на GCFA. По горизонтальной и вертикальной оси изображены безразмерная амплитуда лазерного импульса и его полуширина соответственно. Цвет обозначает среднеквадратичное отклонение спектра, полученного численно, от спектра из эксперимента.

Одномерное моделирование в приближении глобального постоянного поля выполнено при поддержке РНФ (Е.Н.Н., грант 18-72-00121), трехмерное PIC-моделирование выполнено при поддержке РФФИ (М.С.К., грант 18-32-00943).

## Литература

1. Artemenko, I. // Plasma Phys. Control. Fusion. 2019. V. 61. Art. 074003.
2. Poder, K. // Phys. Rev. X. 2018. V. 8. Art. 031004.

# ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТЕЙ синхронизации РАБОТЫ ДВУХ ЭЛЕКТРОННЫХ ГЕНЕРАТОРОВ

*Д.Д. Крыгина*

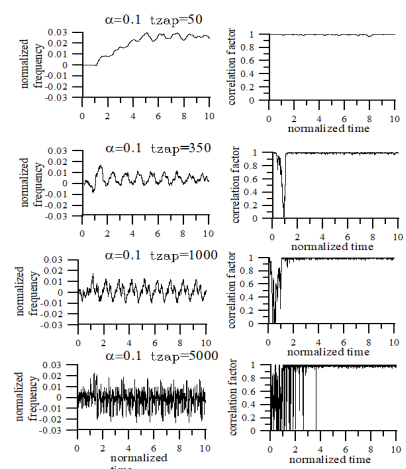
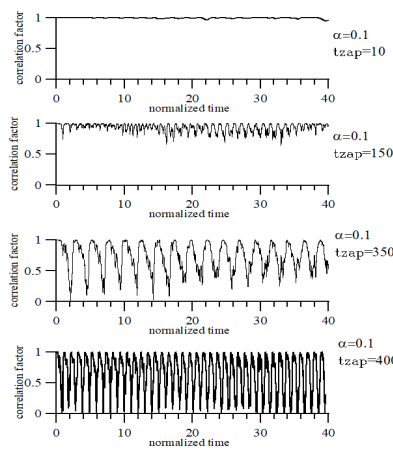
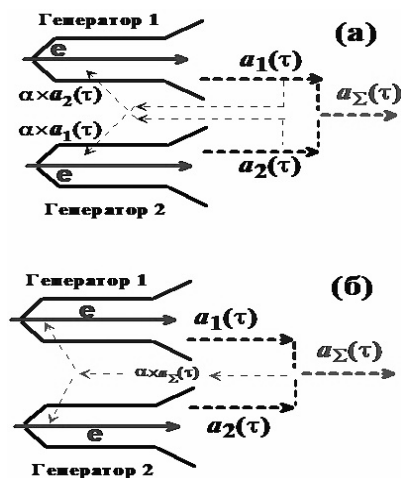
Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

Терагерцовый диапазон, занимающий промежуточное положение между микроволновым и оптическим участками спектра электромагнитных волн, оставался в течение долгого времени слабо изученным. В то же время этот диапазон обладает рядом специфических особенностей, делающих его весьма привлекательным для широкого круга фундаментальных и прикладных исследований в области физики, химии, биологии и медицины. В частности, актуальна проблема создания мощных импульсных источников электромагнитного излучения, работающих в терагерцовом диапазоне (1 ТГц и выше). Наиболее естественным кандидатом на эту роль является гиротрон.

Естественные ограничения на мощность терагерцового гиротрона делает актуальной задачу синхронизации работы двух или нескольких независимых генераторов, что дает возможность когерентного сложения их выходных сигналов. Известным путем решения проблемы синхронизации двух осцилляторов является использование цепи внешней связи между двумя источниками (рис. 1, а), когда часть выходной мощности каждого из источников ответвляется в другой источник. В терагерцовом частотном диапазоне это решение также не работает из-за, очевидно, гигантской (в масштабе длины волны) протяженности этой цепи внешней связи.

В рамках данной работы предполагается применить другую схему цепи внешней связи (рис. 1, б). Этот метод основан на том, что частоту и фазу двух осцилляторов вовсе не надо стабилизировать. Пусть фазы колебаний двух гиротронов будут нефиксированными и нестабильными во времени (что естественно при использовании импульсного электронного пучка). Для эффективного сложения мощностей достаточно, чтобы в любой момент времени эти фазы были одинаковыми.

В схеме на рис. 1, б это достигается за счет передачи в каждый из гиротронов части суммарного сигнала обоих гиротронов. При таком решении в любой момент времени в оба гиротрона из цепи внешней связи подаются одинаковые (хотя и, возможно, нестабилизированные) сигналы.



**Рис. 1.** Синхронизация двух гиротронов: традиционная схема «обмена» сигналами (а) и схема, основанная на поступлении одинаковых синхронизирующих сигналов в каждый генератор (б)

**Рис. 2.** Зависимость корреляционного фактора от нормированного времени при увеличении времени обратной связи

**Рис. 3.** Зависимость корреляционного фактора (справа) и мгновенной нормированной частоты выходного суммарного сигнала (слева) от нормированного времени при увеличении времени обратной связи в схеме 1, б

В рамках простой модели был проведен численный анализ с учетом мелких (и независимых) случайных шумов в параметрах двух генераторов (ток и напряжение рабочего электронного пучка), который показал, что использование изображенной на рис. 1, а схемы на больших временах обратной связи не обеспечивает когерентное сложение выходных сигналов (рис. 2). В то же время применение схемы на рис. 1, б обеспечивает когерентное сложение даже при очень большом расстоянии между двумя связанными осцилляторами (рис. 3). Интересно, что пока время запаздывания стабилизирующего сигнала  $t_{zap}$  относительно невелико, стабилизация синхронной работы двух генераторов происходит в режиме установления фиксированной (с учетом присутствия шумов) общей для системы час-

тоты генерации. С ростом  $t_{\text{zap}}$  выходной сигнал перестает быть одночастотным, так что частоты (и, соответственно, фазы выходного излучения) каждого из генераторов «плывут во времени». При этом, однако, выходные сигналы каждого из генераторов остаются коррелированными по фазе и, соответственно, формируют общий выходной сигнал, складываясь синфазно. Это происходит из-за того, что симметричный сигнал, поступающий в схеме на рис. 1, б из цепи взаимной связи в каждый из генераторов, обеспечивает синхронность случайных изменений частот и фаз в каждом генераторе.

Работа поддержана Российским научным фондом (проект 19-19-00599).

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ОСЦИЛЛЯТОРА С УПРАВЛЯЕМЫМ ВНЕШНИМ ВОЗДЕЙСТВИЕМ

*Е.П. Селезнев<sup>1,2</sup>, Н.В. Станкевич<sup>1,3</sup>, Д.А. Крылосова<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН

<sup>2</sup>Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

<sup>3</sup>Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А.

В работе исследуются вынужденные колебания линейного осциллятора с управляемым внешним воздействием. Рассмотрим уравнение модели в виде

$$d^2x/dt^2 + 2\alpha dx/dt + \omega_0^2 x = V \sin(2\pi ft + \varphi), \quad (1)$$

где  $x$  – динамическая переменная,  $\alpha$  – коэффициент диссипации,  $\omega_0$  – собственная частота колебаний осциллятора,  $V$  – амплитуда,  $f$  – частота, а  $\varphi$  – фаза внешнего воздействия соответственно. Рассмотрим два случая, когда либо частота, либо начальная фаза воздействия линейно зависят от динамической переменной. В случае линейной зависимости начальной фазы от динамической переменной уравнение (1) принимает вид

$$d^2x/dt^2 + 2\alpha dx/dt + \omega_0^2 x = V \sin(2\pi ft + kx), \quad (2)$$

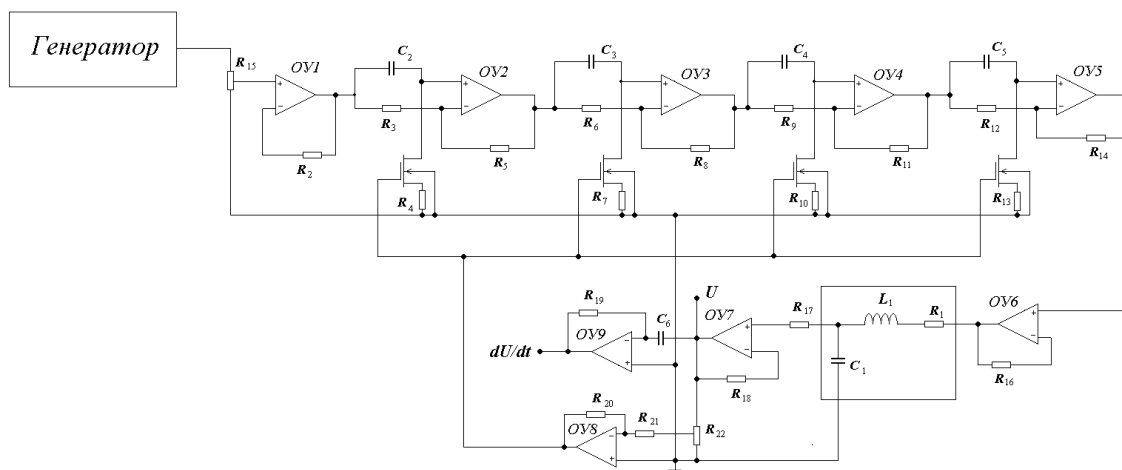
а при линейной зависимости частоты от динамической переменной и  $\varphi = 0$  оно принимает вид

$$d^2x/dt^2 + 2\alpha dx/dt + \omega_0^2 x = V \sin(2\pi(f_0 + kx)t). \quad (3)$$

Таким образом, за счет управления частотой или фазой воздействия линейное уравнение, описывающее вынужденные колебания линейного осциллятора, преобразуется в нелинейное с нелинейностью типа  $\sin(kx)$ . Как следствие, в такой системе возможно появление сложных периодических и хаотических колебаний [3–8].

Целью данной работы является экспериментальное исследование динамики неавтономного осциллятора при управлении фазой и частотой внешнего воздействия.

На рис. 1 представлена схема, в которой реализуется управление фазой внешнего воздействия. Схема включает возбуждаемый от внешнего генератора колебательный контур  $L_1 R_1 C_1$ , управляемый фазовращатель, собранный на операционных усилителях ОУ2–ОУ5, развязывающие усилители ОУ1, ОУ6–ОУ8 и дифференцирующий усилитель ОУ9. Фазовращатель позволяет изменять фазу внешнего генератора от нуля до  $4\pi$ .



**Рис. 1**

На рис. 2 слева направо представлены временные реализации (вверху), проекции фазовых портретов на плоскость  $(U, dU/dt)$  (внизу), соответствующие циклу с периодом 1 (период внешнего воздействия), периоду 2 и хаосу.

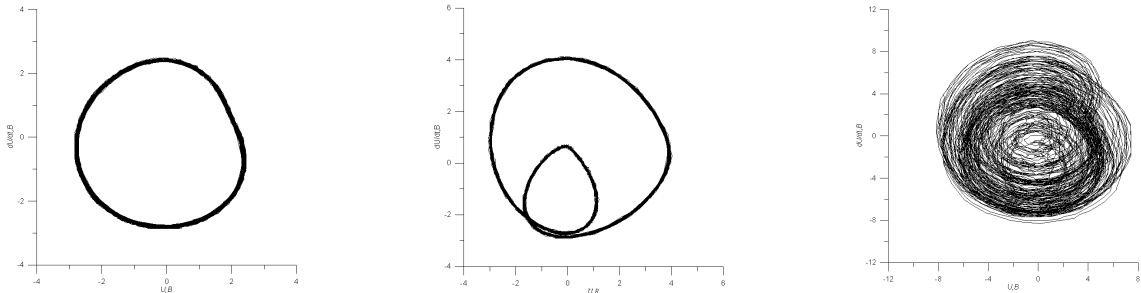


Рис. 2

На рис. 3 представлена схема эксперимента в случае управления частотой воздействия. Она включала линейный колебательный контур  $RLC$  и генератор, управляемый напряжением, типа Adgilent 8115A. Удобство данного генератора заключается в управлении частотой выходного сигнала внешним напряжением с заданной девиацией частоты. В процессе исследований проводился анализ напряжения на конденсаторе колебательного контура  $U$ .

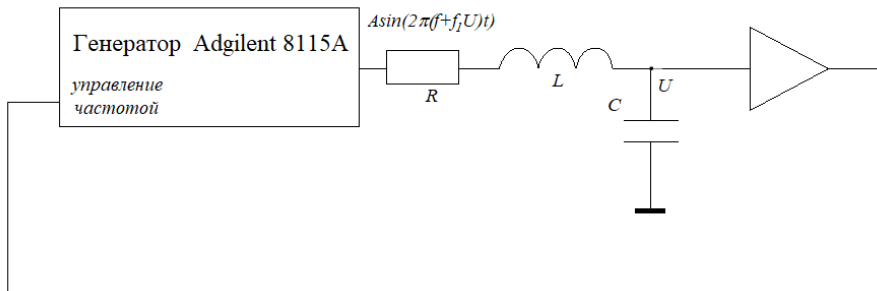


Рис. 3

Рисунок 4 иллюстрирует проекции фазовых портретов на плоскость  $(U, dU/dt)$  и спектры мощности колебаний, соответствующие циклу с периодом 1 (слева), с периодом 2 (в центре) и хаосу (справа) при изменении управляющих параметров.

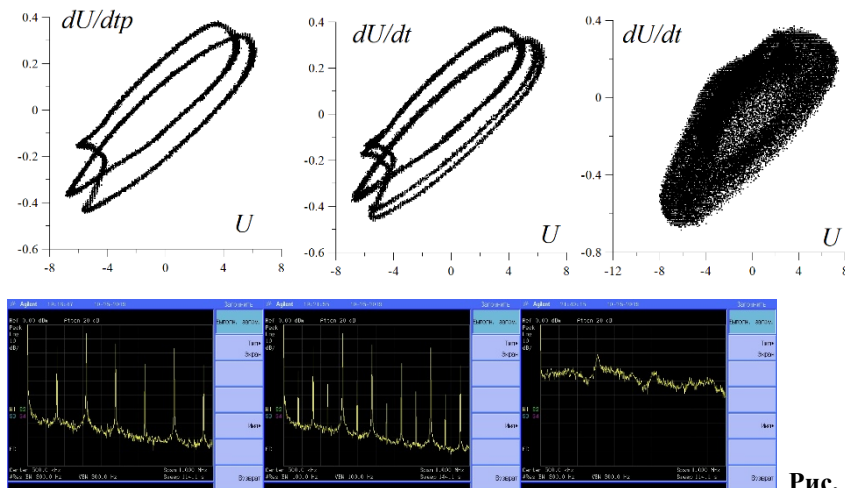


Рис. 4

Динамика осциллятора при управлении частотой внешнего воздействия качественно соответствует случаю управления фазой. Переход к хаосу происходит в результате последовательности бифуркаций удвоения периода. В структуре пространства управляющих параметров наблюдается сложная иерархия предельных циклов с различным периодом. Отличие управления частотой воздействия проявляется в формировании при больших перестройках широкополосных хаотических колебаний, что иллюстрирует рис. 4 (справа).

Таким образом, линейная зависимость частоты или начальной фазы внешней силы от динамической переменной в неавтономном линейном осцилляторе существенно усложняет динамику такой простой, на первый взгляд, системы и приводит к появлению иерархии периодических и хаотических колебаний. В динамике такой системы наблюдаются широкополосные хаотические колебания. В целом следует отметить, что результаты экспериментальных исследований качественно соответствуют результатам численных исследований [8].

### Литература

1. Шалфеев В.Д., Матросов В.В. Нелинейная динамика систем фазовой синхронизации. Нижний Новгород : Изд-во Нижегородского госуниверситета, 2013. 336 с.
2. Гайтон А.К., Холл Дж.Э. Медицинская физиология. М. : Логосфера, 2008. 1296 с.
3. Chaotic states and rout to chaos in forced pendulum / Humieres D.D., Beasley M.R., Huberman B.A., Libhaber A. // Phys. Rev. A. 1982. Vol. 26, № 6. P. 3484–3496.
4. Holmes P., Whitley D. On attracting set of Duffing's equation // Physica. 1983. Vol. 7D. P. 111–123.
5. Englisch V., Lauterborn W. Regular window structure of a double-well Duffing's oscillator // Phys. Rev. A. 1991. Vol. 44, № 2. P. 916–924.
6. Астахов В.В., Безручко Б.П., Селезнев Е.П. Исследование динамики нелинейного колебательного контура при гармоническом воздействии // Радиотехника и электроника. 1987. Т. 32, № 12. С. 2558–2566.
7. Нелинейные колебания резонатора с варакторным диодом / Безручко Б.П., Кулешов А.В., Пономаренко В.И., Селезнев Е.П. // Радиотехника и электроника. 1991. Т. 36, № 8. С. 1519–1525.
8. Селезнев Е.П., Станкевич Н.В. Сложная динамика неавтономного осциллятора с управляемой фазой внешнего воздействия // Письма в ЖТФ. 2019. Т. 45, № 2. С. 59–62.

# НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА ВЕЙБЕЛЕВСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В ОДНОМОДОВОМ РЕЖИМЕ

*А.А. Кузнецов<sup>1,2</sup>, М.А. Гарасев<sup>1</sup>, Вл.В. Кочаровский<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

<sup>2</sup>Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

В ряде экспериментов с лазерной плазмой, а также при наблюдениях солнечного ветра космическими аппаратами обнаруживаются сложные анизотропные распределения частиц в плазме [1]. Подобные распределения характерны и для астрофизической плазмы в бесстолкновительных ударных волнах источников гамма-всплесков, для плазмы активных областей короны Солнца и других звезд [2]. Изучение эволюции подобных неравновесных распределений важно для понимания процессов формирования магнитостатического поля в плазме. В частности, такие поля возникают в анизотропной плазме в результате развития вейбелевской неустойчивости [3, 4], изучению некоторых особенностей которой и посвящена данная работа.

Целью работы является анализ особенностей хода одномодовой вейбелевской неустойчивости на нелинейной стадии. Для этого рассматриваются самосогласованные уравнения бесстолкновительной плазмы, в которые добавлено внешнее стационарное магнитное поле вида  $B_{\text{ext}} = B_0 \exp(-ik_0 x)$ , неоднородное вдоль оси  $x$ . Далее производится стандартная процедура линеаризации уравнения Власова для функции распределения электронов  $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = f_0(\mathbf{v}) + \delta f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$  (ионы остаются неподвижными). Затем мы рассматриваем лишь процесс эволюции выделенной моды волновым вектором  $\mathbf{k} = (k_0, 0, 0)$ . Заметим, что в таком случае в качестве функции распределения в слагаемом, связанном с внешним полем  $B_{\text{ext}}$ , может быть взята невозмущенная функция  $f_0(\mathbf{v})$ , которая для определенности выбрана бимаксвелловской.

В результате вышеописанных операций для эволюции функции распределения  $\delta f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$  по времени получается нелинейное дифференциальное уравнение 1-го порядка, которое решается методом вариации произвольной постоянной. Вычисленная таким образом плотность тока подставляется в уравнения Максвелла, в которых также было произведено преобразование Фурье по координатам. В результате имеем аналог уравнения гармонического осциллятора с вынуждающей «силой», в качестве которой выступает сумма двух слагаемых. Первое из них связано с внешним полем  $B_{\text{ext}}$  и пропорционально  $(\exp(-(v_{\text{Тор}} k_0 t)^2) - 1)$ . Второе же – не связанное с  $B_{\text{ext}}$  – определяется неинтегрируемой частью нелинейного дифференциального уравнения 1-го порядка и представляется в качестве двух последовательных интегралов: интеграла как функции верхнего предела от времени, а также интеграла по всему пространству скоростей, появившегося при вычислении тока.

Полученное уравнение в пределе  $B_{\text{ext}} = 0$  аналитически сводится к линейному дисперсионному уравнению. Для нетривиальных значений внешнего магнитного поля решение уравнений исследуется численно на основе специально разработанной программы. Полученные результаты могут быть полезны для понимания нелинейной эволюции магнитного поля в анизотропной космической плазме.

Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда (проект 19-72-10111).

## Литература

1. Кочаровский В.В. Аналитическая теория самосогласованных структур в бесстолкновительной плазме / В.В. Кочаровский, Вл.В. Кочаровский, В.Ю. Тарасов, С.В. Мартыанов // УФН. 2016. Т. 186, вып. 12. С. 1267–1314.
2. Baumjohann W. Basic space plasma physics / W. Baumjohann, R.A. Treumann // Revised Edition. London : Imperial College Press, 2012. 496 p.
3. Weibel E. Spontaneously growing transverse waves in a plasma to an anisotropic velocity distribution // Physical Review Letters. 1959. V. 2. P. 83.
4. Morse R.L. Numerical simulation of the Weibel instability in one and two dimensions / R.L. Morse, C.W. Nielson // The Physics of Fluids. 1971. V. 14. P. 830.

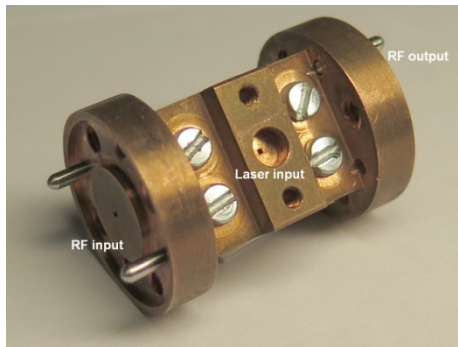


# МЕТОД СУБТЕРАГЕРЦОВОЙ ДИАГНОСТИКИ ПОЛУПРОВОДНИКОВ С ПОМОЩЬЮ ВОЛНОВОДНОГО ПЕРЕКЛЮЧАТЕЛЯ

*М.Л. Кулыгин, И.А. Литовский*

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

Современные полупроводниковые переключатели с лазерным управлением (LDSS) широко используются для получения коротких импульсов субтерагерцового излучения [1, 2]. Переключатель представляет собой лазерный режекторный фильтр [3] с активным элементом – небольшой пластиной арсенида галлия (GaAs), установленной внутри резонаторной полости. Прототип переключателя на диапазон 0,3 ТГц показан на рис. 1.

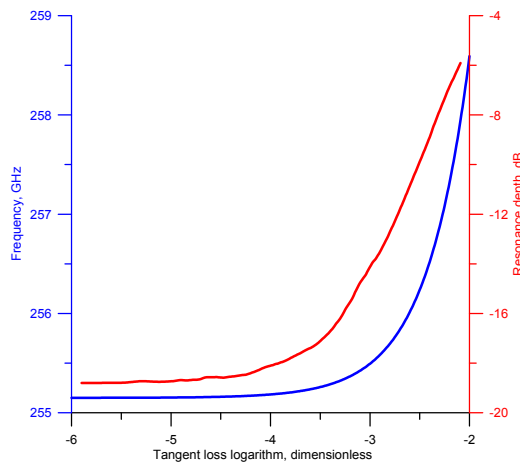


**Рис. 1.** Прототип переключателя на диапазон частот 260 ГГц

Переключатель способен охватывать не менее 10 порядков по длительности импульса [4], от наносекунды до значений более 10 секунд [5]. Режимы длинных импульсов позволяют использовать переключатель для диагностики арсенида галлия с неизвестными свойствами в стандартной установке векторного панорамного анализатора цепей в частотном диапазоне, измеряющую резонансную частоту и глубину.

Данная работа посвящена разработке концепции расчета диэлектрической проницаемости и тангенса угла полупроводника по имеющимся данным измерений на коммутаторе. Перспективный метод кажется привлекательным, так как объем полупроводника, необходимый для анализа, составляет всего  $1 \text{ мм}^3$ , что примерно в миллион раз меньше, чем требуется для типичных методов в терагерцовых полосах частот [6].

Численное моделирование проводилось с использованием модифицированного метода конечных разностей во временной области (FDTD) [7]. На рис. 2 показаны резонансная частота и глубина резонанса, а также тангенс потерь полупроводника. Мы видим, что обе кривые позволяют однозначно определить соответствующий тангенс угла потерь в полосе субтерагерцового диапазона около 260 ГГц.



**Рис. 2.** Резонансная частота и глубина относительно логарифма тангенса потерь

Каждый прототип LDSS содержит ряд уникальных погрешностей изготовления, слегка искажающих реальные резонансные кривые и отличающих их от результатов численного моделирования.

Тем не менее новый метод диагностики может достичь хорошей точности благодаря двойной проверке – как по частоте, так и по глубине.

Проект выполняется при поддержке РФФИ (грант 18-08-00672).

### Литература

1. *Kulygin, M.L.* Stress test of nanosecond semiconductor cavity switches with subterahertz gyrotrons // IEEE Trans. THz Sci. and Tech. 2019. V. 9, № 2. P. 186–192.
2. *Kulygin, M.* Nanosecond microwave semiconductor switches for 258...266 GHz / M. Kulygin, G. Denisov, K. Vlasova [et al.] // J. Infrared Mil. THz Waves. 2015. V. 36, № 9. P. 845–855.
3. *Kulygin, M.L.* Development of waveguide semiconductor switches of microwave radiation in the 70-and 260-GHz ranges / M.L. Kulygin, V.I. Belousov, G.G. Denisov [et al.] // Radiophysics and Quantum Electronics. 2014. V. 57, № 7. P. 509–518.
4. *Kulygin, M.L.* Switching of subterahertz waves within a duration range of ten orders of magnitude / M.L. Kulygin, G.G. Denisov [et al.] // Radiophys. Quant. Electron. 2019. V. 61, № 8/9. P. 603.
5. *Kulygin, M.L.* Subterahertz nanosecond switches driven by second-long laser pulses / M.L. Kulygin, G.G. Denisov, S.V. Shubin [et al.] // IEEE Trans. THz Sci. Tech. 2017. V. 7, № 2. P. 225.
6. *Parshin, V.V.* Precise resonator methods investigation of dielectrics and metals at 40 GHz–500 GHz frequency range and in 4 K–900 K temperature interval / V.V. Parshin, E.A. Serov // 9th Global Symposium on Millimeter Waves. 2016. DOI: 10.1109/GSMM.2016.7500314.
7. *Kulygin, M.L.* Calculation of dispersion characteristics of a circular waveguide with deep helical corrugation by the FDTD method // Radiophys. Quant. Electron. 2004. V. 47, № 1. P. 63–67.

# ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ АНСАМБЛЕЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ ГЕНЕРАТОРОВ СО СЛОЖНЫМИ СВЯЗЯМИ

*Д.Д. Кульминский<sup>1,2</sup>, В.И. Пономаренко<sup>1,2</sup>, И.В. Сысоев<sup>2,1</sup>, М.Д. Прохоров<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН

<sup>2</sup>Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

Исследование сложной динамики ансамблей связанных осцилляторов является предметом исследования многих авторов [1–4]. В большинстве случаев для исследования больших ансамблей осцилляторов применялись теоретические и численные методы, а экспериментальным исследованиям посвящено значительно меньше работ. Это объясняется сложностью постановки натурального эксперимента, которая быстро растет с увеличением размера ансамбля и количества связей между его элементами. Удобными объектами для экспериментального изучения сложной динамики ансамблей осцилляторов являются радиотехнические генераторы. С их помощью были исследованы процессы синхронизации в цепочках связанных осцилляторов [5] и в ансамблях осцилляторов, связанных через общее поле [6]. Однако экспериментальная реализация сложной архитектуры связей и сложных функций связи между радиотехническими генераторами в больших ансамблях остается пока трудной задачей.

В настоящей работе предложен оригинальный способ экспериментального исследования больших ансамблей радиотехнических генераторов со сложными связями, в основе которого лежит программный способ формирования сигналов, отвечающих за связь между генераторами. Такой подход позволяет задать произвольную архитектуру связей и реализовать практически любой вид связей между генераторами в радиофизическом эксперименте.

Чтобы осуществлять связь между генераторами, была использована система ввода-вывода многоканальных данных National Instruments PCI eXtensions for Instrumentation (PXI). Сигналы напряжения с выхода каждого генератора подавались на аналоговые входы многоканального аналого-цифрового преобразователя и оцифровывались с частотой 10 кГц для дальнейшей обработки. Затем с помощью программы на LabView проводилось преобразование сигналов напряжений и формировались сигналы, отвечающие за связь генераторов. Полученные программой, сигналы преобразовывались в аналоговый вид с помощью многоканального цифроаналогового преобразователя и подавались в качестве управляющего воздействия на вход каждого генератора. В данной установке для начала реализована простая линейная связь между генераторами. При аналоговом моделировании такая связь соответствует связи двух радиотехнических генераторов через резистор. Кроме резисторов, для связи генераторов можно использовать и другие элементы – конденсатор, катушку индуктивности или мемристор, реализуя емкостную, индукционную или мемристорную связь соответственно. Поскольку сигналы, отвечающие за связь генераторов, формировались в экспериментальной установке программой, в ней можно реализовать связь генераторов через резистор, конденсатор, катушку индуктивности или мемристор, внося соответствующие изменения в программу. Кроме того, можно легко задать произвольную архитектуру связей между генераторами и реализовать различные виды нелинейных и запаздывающих связей.

Установка работает в режиме реального времени и позволяет при необходимости подстраивать в ходе эксперимента силу связей для управления коллективной динамикой генераторов. Работоспособность установки продемонстрирована на примере ансамбля генераторов с запаздывающей обратной связью. С ее помощью впервые проведена реконструкция сложной архитектуры связей, коэффициентов связей и собственных нелинейных функций генераторов с запаздыванием по их экспериментальным временным рядам. Полученные результаты расширяют возможности экспериментального исследования коллективной динамики в ансамблях осцилляторов со сложными типами и архитектурой связей.

Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ, проект МК-1199.2019.8 и гранта РФФИ 19-02-00071.

## Литература

1. *Afraimovich, V.S.* Stability, structures, and chaos in nonlinear synchronization networks / V.S. Afraimovich, V.I. Nekorkin, G.V. Osipov, V.D. Shalfeev. – Singapore : World Scientific, 1995. – 260 p.
2. *Osipov, G.V.* Synchronization in oscillatory networks / G.V. Osipov, J. Kurths, C. Zhou. – Berlin : Springer, 2007. – 370 p.
3. *Boccaletti, S.* Complex networks: structure and dynamics / S. Boccaletti, V. Latora, Y. Moreno, M. Chavez, D.-U. Hwang // Phys. Rep. 2006. V. 424. P. 175–308.
4. *Масленников, О.В.* Адаптивные динамические сети / О.В. Масленников, В.И. Некоркин // УФН. 2017. Т. 187. С. 745–756.

5. *Gambuzza, L.V.* Experimental investigation of chimera states with quiescent and synchronous domains in coupled electronic oscillators / L.V. Gambuzza, A. Buscarino, S. Chessari, L. Fortuna, R. Meucci, M. Frasca // Phys. Rev. E. 2014. V. 90. Art. 032905.
6. *Ponomarenko, V.I.* Chimeralike states in networks of bistable time-delayed feedback oscillators coupled via the mean field / V.I. Ponomarenko, D.D. Kulminskiy, M.D. Prokhorov // Phys. Rev. E. 2017. V. 96.

# СТАЦИОНАРНАЯ МОДЕЛЬ ПЛОСКОГО РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОННОГО ВИХРЯ В ХОЛОДНОЙ ПЛАЗМЕ

*М.А. Лазарева, А.В. Коржиманов*

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород  
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

Последние несколько десятилетий активно ведутся исследования физики взаимодействия плазмы с мощным лазерным излучением релятивистской интенсивности. При прохождении короткого лазерного импульса сквозь прозрачную плазму позади импульса вследствие развития модуляционной и филаментационной неустойчивостей образуется турбулентный след, который с течением времени распадается в том числе на относительно долгоживущие когерентные структуры, одним из вариантов которых являются вихри. В связи с этим в последнее время уделяется повышенное внимание их изучению. Так, в недавней статье [1] были аналитически исследованы стационарные нерелятивистские вихри, однако релятивистский случай рассматривался исключительно с помощью численных методов. Наша работа посвящена более подробному исследованию стационарной модели релятивистских электронных вихрей. Несмотря на то, что вихри – это в общем случае трёхмерные объекты, многие их свойства можно исследовать и в двумерном приближении. Наша работа ограничена изучением модели плоского вихря.

Мы рассмотрели бесстолкновительную холодную плазму с неподвижными ионами. Для удобства была выбрана цилиндрическая система координат. В рамках системы уравнений Максвелла и уравнений релятивистской гидродинамики была получена система уравнений, описывающая стационарный плоский осесимметричный вихрь в плазме. Как известно, вихри определяются с точностью до произвольной функции, в качестве таковой была выбрана концентрация электронов, что обеспечило её неотрицательность при построении решений. Ранее было показано, что при наличии сильного магнитного поля в вихрях образуются полости, в которых концентрация электронов равна нулю [2], поэтому в нашей работе были рассмотрены в том числе разрывные решения с наличием полости в центре вихря. Решение итоговой системы обыкновенных дифференциальных уравнений было получено численными методами. Были исследованы зависимости характеристик вихря от его толщины и от размера образовавшейся полости.

Анализ показал, что с увеличением радиуса полости увеличивается максимум концентрации электронов, а также растёт электрическое поле, следовательно, растёт и скорость электронов на границе полости, что приводит и к увеличению магнитного поля. В то же время с увеличением толщины вихря скорость движения электронов в нём уменьшается, и в пределе режим становится нерелятивистским, хотя магнитное поле в полости при этом возрастает. Для обеспечения релятивистского режима необходимо, чтобы толщина вихря была много меньше радиуса образовавшейся полости. Ультрарелятивистский режим достигается при радиусе полости, значительно превышающем электронную инерциальную длину  $c/\omega_{pe}$ , если вытесненные из полости электроны при этом распределены в узком пике.

Также с увеличением радиуса полости наблюдается нелинейный рост как энергий электрического и магнитного полей по отдельности, так и их суммы. Для толстых вихрей полная энергия, заключённая в вихре, в основном определяется величиной магнитного поля. Для тонких релятивистских вихрей вклад энергий электрического и магнитного поля, а также кинетической энергии электронов одного порядка. Это позволяет сделать вывод, что в турбулентной плазме, в которой достигнуто частичное термодинамическое равновесие и энергия более или менее равномерно распределена по разным степеням свободы, должны наблюдаться вихри с тонкой стенкой, в то время как для наблюдения толстых вихрей необходимо доминирование внешнего магнитного поля.

Проанализированная модель позволяет по известной величине плотности электромагнитной энергии в плазме оценить радиус образующихся вихрей и найти связь между величиной магнитного поля в вихре и импульсом электронов. Её применение может быть полезным в задачах, связанных с диссипацией электромагнитной энергии в плазме, при изучении плазменной турбулентности, а также в других исследованиях в области физики релятивистской лазерной плазмы и лабораторной астрофизики.

## Литература

1. *Lezhnin, V.* Explosion of relativistic electron vortices in laser plasmas / V. Lezhnin, F.F. Kamenets, T.Zh. Esirkepov, S.V. Bulanov, Y.J. Gu, S. Weber, and G. Korn // *Physics of Plasmas*. 2016. V. 23. P. 093116.
2. *Naumova, N.M.* Polarization, hosing and long time evolution of relativistic laser pulses / N.M. Naumova, J. Koga, K. Nakajima, T. Tajima, T.Zh. Esirkepov, S.V. Bulanov, and F. Pegoraro // *Physics of Plasmas*. 2001. V. 8. P. 4149.

# ГЕНЕРАЦИЯ ТЕРАГЕРЦОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДВУХЦВЕТНЫХ ФЕМТОСЕКУНДНЫХ ИОНИЗИРУЮЩИХ ИМПУЛЬСОВ С ЦИРКУЛЯРНО- И ЛИНЕЙНО-ПОЛЯРИЗОВАННЫМИ КОМПОНЕНТАМИ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ОТНОШЕНИЯХ ЧАСТОТ

Н.В. Введенский<sup>1,2</sup>, В.А. Костин<sup>1,2</sup>, И.Д. Ларюшин<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

<sup>2</sup>Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

Явления возбуждения низкочастотных токов в плазме, создаваемой в результате ионизации среды интенсивными фемтосекундными лазерными импульсами, вызывают в настоящее время большой интерес в связи с возможностью создания компактных источников широкополосного терагерцового и среднего инфракрасного излучения [1–4]. Такие источники требуются для различных фундаментальных и прикладных задач, в частности для спектроскопии и диагностики фармацевтических препаратов, взрывчатых и отравляющих веществ, состава атмосферы и других сред и т. д.

В данной работе аналитически и численно исследовано повышение эффективности генерации терагерцового излучения при использовании двухцветных импульсов с сонаправленно вращающимися циркулярно-поляризованными компонентами вместо линейно-поляризованных двухцветных импульсов. Такое повышение возможно для достаточно интенсивных импульсов, производящих почти полную ионизацию среды при отношениях центральных частот компонент импульса, выражаемых дробью, числитель и знаменатель которой отличаются на 1 (2:1, 3:2, 4:3 и т. д.). Данное усиление генерации является проявлением свойств ионизационного многоволнового смешения, в частности большого числа смешивающихся волн, определяемого резкостью зависимости вероятности ионизации от напряженности поля [5–7]. Также в работе продемонстрировано, что при использовании импульсов с противоположно вращающимися циркулярно-поляризованными компонентами генерация терагерцового излучения сильно подавлена при любых отношениях частот.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 18-02-01150, 20-32-70213 и 18-32-00951).

## Литература

1. *Andreeva V.A.* Ultrabroad terahertz spectrum generation from an air-based filament plasma / V.A. Andreeva [et al.] // *Physical Review Letters*. 2016. V. 116, № 6. P. 063902.
2. *Гарнов С.В.* Лазерные методы генерации мегавольтных терагерцевых импульсов / С.В. Гарнов, И.А. Щербаков // *Успехи физических наук*. 2011. Т. 181, № 1. С. 97.
3. *Cossel K.C.* Gas-phase broadband spectroscopy using active sources: progress, status, and applications / K.C. Cossel [et al.] // *JOSA B*. 2017. V. 34, № 1. P. 104.
4. *Meng C.* Enhancement of terahertz radiation by using circularly polarized two-color laser fields / C. Meng [et al.] // *Applied Physics Letters*. 2016. V. 109, № 13. P. 131105.
5. *Kostin V.A.* Ionization-induced multiwave mixing: terahertz generation with two-color laser pulses of various frequency ratios / V.A. Kostin, I.D. Laryushin, A.A. Silaev, N.V. Vvedenskii // *Physical Review Letters*. 2016. V. 117. P. 035003.
6. *Силаев А.А.* Ионизационный механизм генерации ультракоротких частотно-перестраиваемых импульсов в среднем ИК-диапазоне / А.А. Силаев, В.А. Костин, И.Д. Ларюшин, Н.В. Введенский // *Письма в ЖЭТФ*. 2018. Т. 107. С. 151.
7. *Kostin V.A.* Generation of few- and subcycle radiation in midinfrared-to-deep-ultraviolet range during plasma production by multicolor femtosecond pulses / V.A. Kostin, N.V. Vvedenskii // *Physical Review Letters*. 2018. V. 120. P. 065002.

# РАМАНОВСКАЯ КОМПРЕССИЯ В ПЛАЗМЕ, СОЗДАВАЕМОЙ СО СТОРОНЫ ЗАТРАВОЧНОГО ИМПУЛЬСА

А.А. Балакин, Д.С. Левин, С.А. Скобелев

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

Узким местом традиционно используемого для получения мощных лазерных импульсов метода усиления частотно-модулированных импульсов (СРА) является этап компрессии лазерных импульсов, на котором возможно термическое повреждение дифракционных решеток. Для преодоления данного ограничения было предложено использовать схему обратного рамановского усиления, в которой компрессия лазерного импульса основана на резонансной перекачке энергии между двумя встречно-распространяющимися лазерными импульсами, взаимодействующими посредством плазменной волны.

Эффективность данной схемы ограничивает ряд паразитных эффектов [1], включая усиление шумов плазмы, способное полностью истощить импульс накачки задолго до начала усиления полезного сигнала. Стандартным способом подавления паразитного усиления является введение частотной модуляции накачки. Однако в ряде случаев (например, при использовании субнаносекундных импульсов накачки) это оказывается невозможно.

В данной работе исследована возможность рамановской компрессии лазерных импульсов без частотной модуляции накачки. Анализ проведён в рамках гидродинамического описания плазмы, с учетом её нагрева и ионизации полем электромагнитной волны, а также нелинейной дисперсии плазменной волны:

$$\begin{aligned} \partial_t a + \partial_z a + i/2 \Delta_{\perp} a &= -bf + i\kappa n a, \\ \partial_t b - \partial_z b + i/2 \Delta_{\perp} b + Gb/|b|^2 \partial_t n &= -af^* + i\kappa n b - i\beta |b|^2 b, \\ \partial_t f + \kappa n f + v_f f &= ab^* + iB|f|^2 f, \\ \partial_t T_e &= 2/3 (v_{ei} T_{enl} + 2m_e c^2 v_{Lnd} \omega_a / \omega_f |f|^2), \\ \partial_t n &= (1 - n) W(|b|), \\ T_{enl} &= m_e c^2 (|a|^2 + |b|^2 \omega_a / \omega_b + |f|^2 \omega_a / \omega_f), \\ W(|b|) &= C (E_{at} / |b|)^{1/2} \exp(-2E_{at} / 3|b|). \end{aligned}$$

Здесь  $a$  и  $b$  – нормированные огибающие векторных потенциалов накачки и усиливаемого импульса,  $f$  – нормированная амплитуда плазменной волны,  $t$  и  $z$  нормированы на обратный инкремент рамановского усиления  $1/\gamma$  и  $c/\gamma$  ( $\gamma = a_0 \omega_p (\omega_a / 2\omega)^{1/2}$ );  $\omega_f = (\omega_p^2 + 12\omega_a^2 v_{Te}^2 / c^2)^{1/2}$  – частота плазменной волны;  $\beta = 3\sqrt{2} / 4 a_0 \omega_p \omega_f^{1/2} / \omega_a^{3/2}$  – безразмерный коэффициент релятивистской нелинейности,

$B = 72\sqrt{2} a_0 v_{Te}^2 / c^2 \cdot (\omega_a / \omega_p)^{9/2}$  – безразмерный коэффициент нелинейной дисперсии плазменной волны,  $v_{ei}$  и  $v_{Lnd}$  – безразмерные частота электрон-ионных столкновений и декремент затухания Ландау;  $\kappa = \omega_p^2 / 2\omega_a^2 \gamma$  и  $\kappa = \omega_p / \omega_a \gamma$  описывают влияние квазистатических неоднородностей плазмы;  $C = \sqrt{3} / \pi^{3/2} \cdot 8e^2 \omega_H / \omega_a$  и  $G = (\omega_p / \omega_a)^2 U_H / (4\pi m_e c^2)$  – параметры интенсивности ионизации.

Численное моделирование на основе данных уравнений проведено в одномерной, двумерной и трёхмерной геометрии. Для устранения паразитного усиления шумов плазмы исследованы две схемы.

В первой плазма создается из нейтрального газа самим достаточно интенсивным затравочным лазерным импульсом. Ранее уже была продемонстрирована возможность достижения самоподдерживающегося режима рамановской компрессии, в котором темп усиления значительно превышает ионизационные потери [2]. Однако в неоднородном случае неоднородность образующейся плазмы приводит к значительной рефракции на ней усиливаемого лазерного импульса, начиная со значений сечения пучка  $\omega^2 \sim m_e c^2 / (e^2 n_0)$ . В результате он приобретает сложную пространственную структуру и, соответственно, в дальнейшем плохо фокусируется. Эффективность рамановского усиления (доля энергии, содержащаяся в фокальной зоне) уменьшается примерно вдвое по сравнению с одномерным случаем. При этом нивелировать вредное воздействие рефракции путём уменьшения концентрации плазмы не получится, ибо в редкой плазме эффективность уменьшает нелинейный сдвиг  $B|f|^2$  частоты плазменной волны [3].

Во второй схеме плазма создаётся дополнительным ионизирующим лазерным импульсом, инжектируемым сонаправленно с затравочным и с небольшим опережением. В этом случае последний движется в однородной плазме и не испытывает ионизационной рефракции. С помощью численного моделирования определена максимально допустимая задержка между фронтом ионизации и затравочным лазерным импульсом, при превышении которой эффективность рамановского усиления будет мала из-за паразитного усиления шумов плазмы. Показано, что в случае малой задержки между

импульсами ( $\Delta z < 2c/\gamma$ ) эффективность рамановской компрессии не зависит от концентрации плазмы; в случае же большой задержки шумы в плотной плазме разрушают импульс накачки, в то время как в редкой плазме их усиление подавляет нелинейная дисперсия плазменной волны.

Работа выполнена при поддержке РФФ (грант 17-72-20111).

### Литература

1. Балакин, А.А. Оптимизация параметров рамановской компрессии лазерных импульсов в плазме для ее реализации с использованием лазерной системы PEARL (ИПФ РАН) / А.А. Балакин, Д.С. Левин, С.А. Скобелев // Квантовая электроника. 2018. Т. 48, № 4. С. 295–305.
2. Clark, D.S. Regime for a self-ionizing Raman laser amplifier / D.S. Clark, N.J. Fisch // Physics of Plasmas. 2002. V. 9, № 6. P. 2772.
3. Балакин, А.А. Рамановское усиление лазерных импульсов вблизи порога опрокидывания плазменной волны / А.А. Балакин, Д.С. Левин // Физика плазмы. 2017. Т. 43, № 6. С. 569–576.



# ГРАФОДИНАМИКА МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ АКТИВНЫХ ОБЛАСТЕЙ СОЛНЦА

*Н.Г. Макаренко*

Главная астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург

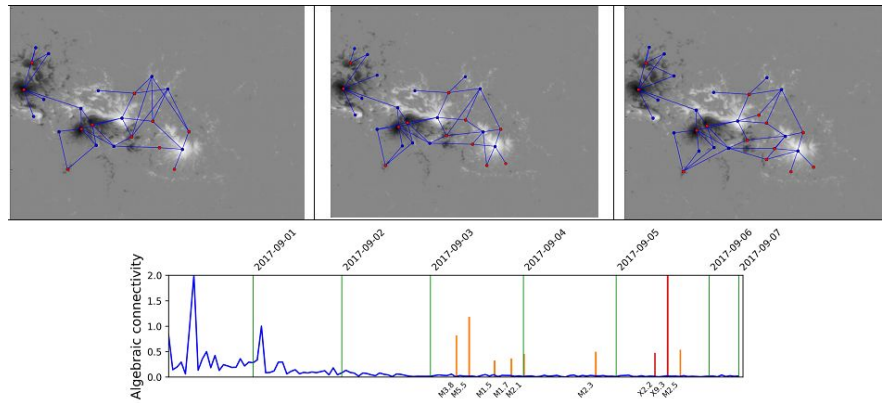
Графы, т. е. конечное множество вершин и соединяющих их ребер, впервые использовал Эйлер в задаче о Кенигсбергских мостах. Позднее графы, образующие триангуляцию Делоне, области Вороного, альфа-формы, МОД и т. п., позволили решать множество задач вычислительной геометрии. В топологии граф Рибо и комплексы Морса – Смейла используются для кодирования земной топографии и анализа форм поверхностей [1, 2].

М.А. Айзерман в 1977 г. предложил описать динамику распределенного объекта с помощью изменяющихся во времени графов: «граф представляет собой как бы «мгновенный снимок», отражение явления в данный момент, а развитие событий во времени – динамика – связано не с движением по графу, а с изменением самого графа» [3].

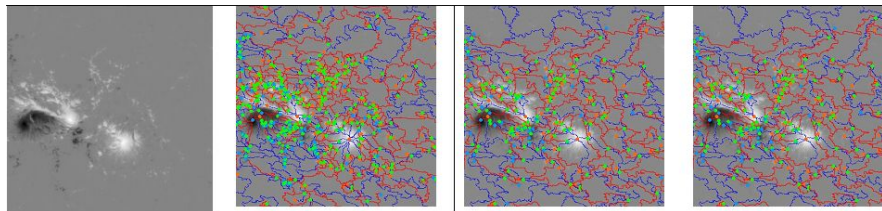
Существует несколько способов получения графа, аппроксимирующего динамику случайного поля во времени. Выделим на цифровом изображении устойчивые относительно изменения масштаба максимумы и минимумы поля. Для этого удобно использовать последовательную свертку изображения с гауссовым ядром. Полученный диффузный образ поля будет принадлежать так называемому пространству масштабов – *scale-space* [4, 5], где дополнительной координатой служит степень размытия, или ширина ядра.

Упомянутая свертка изображения эквивалентна решению уравнения диффузии, в котором роль времени играет ширина гауссова ядра. Тогда разность двух последовательных диффузных изображений дает оценку для лапласиана. Используя знаки и величины вторых производных в точках экстремумов, можно построить так называемую критическую сеть [6]. Динамика поля приводит к перестройке графа (рис. 1). Простейшим интерфейсом для ее описания служит спектр дискретного лапласиана, который легко получается из матрицы инцидентности [7]. В смысле обратной задачи спектральной геометрии спектр позволяет даже «услышать» граф [8]. Более интересным вариантом является граф Морса, основанный на дискретном варианте теории Морса [9]. Градиентная модель разбивает поле на клетки комплекса Морса – Смейла, каждая из которых содержит максимум, минимум и два седла. Комплекс допускает топологическое редактирование, т. е. упрощение за счет исключения так называемых персистентных пар: седло – минимум или седло – максимум, которое сохраняет характеристику Эйлера (рис. 2). Наконец, обобщением этого графа на вырожденные особые точки является граф, построенный в *scale-space* на основе теории катастроф [10]. Для описания графодинамики можно использовать не только спектр дискретного лапласиана, но и дискретную кривизну Риччи. Известны два основных способа вычисления кривизны Риччи для дискретных структур [11]. Первый опирается на технику Бохнера из римановой геометрии. Другой способ связан с транспортными метриками и задачей Монжа – Канторовича. В последнем случае кривизна Оливье – Риччи ребра определяется транспортным расстоянием Вассерштейна по переносу веса одной вершины ребра в другую (рис. 3). Физическая интерпретация кривизны связана с тем фактом, что дискретная кривизна и больцмановская энтропия распределенной системы положительно коррелируют [12].

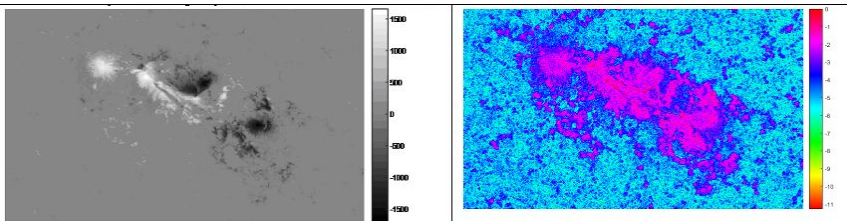
Большой прикладной потенциал описанного дизайна начал пониматься и использоваться совсем недавно. Оказалось, что кривизна позволяет выделять критические режимы в динамике сложных систем, будь то финансовые рынки, рост раковых клеток в биологических тканях, когнитивные функции коры мозга или предвспышечные режимы в активных областях Солнца. Кроме изложения основ упомянутого подхода на доступном уровне, в лекции будут приведены примеры использования этой техники для анализа предвспышечной динамики активных областей Солнца по наблюдаемым магнитограммам космических обсерваторий.



**Рис. 1.** Критические сети, построенные для трех последовательных во времени магнитограмм АО, и изменение собственного значения  $\lambda_2$  во времени для критических сетей АО. Вспышки показаны красными барами



**Рис. 2.** Магнитограмма АО и ее МС-комплексы с последовательным топологическим редактированием. Зеленые точки – седла, красные – максимумы, синие – минимумы



**Рис. 3.** Магнитограмма АО и модуль комплексного логарифма кривизны Формана – Риччи, вычисленной по цифровому изображению

### Литература

1. Topological data structures for surfaces: an introduction to geographical information science / Rana S. (ed.). John Wiley & Sons, 2005.
2. DeFloriani L., Spagnuolo M. Shape analysis and structuring. Springer, 2008.
3. Динамический подход к анализу структур, описываемых графами (основы графодинамики) / Айзерман М.А. и др. // Автомат. и телемех. 1977. Вып. 7. С. 135–151.
4. Lindeberg T. Scale-space theory in computer vision. Springer, 2013.
5. Florack L., Kuijper A. The topological structure of scale-space images // Journal of Mathematical Imaging and Vision. 2000. V. 197. P. 143–176.
6. Gu S., Zheng Y., Tomasi C. Critical nets and beta-stable features for image matching // Computer Vision – ECCV 2010. Berlin ; Heidelberg : Springer, 2010. P. 663–676.
7. Chung F.R.K. Spectral graph theory. American Mathematical Soc., 1997.
8. Gutkin B., Smilansky U. Can one hear the shape of a graph? // Journal of Physics A: Mathematical and General. 2001. V. 34, № 31. P. 6061.
9. Knudson K.P. Morse theory: smooth and discrete. World Scientific Publishing Company, 2015.
10. Florack L., Kuijper A. The topological structure of scale-space images // Journal of Mathematical Imaging and Vision. 2000. V. 197. P. 143–176.
11. Comparative analysis of two discretizations of Ricci curvature for complex networks / Samal A. et al. // Scientific Reports. 2018. V. 8.
12. Maas J. Entropic Ricci curvature for discrete spaces // Modern approaches to discrete curvature. Cham : Springer, 2017. P. 159–174.

## СИНХРОНИЗАЦИЯ В МОДЕЛЯХ НЕЙРОН-ГЛИАЛЬНЫХ СЕТЕЙ: ВЛИЯНИЕ ТОПОЛОГИИ И ИНГИБИТОРНЫХ СВЯЗЕЙ

*С.Ю. Маковкин, С.Ю. Гордлеева, М.В. Иванченко*

Институт информационных технологий, математики и механики, ННГУ, Нижний Новгород

В работе исследуется влияние смешанных связей на синхронизацию в мультиплексной колебательной сети. Сеть имитирует нейрон-глиальную систему, отражая взаимодействие с медленными («глиальными») и быстрыми («нейронными») колебательными слоями. В работе показано, что топология «малого мира» дает фактически ту же динамику, что и полностью случайный граф, а «тормозящие» взаимодействия связей в «нейронной» подсети приводят к подавлению мультистабильных режимов синхронизации.

В работе изучена двухслойная мультиплексную сеть, состоящая из двух типов осцилляторов. Один слой имитирует ансамбль глиальных клеток (астроцитов), которые являются низкочастотными, локально связанными осцилляторами, описываемых системой модельных уравнений Улла – Янга [2], другой слой имитирует нейронные клетки, которые являются высокочастотными генераторами с дальними случайными связями, описываемые уравнениями Ходжкина – Хаксли [3] с модификацией Майнена [4] для нейронов головного мозга млекопитающих. Обе эти сети имеют одинаковый размер и расположены одна над другой. Это качественная, но достаточно реалистичная модель коры головного мозга, отражающая разномасштабную временную динамику и мультиплексную топологию нейрональных и глиальных связей.

«Глиальный» слой состоит из упорядоченных элементов, объединенных в решетку, где каждый элемент имеет связь со своими четырьмя соседями (правым и левым). Кроме того, каждый из элементов «глиального» слоя вместе с каждым из его четырех соседей связан с соответствующим зеркальным элементом «нейронального» слоя.

В «нейрональном» слое «нейроны» могут быть соединены друг с другом случайными связями с соответствующей средней степенью глубины узла, равной 3. Поскольку топология физиологической нейронной сети не известна в деталях, и оценивается как находящаяся на грани между «малым миром» и полностью случайной топологией, мы используем подход Уоттса – Строгаца, вводя и изменяя граничный случайный параметр связей  $p_{rw}$ . Если  $p_{rw} = 0,0$ , то «нейронная» подсеть представляет собой регулярную решетку, идентичную «глиальной» подсети. Если  $p_{rw} = 1,0$ , то структура связей в «нейронной» сети полностью случайна.

Динамика астроцита, нейрона и взаимодействия астроцит – нейрон полностью описаны в работе [5]. Начальные условия каждого астроцита – устойчивый фокус, начальные условия каждого нейрона – предельный цикл.

Количество астроцитов и нейронов равно 150. Начальные частоты нейронов задаются случайно распределенными в диапазоне 27–33 Гц.

Часть нейронов имеет тормозящую динамику. Параметр, ответственный за часть ингибиторов в системе, называется  $p_{inh}$ .

Существует также положительная двусторонняя обратная связь между астроцитами и нейронами в системе. Она работает через взаимодействие:  $V_i - G_i - IP3_i - Ca_i - V_i$ .

По результатам можно сделать вывод, что при низких значениях параметра  $p_{inh}$ , между 0,0 и 0,2, увеличения параметра  $p_{rw}$  приводит к увеличению синхронизации в системе. Но далее, после увеличения параметра  $p_{rw}$  от значения 0,5 до 1,0, система ведет себя так, как будто нейроны соединены в системе топологией «все со всеми». Это повторяет результаты работы [1] с совершенно другим типом взаимодействия, основанным на системе Курамото.

Согласно полученным результатам также выявлено, что увеличение количества ингибиторов в системе и увеличение параметра  $p_{inh}$  приводит к резкому снижению уровня синхронизации в системе, даже несмотря на уровень параметра  $p_{rw}$ .

Исследование такой сложной мультиплексной системы астроцитов и нейронов, имеющей сложные обратные связи, открывает новые возможности для изучения различных топологий сетей, включая реальные биологические объекты.

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (соглашение 075-15-2019-871).

## Литература

1. *Makovkin, S.* Multiplexing topologies and time scales: The gains and losses of synchrony / S. Makovkin, A. Kumar, A. Zaikin, S. Jalan, M. Ivanchenko // *Physical Review E*. 2017. V. 96(5). Art. 052214.
2. *Ullah, G.* Anti-phase calcium oscillations in astrocytes via inositol (1,4,5)-trisphosphate regeneration / G. Ullah, P. Jung, A.H. Cornell-Bell // *Cell Calcium*. 2006. V. 39. P. 197–208.
3. *Hodgkin, A.L.* A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve / A.L. Hodgkin, A.F. Huxley // *The Journal of Physiology*. 1952. V. 117(4). P. 500–544.
4. *Mainen, Z.F.* Influence of dendritic structure on firing pattern in model neocortical neurons / Z.F. Mainen, T.J. Sejnowski // *Nature*. 1996. V. 382(6589). P. 363.
5. *Gordleeva, S.Y.* Astrocyte as spatiotemporal integrating detector of neuronal activity / S.Y. Gordleeva, A.V. Ermolaeva, I.A. Kastalskiy, V.B. Kazantsev // *Frontiers in Physiology*. 2019. V. 10. P. 294.

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРАНСПОРТА В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ: ТЕЧЕНИЕ ЧЕРЕЗ СИСТЕМУ ТВЕРДЫХ ПРЕПЯТСТВИЙ

*Б.С. Марышев<sup>1,2</sup>, Л.С. Клименко<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь

<sup>2</sup>Пермский национальный исследовательский университет

Транспорт примеси через пористую среду осложнен взаимодействием примеси и потока с твердым скелетом среды [1, 2]. Экспериментальные данные показывают, что в пористой среде диффузия становится неизотопной, т. е. необходимо вводить тензор диффузии, а значения его компонент часто существенно больше значений соответствующих коэффициентов молекулярной диффузии. Взаимодействие потока жидкости со скелетом принято изучать в предположении, что классическая модель диффузии справедлива, таким образом, результатом подавляющего большинства работ является определение вклада этого взаимодействия в тензор диффузии [3, 4]. Другая особенность транспорта через пористую среду заключается в задержке примеси скелетом среды, эта особенность тоже была неоднократно обнаружена в экспериментах [2, 5]. Задержку примеси скелетом среды принято описывать через взаимодействие частиц примеси со стенками пор – сорбционный механизм задержки. Этот механизм может быть описан с помощью введения дополнительного слагаемого в классическую модель. Это стандартное источниковое слагаемое, линейное по концентрации и описывающее сорбционный сток примеси [6, 7]. В последнее время были получены экспериментальные данные, свидетельствующие о субдиффузионном транспорте [8, 9]. Такие данные не могут быть объяснены на основе классической модели даже с учетом сорбции. Эти эксперименты привели к созданию фрактальной модели fMIM [10], основанной на предположении о специфическом распределении случайных времен задержки частиц средой. Эта модель имеет хорошее согласие с большинством экспериментальных работ, однако природа такого распределения остается не ясна. Все попытки получить это распределение, основываясь на фундаментальных взаимодействиях частиц со стенкой поры и между собой, не дали результата.

В данной работе рассматривается возможность описать наблюдаемые эффекты, опираясь на вязкое взаимодействие потока со структурой среды. Так, при обтекании множества препятствий частица примеси вдоль стенок движется существенно медленнее, чем в центре поры, что приводит к задержке частицы. Как показано в работе [11], для бесконечного периодического массива препятствий это может приводить к аномальному транспорту примеси. Рассмотрено двумерное течение через конечный массив препятствий. Показано, что транспорт через рассматриваемый массив препятствий носит аномальный характер, однако коллективные свойства проявляются лишь для достаточно протяженных массивов, содержащих более 1000 элементов. Рассмотрено влияние дисперсии размера и формы препятствий на характеристики транспорта, показано, что дисперсия качественно не влияет на характер транспортного процесса, а вносит лишь количественные поправки, выражающиеся в том, что аномальный транспорт может быть зарегистрирован для меньших массивов. Также рассмотрено влияние молекулярной диффузии, которая приводит к появлению двух временных масштабов: для времен, соответствующих единицам характерного диффузионного времени, проявляется аномальный транспорт, а для существенно больших наблюдается классическая диффузия.

Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ (МК-22.2019.1).

## Литература

1. Лейбензон, Л.С. Движение природных жидкостей и газов в пористой среде. Ленинград : Гостехиздат, Ленингр. отделение, 1947. 245 с.
2. Van Genuchten, M.T., Wierenga, P.J., O'connor, G.A. Mass transfer studies in sorbing porous media : III. Experimental evaluation with 2, 4, 5-T 1 // Soil Science Society of America Journal. 1977. V. 41, № 2. P. 278–285.
3. Saffman, P.G. A theory of dispersion in a porous medium // Journal of Fluid Mechanics. 1959. V. 6. P. 321–349.
4. Dagan, G. Theory of solute transport by groundwater // Annual Review of Fluid Mechanics. 1987. V. 19, № 1. P. 183–213.
5. Brooks, R.H., Corey, A.T. Properties of porous media affecting fluid flow // Journal of the Irrigation and Drainage Division. 1966. V. 92, № 2. P. 61–90.
6. Deans, H.A. A mathematical model for dispersion in the direction of flow in porous media // Society of Petroleum Engineers Journal. 1963. V. 3, № 01. P. 49–52.
7. Van Genuchten, M.T., Wierenga, P.J. Mass transfer studies in sorbing porous media : I. Analytical solutions 1 // Soil Science Society of America Journal. 1976. V. 40, № 4. P. 473–480.
8. Non-Fickian dispersion in porous media: 1. Multiscale measurements using single-well injection withdrawal tracer tests / Gouze P., Le Borgne T., Leprovost R., Lods G., Poidras T., Pezard P. // Water Resources Research. 2008. V. 44, № 6. P. WR006279.

9. *Le Borgne, T., Gouze, P.* Non-Fickian dispersion in porous media: 2. Model validation from measurements at different scales // *Water Resources Research*. 2008. V. 44, № 6. P. WR006278.
10. Fractal mobile/immobile solute transport / *Schumer R., Benson D.A., Meerschaert M.M., & Baeumer B.* // *Water Resources Research*. 2003. V. 39, № 10. P. WR002141.
11. *Zaks, M.A., Straube, A.V.* Steady Stokes flow with long-range correlations, fractal Fourier spectrum, and anomalous transport // *Physical Review Letters*. 2002. V. 89, № 24. P. 244101.

**ОПИСАНИЕ ВЛИЯНИЯ ШУМА НА БИФУРКАЦИИ  
В СИСТЕМЕ АКТИВНЫХ РОТАТОРОВ  
В РАМКАХ ПОДХОДА КРУГОВЫХ КУМУЛЯНТОВ**

*Б.С. Марышев<sup>1,2</sup>, Д.С. Голдобин<sup>1,2</sup>, В.В. Клиньшов<sup>3</sup>, И. Франович<sup>4</sup>*

<sup>1</sup>Пермский национальный исследовательский университет

<sup>2</sup>Институт механики сплошных сред, Пермь

<sup>3</sup>Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

<sup>4</sup>Университет Белграда, Белград, Сербия

Рассматривается динамика ансамбля активных ротаторов с равномерным распределением крутящих моментов в присутствии внутреннего дельта-коррелированного шума. На основе уравнения Фоккера – Планка получены уравнения динамики круговых кумулянтов и их строгая редукция для локальных бифуркаций неупорядоченного состояния. Решение для полученного уравнения построено в предположении малости интенсивности шума. В качестве нулевого приближения используется стационарное решение без шума, на основе которого выполнено замыкание системы, что приводит к уравнению для параметра порядка. Анализ последнего позволил получить область устойчивости однородного решения и определить тип бифуркаций потери устойчивости неупорядоченного состояния. Для случая малого шума получены поправки к нулевому приближению, а также построено уравнение для параметра порядка, включающее дополнительные поправочные члены. Построены зависимости бифуркационных кривых в пространстве параметров системы от величины шума. Показано, что результаты, полученные аналитически в линейном приближении, по интенсивности шума практически совпадают с результатами численного анализа исходной системы даже для достаточно больших интенсивностей шума (до  $\sigma^2 \sim 0,4$ ).

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант 19-42-04120).

## ДИНАМИЧЕСКАЯ МЕЗОМАСШТАБНАЯ МОДЕЛЬ ПИК-ВОЛНОВЫХ РАЗРЯДОВ

*Т.М. Медведева<sup>1,2,3</sup>, М.В. Сысоева<sup>1,4</sup>, А. Люттйоханн<sup>5</sup>, Ж. Луйтелаар<sup>6</sup>, И.В. Сысоев<sup>1,3</sup>*

<sup>1</sup> Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН

<sup>2</sup> Институт высшей нервной деятельности РАН, Москва

<sup>3</sup> Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

<sup>4</sup> Саратовский государственный технический университет

<sup>5</sup> Вестфальский университет им. Вильгельма, Мюнстер, Германия

<sup>6</sup> Университет Неймегена им. святого Радбода Утрехтского, Нидерланды

Абсансная эпилепсия характеризуется повторяющимися приступами нарушения сознания с внезапным началом и завершением, обычно происходящими у детей в возрасте от 5 до 12 лет и часто самопроизвольно исчезающими в подростковом возрасте. Абсансы начинаются без ауры, и их длительность редко превышает 10 секунд, в то время как припадок сопровождается типичным двусторонним симметричным пик-волновым разрядом (ПВР) частотой 3 Гц на электроэнцефалограмме (ЭЭГ), но без конвульсий. В настоящее время существует ряд численных моделей, способных воспроизводить те или иные особенности данного заболевания с различными уровнями детализации [1].

Открытым остаётся вопрос о том, каково значение структуры нейронной сети для возникновения ПВР. Моделирование связей между структурами мозга как сосредоточенными элементами является заметным упрощением. Большая проблема некоторых существующих моделей в том, что в них нейроны каждой из рассматриваемых структур формируют интегральный сигнал, который передаётся потом в другие структуры. Однако в действительности нейроны имеют индивидуальные проекции на нейроны другой структуры, причём далеко не на все, в то же время они могут быть не связаны с рядом находящимися нейронами той же структуры.

Предложенная модель представляет собой продолжение работы [2], в которой описана модель, построенная путём прямого моделирования. Она организована в два уровня. Первый уровень состоит из трёх структур: модель соматосенсорной области коры мозга, которая считается фокусом эпилепсии [3], модель таламуса (поскольку в модели нет деления нейронов на возбуждающие и тормозящие, нельзя говорить о том, моделью какого конкретно ядра таламуса является этот слой) и модель внешнего входа – нейронов периферии. Для моделирования укрупнённых нейронов каждого типа были использованы уравнения Фиц-Хью – Нагумо [4].

Настоящая работа учитывает недостатки предыдущей модели и обеспечивает новые возможности, отражающие физиологические знания о ПВР и таламокортикальных сетях в целом:

1) теперь таламус представлен вентропостеромедиальным ядром (VPM, ТС-клетки) и ингибирующим ретикулярным таламическим ядром (RTN, RE-клетки), тогда как ранее таламус рассматривался как одна целая структура;

2) в модели присутствуют два типа кортикальных клеток: пирамидные клетки (PY) и интернейроны (IN) в соотношении 4:1;

3) ранее не было разделения между возбуждающими и тормозными связями; теперь IN и RE-клетки обеспечивают тормозные проекции, включая проекции на другие клетки в той же структуре, в то время как проекции PY- и ТС-клеток являются возбуждающими;

4) новая модель обеспечивает как нормальную, так и патологическую динамику посредством архитектуры связи; для получения нормальной динамики не требуется шум, поэтому все вычислительные эксперименты полностью воспроизводимы;

5) еще одной особенностью новой модели является то, что как таламическая, так и кортикальная части сети делятся на фокальную и окружающую область, которая также частично участвует в генерации ПВР;

6) с помощью этой модели возможны три различных способа инициирования ПВР;

7) новой особенностью стало включение процесса поддержания разрядов [5]; его целью было получение средней длины разрядов, близкой к длине, полученной в экспериментах;

8) наконец, было исследовано, можно ли использовать высокочастотную (130 Гц) стимуляцию для прекращения ПВР, как сообщалось в литературе [6].

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда 19-72-10030.

### Литература

1. Destexhe A. Network models of absence seizures // *Neuronal Networks in Brain Function, CNS Disorders, and Therapeutics*. Academic Press, 2014. P. 11–35.



2. Modeling spike-wave discharges a complex network of neuronal oscillators / T.M. Medvedeva, M.V. Sysoeva, G. van Luijtelaar, I.V. Sysoev // *Neural Networks*. 2018. V. 98. P. 271–282.
3. Cortical focus drives widespread corticothalamic networks during spontaneous absence seizures in rats / H.K. Meeren, J.P. Pijn, E.L. van Luijtelaar, A.M. Coenen, F.H. Lopes da Silva // *Journal of Neuroscience*. 2002. V. 22. P. 1480–1495.
4. *FitzHugh R.* Mathematical models of threshold phenomena in the nerve membrane // *Bull. Math. Biophysics*. 1955. V. 17. P. 257–269.
5. Changes in corticocortical and corticohippocampal network during absence seizures in WAG/Rij rats revealed with time varying Granger causality / M. Sysoeva, L. Vinogradova, G. Kuznetsova, I. Sysoev, C. van Rijn // *Epilepsy and Behavior*. 2016. V. 64. P. 44–50.
6. Timing of high-frequency cortical stimulation in a genetic absence model / van Heukelum S., Kelderhuis J., Janssen P., van Luijtelaar G., Lüttjohann A. // *Neuroscience*. 2016. V. 324. P. 191–201.

# ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ И САМОСИНХРОНИЗАЦИЯ МОД В СВЕРХИЗЛУЧАЮЩЕМ ЛАЗЕРЕ

*А.В. Мишин*

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

Одним из методов получения периодической последовательности импульсов излучения лазера с непрерывной накачкой, генерирующего большое число квазистационарных квазимонохроматических квазиэквидистантных мод, является синхронизация этих мод, т. е. создание фиксированной разности фаз соседних по частоте мод. Образование такого сфазированного состояния мод отвечает образованию импульса электромагнитного поля, который периодически обходит резонатор и может рассматриваться как диссипативный солитон. Разделяют активную и пассивную синхронизацию мод. В первом случае синхронизация происходит за счёт внешней модуляции параметров лазера или накачки в такт движению солитона в резонаторе, во втором случае – синхронизация наступает из-за включения в резонатор дополнительных нелинейных элементов.

В докладе выясняются условия, при выполнении которых в сверхизлучающем лазере, т. е. лазере, в котором время релаксации дипольных колебаний активных центров много больше времени жизни фотона в резонаторе, можно совместить активную и пассивную синхронизацию мод и реализовать предсказанное в работах [1, 2] формирование диссипативного солитона без использования дополнительных нелинейных элементов или внешней модуляции параметров.

На основе моделирования работы непрерывного нестационарного сверхизлучающего лазера с комбинированным низкодобротным резонатором Фабри – Перо с распределённой обратной связью встречных волн путём численного решения уравнений Максвелла – Блоха проведено исследование особенностей параметрического механизма самосинхронизации мод, обусловленного биениями последовательностей импульсов двух сверхизлучающих мод, происходящими с периодом вдвое меньшим, чем период обхода резонатора, и обеспечивающими формирование указанного внутрирезонаторного солитона электромагнитного поля. Приведены также примеры, показывающие, что указанная самосинхронизация квазимонохроматических мод и формирование диссипативного солитона сохраняется в тех случаях, когда при изменении параметров лазера одна из сверхизлучательных мод перестаёт генерировать импульсы коллективного спонтанного излучения Дике и переходит в режим автомодуляции с соответствующим значительным уменьшением ширины её спектра излучения, но условие указанного параметрического резонанса остаётся выполненным.

Особое внимание уделено роли явления 4-волнового взаимодействия квазистационарных мод в формировании диссипативного солитона, которая существенна для вовлечения в синхронизацию как можно большего числа мод. С этой целью осуществлён взаимный корреляционный анализ импульсов, обусловленных параметрической когерентной самосинхронизацией мод, и импульсов, создаваемых сверхизлучательными модами. Полученные результаты важны для выявления тех требований к параметрам сверхизлучающего лазера, которые позволят обеспечить более стабильное существование сформированного диссипативного солитона.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта 19-32-90037.

## Литература

1. *Кочаровский, Вл.В.* Сверхизлучение: принципы генерации и реализация в лазерах / Вл.В. Кочаровский, В.В. Железняков, Е.Р. Кочаровская, В.В. Кочаровский // УФН. 2017. Т. 187. С. 367–410.
2. *Кочаровский, Вл.В.* Параметрический эффект в сверхизлучающем лазере с самосинхронизацией мод / Вл.В. Кочаровский, А.В. Мишин, Е.Р. Кочаровская, В.В. Кочаровский // ТМФ. [принято в печать].

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРЯМОХАОТИЧЕСКОЙ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ СХЕМЫ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ В СРЕДЕ ADS

*Т.И. Мохсени<sup>1</sup>, К.М. Сьерра-Теран<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, Москва

<sup>2</sup>Московский физико-технический институт, Долгопрудный

Методы относительной передачи информации, предложенные первоначально для регулярных и шумовых сигналов [1], в последние десятилетия широко применяются в схемах связи, использующих в качестве носителя данных хаотические сигналы.

В [2] предложена схема прямохаотической относительной передачи данных с помощью хаотических радиоимпульсов (ПХОСС – прямохаотическая относительная система связи). Были проведены аналитические оценки помехоустойчивости схемы при наличии в канале белого шума, а также построена ее математическая модель в виде системы дифференциально-разностных уравнений. Анализ схемы показал, что по сравнению с популярной теоретической схемой DCSK (Differential Chaotic Shift Keing) [3] и ее модификациями длительность линий задержек в новой схеме значительно меньше, и это радикально упрощает ее создание. Однако степень идеализации в математической модели предложенной схемы слишком велика, чтобы на ее основе сразу переходить к экспериментальной реализации системы передачи.

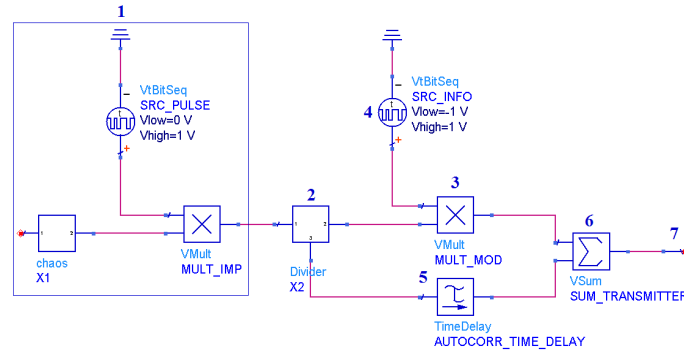
Во-первых, схема передачи содержит элементы, функционирование которых формально понятно, но их физическая реализация на доступной элементной базе неочевидна и вызывает вопросы.

Во-вторых, реальная система должна работать на СВЧ-частотах и поведение электронных компонентов может существенно отличаться от поведения идеализированных низкочастотных моделей.

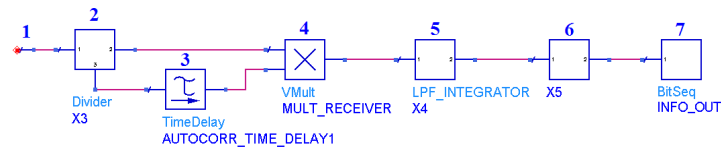
В-третьих, доступная элементная база может накладывать принципиальные ограничения по частотному диапазону и технической реализации элементов.

По перечисленным причинам было принято решение перед переходом к экспериментальному этапу исследований провести симуляцию работы схемы передачи в программной среде для схемотехнического моделирования Advanced Design System (ADS).

В процессе моделирования были подобраны элементы схемы (рис. 1, 2), соответствующие реальным компонентам, представленным на рынке. Найдены ограничения по частотному диапазону и технической реализации элементов.



**Рис. 1.** Схема передатчика ПХОСС в среде ADS (1 – источник хаотических радиоимпульсов, 2 – делитель, 3 – модулятор, 4 – входной информационный поток, 5 – задержка, 6 – сумматор, 7 – выход передатчика)



**Рис. 2.** Схема приемника ПХОСС в среде ADS (1 – вход приемника, 2 – делитель, 3 – задержка, 4 – перемножитель, 5 – фильтр нижних частот, 6 – пороговое устройство, 7 – выходной информационный поток)

При моделировании в ADS удалось получить режимы работы системы передачи, которые в целом качественно согласуются с предшествующими результатами по математическому моделированию прямохаотической относительной схемы передачи в пакете Matlab, что является дополнительным доказательством работоспособности схемы в реальных условиях. Полученные количественные данные определяются используемыми электронными компонентами и их реальными динамическими характеристиками, заложенными в моделях производителей. Поэтому получаемые при таких симуля-

циях данные можно непосредственно использовать при подготовке и проведении экспериментов с физическими макетами системы относительной передачи.

### Литература

1. *Петрович, Н.Т.* Системы связи с шумоподобными сигналами / Н.Т. Петрович, М.К. Размахнин. – М. : Советское радио, 1969. – 232 с.
2. *Дмитриев, А.С.* Относительная передача информации на основе хаотических радиоимпульсов / А.С. Дмитриев, Т.И. Мохсени, К.М. Сьерра-Теран // Радиотехника и электроника. 2018. Т. 63, № 10. С. 1–9.
3. *Kolumban, G.* Differential chaos shift keying: a robust coding for chaotic communication / G. Kolumban, B. Vizvari, W. Schwarz, A. Abel // Proc. NDES'96. 1996. P. 87–92.

# ДИНАМИКА ЧАСТИЦ В ТОКОВЫХ СЛОЯХ, ГЕНЕРИРУЕМЫХ ЛАЗЕРНЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ СВЕРХВЫСОКОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ

*А.А. Муравьёв, А.В. Башинов, А.М. Сергеев*

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

Развитие лазерных технологий последних лет стимулировало исследования квантовых электродинамических процессов в сверхсильных полях. Ключевым моментом в таких исследованиях является необходимость учёта принципиально новых эффектов: дискретной радиационной отдачи от излучения жёстких фотонов, а затем их распад на электрон-позитронные пары. Рождение фотонов и электрон-позитронных пар может носить лавинообразный характер, и самосогласованное взаимодействие лазерного излучения со сгенерированной им плотной электрон-позитронной плазмой может приводить к формированию мелкомасштабных структур. В частности, эти структуры могут представлять собой тонкие токовые слои, генерирующие гигантские квазистатические магнитные поля, направленные перпендикулярно току и параллельные плоскости слоя [1].

Динамика частиц в токовых слоях без учёта радиационного трения была подробно исследована ранее [2]. Нами была разработана аналитическая модель динамики частиц в токовых слоях, учитывающая непрерывное радиационное трение в форме Ландау – Лифшица в приближении ультрарелятивистских энергий частиц, движущихся вдоль слоя под малым углом. Однако эволюция траектории частиц в этом случае идёт таким образом, что максимальный угол между скоростью частицы и слоем постепенно увеличивается, что требует обобщения решения на более широкий диапазон параметров.

В данной работе более подробно изучаются границы применимости этого решения. Для двумерной области параметров, определяющих начальные значения медленных переменных (энергия, обобщённый импульс), было проведено сравнение аналитических результатов с численным решением системы дифференциальных уравнений. Было получено, в частности, что в определённом диапазоне энергий решение сохраняется при углах до  $60\text{--}70^\circ$  с точностью порядка 10 %.

Важно отметить, что при формировании токовых слоёв могут достигаться значения магнитных полей порядка  $10^{11}$  Гс и энергии частиц порядка гигаэлектронвольт, что требует учёта квантовых эффектов. Для этого рассматривается квазиклассическая модель движения частицы, в которой радиационное трение рассматривается в виде отдачи от случайных дискретных актов испускания фотонов. Учёт квантовых эффектов в рамках квазиклассической модели ведёт, во-первых, к коррекции усреднённой мощности излучения и, во-вторых, к стохастичности траектории. Как показывает численное моделирование, основной вклад в изменение траекторий частиц даёт коррекция усреднённой мощности излучения, причём даже в слабоквантовом случае (безразмерный квантовый параметр  $\chi \sim 0,1$ ) траектория частицы может существенно отличаться от классической. Также оказывается, что даже в квантовом случае  $\chi \sim 1$  коррекция мощности компенсирует более 90 % отклонения от усреднённых результатов квазиклассической модели, несмотря на то что разброс параметров по реализациям сравним с их изменением во времени. Таким образом, стохастичность излучения фотонов несущественно влияет на изменение усреднённых характеристик траектории.

## Литература

1. *Муравьёв, А.А.* Генерация токовых слоёв и гигантских квазистатических магнитных полей при ионизации вакуума в экстремально сильных световых полях / А.А. Муравьёв, С.И. Бастраков, А.В. Башинов, А.А. Гоносков, Е.С. Ефименко, А.В. Ким, И.Б. Мееров, А.М. Сергеев // Письма в ЖЭТФ. 2015. Т. 102, вып. 3. С. 173–178.
2. *Sonnerup, B.U.O.* Adiabatic particle orbits in a magnetic null sheet / B.U.O. Sonnerup // J. Geophys. Res. 1971. V. 76, № 34. P. 8211–8222.

# ГЕНЕРАЦИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ПРИ РАЗЛЁТЕ ЛАЗЕРНОЙ ПЛАЗМЫ С ГОРЯЧИМИ ЭЛЕКТРОНАМИ

*А.А. Нечаев*

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

Доклад посвящен численному моделированию расширения бесстолкновительной плазмы с горячими электронами в фоновую разреженную плазму в отсутствие внешнего магнитного поля. В двумерных и одномерных расчетах, выполненных методом «частиц в ячейках» (particle-in-cell – PIC), использованы параметры плазмы, близкие к измеренным в экспериментах по фемтосекундной лазерной абляции тонкой металлической фольги [1, 2].

В качестве начального условия для типичной PIC-симуляции задавалась система из полукруглого плазмоида диаметром 20 мкм с концентрацией  $n_0 = 10^{21} \text{ см}^{-3}$  (субкритической для лазерного излучения на длине волны 800 нм), помещенного у одной из границ расчетной области, заполненной холодной однородной плазмой с концентрацией  $0,01n_0$ . Электроны и ионы плазмоида имели в начальный момент изотропные температуры  $T_0 = 2,5 \text{ кэВ}$  и  $3 \text{ эВ}$  соответственно, в фоновой плазме –  $50 \text{ эВ}$  и  $3 \text{ эВ}$ . Чтобы ускорить расчеты, отношение масс иона к электрону обычно бралось равным 100, что качественно не влияло на динамику системы. Последнее было подтверждено более грубыми проверочными расчетами с величиной отношения ионной и электронной масс вплоть до 50 000 (см. [3]).

В исследуемой геометрии разлетающейся плазмы анизотропия распределения горячих электронов по скоростям обусловлена уменьшением их эффективных температур  $T_x$  и  $T_y$  (т. е. дисперсий соответствующих проекций скоростей частиц) в плоскости счета  $xy$  вследствие расширения плазмы при почти неизменной температуре электронов вдоль поперечной оси  $z$  (см. [4]). Согласно известным свойствам вейбелевской неустойчивости для двухтемпературной плазмы [4, 5] при таком анизотропном распределении должны возникать токовые филаменты вдоль оси  $z$ , которые создают магнитное поле в плоскости  $xy$  с характерным масштабом больше или порядка

$$\lambda_{\text{opt}} = 2\pi \frac{c}{\omega_p} 3^{1/2} \left( \frac{T_z}{T_x} - 1 \right)^{-1/2}, \quad (1)$$

где  $c$  – скорость света в вакууме,  $\omega_p$  – плазменная частота (рассчитанная по начальной концентрации плазмы в области плотной плазмы).

Генерация магнитного поля начинается тогда, когда характерный размер области плазмы с достаточной большой степенью анизотропии, которую удобно определить как  $T_z/T_x - 1$ , превышает величину (1). В проведенных расчетах это происходит на временах порядка  $2 \text{ пс} \sim 1000 \omega_p^{-1}$ , когда степень анизотропии оказывается порядка единицы, оптимальный масштаб (1) равен  $\sim 10 \text{ мкм}$ , а основная плазма занимает область радиусом  $25 \text{ мкм}$ . При этом характерное время нарастания вейбелевской неустойчивости составляет порядка  $600 \omega_p^{-1}$ . Магнитное поле сосредоточено под фронтом ударной волны, в области, занятой плотной плазмой, и промодулировано с характерным масштабом  $\sim 10 \text{ мкм}$ , как и предсказывает формула (1). Амплитуда поля достигает  $0,4 \text{ МГц}$ , а его энергия в области счета к моменту насыщения составляет  $\sim 3 \%$  от начальной энергии всех частиц плазмы и длительное время сохраняется на этом уровне. Анализ пространственных спектров генерируемого магнитного поля на нелинейной стадии показал наличие автомодельного, степенного закона изменения этого спектра во времени, который свойственен вейбелевской неустойчивости: в частности, пространственный масштаб, отвечающий максимуму спектра, увеличивается со временем примерно по корневому закону (см. [5]).

Описанная картина генерации самосогласованного магнитного поля за счет вейбелевской неустойчивости, оказывающейся в данном случае эффективнее остальных развивающихся неустойчивостей, имела место для целого ряда подобных двумерных и одномерных расчетов с аналогичными параметрами основной и фоновой плазмы.

Насколько известно автору, ранее в двумерном PIC-моделировании вейбелевский механизм генерации магнитных полей, связанный с анизотропией температуры электронов в расширяющемся сгустке лазерной плазмы, по существу, не изучался; основное внимание исследователей было сосредоточено на генерации магнитного поля в результате развития филаментационной неустойчивости двухпоточковых распределений либо ионов, либо электронов.

Работа поддержана грантом РФФИ (проект 18-32-01065).

## Литература

1. *Гарасев, М.А.* Особенности генерации бесстолкновительной электростатической ударной волны в плазме при лазерной абляции / М.А. Гарасев [и др.] // Письма в ЖЭТФ. 2017. Т. 105, вып. 3. С. 148–152.
2. *Stepanov, A.N.* Generation of magnetic fields behind the front of an electrostatic shock wave in a laser plasma / A.N. Stepanov [et al.] // Proc. of Int. Conf. Laser Optics 2018 (ICLO 2018). IEEE, 2018. P. 242.
3. *Нечаев, А.А.* Формирование слоя уплотнения в бесстолкновительной электростатической ударной волне при расширении горячей плотной плазмы в холодную и разреженную / А.А. Нечаев [и др.] // Физика плазмы. 2019. [направлена].
4. *Thaury, C.* Self-generation of megagauss magnetic fields during the expansion of a plasma / C. Thaury [et al.] // Phys. Rev. E. 2010. V. 82. Art. id. 016408.
5. *Бородачев, Л.В.* Динамика самосогласованного магнитного поля и диффузионное рассеяние ионов в плазме с сильной анизотропией температуры / Л.В. Бородачев [и др.] // Изв. вузов. Радиофизика. 2016. Т. 59, № 12. С. 1107–1117.

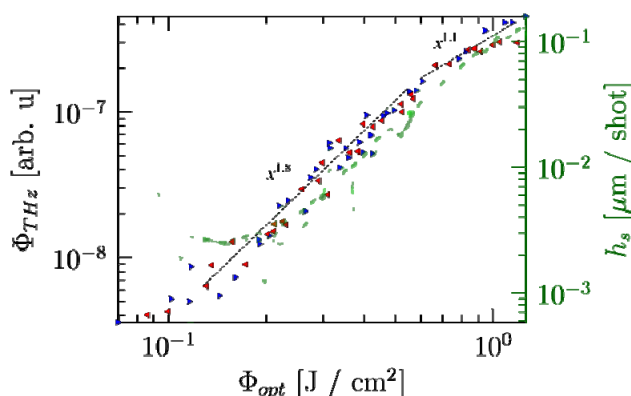
## ТЕРАГЕРЦОВЫЙ ОТКЛИК И ЛАЗЕРНАЯ АБЛЯЦИЯ МЕТАЛЛОВ В ФЕМТОСЕКУНДНОМ РЕЖИМЕ

*И.В. Оладышкин<sup>1</sup>, Д.А. Фадеев<sup>1</sup>, Б.В. Шишкин<sup>1</sup>, П.А. Юнин<sup>2</sup>, В.А. Мионов<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

<sup>2</sup>Институт физики микроструктур РАН, Нижний Новгород

Фемтосекундная лазерная абляция твердых тел (в частности, металлов) активно изучается уже более 30 лет [1–3]. Основной особенностью данного режима взаимодействия является слабое влияние теплопроводности материала, что сказывается на точности обработки по сравнению с непрерывным облучением. Однако взаимодействие фемтосекундных лазерных импульсов с веществом сопровождается возбуждением целого ряда неравновесных процессов в облучаемой среде, вследствие чего интерпретация экспериментальных данных и прогноз скорости абляции для различных материалов по-прежнему остаются актуальными теоретическими задачами. В частности, основные параметры перегретого электронного газа, взаимодействующего с кристаллической решеткой металла, резко меняются с ростом электронной температуры, при этом субпикосекундная длительность процесса значительно ограничивает диапазон доступных экспериментальных методов.



**Рис. 1.** Зависимость энергии терагерцевого сигнала, генерируемого на поверхности металла (треугольные точки), и глубины абляции за один «выстрел» (круглые точки, соединенные сплошной линией) от плотности потока энергии лазерного излучения для меди (Cu). Пунктирными линиями показаны аппроксимирующие степенные кривые

В то же время взаимодействие фемтосекундных лазерных импульсов с металлами приводит к генерации ТГц-сигнала [4, 5]. В течение последних 15 лет эффект оптического преобразования в терагерцовые на металлических поверхностях был подробно изучен экспериментально и теоретически; было обнаружено, что эффективность преобразования ниже  $10^{-6}$  при низких интенсивностях лазерного излучения (ниже порога повреждения) и до 1–2 % при релятивистских интенсивностях. Измерения с временным разрешением показывают, что в типичном эксперименте генерируется однопериодный ТГц-импульс длительностью около 0,5–1 пс, которая близка к типичному времени релаксации электронной подсистемы металла после лазерного возбуждения.

В докладе представлены новые экспериментальные данные по ТГц-отклику металлов на воздействие фемтосекундных лазерных импульсов в повреждающем режиме. Для ряда металлов и сплавов (медь, никель, цинк, латунь и др.) установлена прямая связь между глубиной повреждения образца и энергией ТГц-сигнала, генерируемого в процессе воздействия (рис. 1). Развитые ранее теоретические модели [6] позволяют утверждать, что процессы генерации низкочастотного электромагнитного отклика и абляции имеют общую тепловую природу, вследствие чего интенсивность обоих процессов пропорциональна тепловой энергии, запасаемой в электронной подсистеме металла. Данные результаты показывают, что ТГц-отклик может служить источником информации о субпикосекундных процессах вблизи поверхности металла и, в частности, о режимах фемтосекундной лазерной абляции.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 18-42-520023 p\_a).



## Литература

1. *Nishimura, H.* Radiation conversion and related ablation behavior of a gold-foil target irradiated by 0.35, 0.53, 1.06, and 10.6  $\mu\text{m}$  lasers / H. Nishimura, F. Matsuoka, M. Yagi, K. Yamada, S. Nakai, G.H. McCall, and C. Yamanaka // *The Physics of Fluids* 1983. V. 26, № 6. P. 1688.
2. *Arrowsmith, P.* Laser ablation of solids for elemental analysis by inductively coupled plasma mass spectrometry // *Anal. Chem.* 1987. V. 59, № 10. P. 1437–1444.
3. *Анисимов, С.И.* Избранные задачи теории лазерной абляции / С.И. Анисимов, Б.С. Лукьянчук // *Успехи физических наук*. 2002. № 172. С. 301.
4. *Kadlec, F.* Optical rectification at metal surfaces / F. Kadlec, P. Kuzel, J.-L. Coutaz // *Optics Letters*. 2004. V. 29, № 22. P. 2674–2676.
5. *Kadlec, F.* Study of terahertz radiation generated by optical rectification on thin gold films / F. Kadlec, P. Kuzel, J.-L. Coutaz // *Optics Letters*. 2005. V. 30, № 11. P. 1402–1404.
6. *Oladyshkin, I.V.* Thermal mechanism of laser induced THz generation from a metal surface / I.V. Oladyshkin, D.A. Fadeev, V.A. Mironov // *Journal of Optics*. 2015. V. 17, № 7. P. 075502.

# РАЗМЕРНЫЕ ЭФФЕКТЫ КВАЗИДВУМЕРНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

*А.В. Орлов*

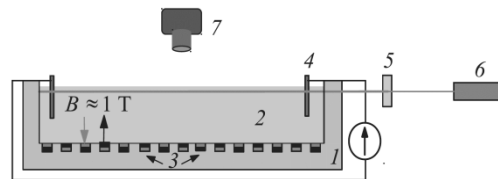
Институт физики твёрдого тела РАН, Черноголовка  
Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН, Черноголовка

Картины двумерной и трёхмерной турбулентности принципиально отличаются. В трёхмерной ситуации устанавливается прямой колмогоровский каскад энергии, когда в системе возникают всё более мелкомасштабные вихревые структуры в сравнении с масштабом, на котором турбулентность возбуждается [1]. В двумерном случае существуют два инерционных интервала с прямым каскадом энтропии в сторону малых масштабов и обратным крайчановским каскадом энергии с возникновением всё более крупных вихрей [2]. Встречающиеся в природе квазидвумерные течения жидкости и газа могут совмещать оба сценария развития турбулентности [3].

В рамках данной работы впервые экспериментально исследована специфика формирования обратного энергетического каскада в квазидвумерном течении слоя жидкости в зависимости от соотношения между толщиной слоя  $h$  и масштабом, на котором возбуждается движение  $l_f$ .

Для создания квазидвумерных турбулентных течений в тонком слое жидкости используется магнитогидродинамическая методика (рис. 1) [4]. Слой электролита, водного раствора нитрат калия, налитого в ячейку из оргстекла, помещается в неоднородное периодическое магнитное поле, создаваемое матрицей из постоянных магнитов, расположенных в шахматном порядке по направлению поля на дне ячейки (компактные неодимовые магниты с индукцией 1,25 Тл) с периодом  $l_f \approx 1$  см. Сила Лоренца, возникающая при пропускании постоянного электрического тока через электролит, вызывает движение жидкости. В экспериментах поддерживалась постоянная плотность тока  $j \approx 0,2$  А/см<sup>2</sup>, что обеспечивало постоянство накачивающей силы.

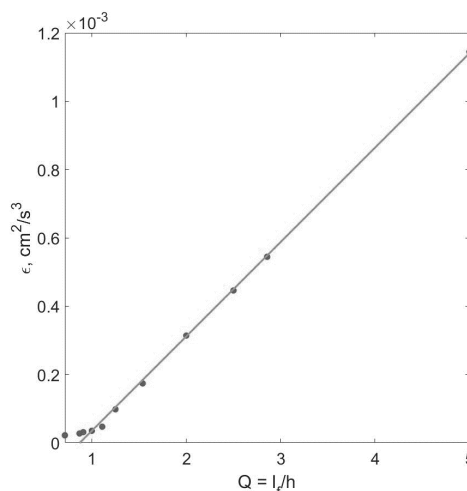
Методика регистрации квазидвумерных течений подробно описана в [4].



**Рис. 1.** Схема экспериментальной установки: 1 – ячейка, 2 – электролит, 3 – магниты, 4 – электроды, подключённые к источнику тока DC, 5 – линза, 6 – лазер, 7 – камера

При налипании жидкости из мерного стакана в ячейку была возможность регулировать глубину слоя электролита в пределах от 0,2 до 1,4 см.

Важнейшей характеристикой обратного каскада является поток энергии. Его значение может быть найдено при помощи экспериментальных данных спектров из энергетического баланса в квазистационарном режиме, когда энергия системы слабо меняется со временем. В этом случае поток энергии примерно равен энергии, диссипируемой в единицу времени [4]. Значения потоков энергии при различных глубинах показаны на рис. 2.



**Рис. 2.** Поток энергии в обратном каскаде в зависимости от параметра двумерности  $Q$ . Глубины меняются от 0,2 до 1,4 см. Масштаб накачки  $l_f \approx 1$  см

Как видно из графика, в области квазидвумерной турбулентности, когда толщина жидкости  $h$  меньше масштаба накачки  $l_f$  (т. е. параметр двумерности  $Q = l_f / h > 1$ ), поток энергии  $\varepsilon$  падает по гиперболическому закону в зависимости от увеличения толщины жидкости.

Работа выполнена при поддержке гранта Министерства науки и высшего образования РФ 075-15-2019-1893.

### Литература

1. Колмогоров А.Н. Локальная структура турбулентности в несжимаемой вязкой жидкости при очень больших числах Рейнольдса // ДАН СССР. 1941. Т. 30, вып. 4. С. 299–303.
2. Kraichnan R.H. Inertial ranges in two-dimensional turbulence // Phys. Fluids. 1967. V. 10, № 7. P. 1417–1423.
3. Celani A. Turbulence in more than two and less than three dimensions / A. Celani, S. Musacchio, and D. Vincenzi // Phys. Rev. Lett. 2010. V. 104. P. 184506.
4. Орлов А.В. Формирование крупномасштабного когерентного вихря в двумерной турбулентности / А.В. Орлов, М.Ю. Бражников, А.А. Левченко // Письма в ЖЭТФ. 2018. Т. 107, вып. 3. С. 166–171.

# ИССЛЕДОВАНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ ФОРМИРОВАНИЯ И РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КВАНТОВАННЫХ ВИХРЕЙ В ДЛИННОМ УЗКОМ КАПИЛЛЯРЕ СО СВЕРХТЕКУЧИМ ГЕЛИЕМ

*В.Б. Ефимов, А.А. Орлова*

Институт физики твердого тела РАН, Черноголовка

Было проведено экспериментальное исследование формирования и эволюции квантовой турбулентности, создаваемой противотоком нормальной и сверхтекучей компонент в He II в узком длинном капилляре. Создание противотока осуществлялось постоянным нагревом гелия с помощью пленочного нагревателя, находящегося внутри капилляра диаметром 2,83 мм, положение которого (и длину прохождения потока) можно было менять. В качестве измерителя количества вихрей использовались одиночные прямоугольные тепловые импульсы (импульсы второго звука) малой длительности, генерация которых осуществлялась тем же нагревателем и которые интенсивно рассеивались квантовыми вихрями. Регистрация тепловых импульсов осуществлялась с помощью сверхпроводящего болометра, находившегося в конце капилляра.

Экспериментальные результаты показали, что падение амплитуды рассеянных на вихрях импульсов пропорционально плотности квантованных вихрей, которая, в свою очередь, пропорциональна квадрату мощности теплового потока, что коррелирует с теоретическими моделями формирования вихрей при противотоке нормальной и сверхтекучих компонент. Исследование же влияния величины расстояния, проходимого импульсами (дистанции между нагревателем и болометром), на их амплитуду дало расхождение с теоретическим представлением о том, что вихри равномерно генерируются в капилляре. В таком случае амплитуда импульсов должна экспоненциально уменьшаться при увеличении пройденного расстояния, чего не наблюдалось в экспериментах.

Эксперименты также показали, что при распространении тепловых импульсов, длительность которых превышает 200–250 мкс, теплопроводность гелия резко снижается, о чем говорит резкое падение амплитуды импульсов почти до нуля. Причиной тому может быть быстрое разрастание плотного вихревого клубка вблизи нагревателя, что подтверждается недавними теоретическими расчетами. Однако некоторые особенности поведения тепловых импульсов пока не поддаются объяснению.

Работа выполнена при поддержке гранта Министерства науки и высшего образования РФ 075-15-2019-1893.

## Литература

1. *Kondaurova, L.* Influence of quantum turbulence on the processes of heat transfer and boiling in superfluid helium / L. Kondaurova, V. Efimov, A. Tsoi // *J. Low Temp. Phys.* 2017. V. 187, № 1. P. 80–89. DOI: 10.1007/S10909-016-1731-5.
2. *Efimov, V.* Formation and decay of vortex system in superfluid helium / V. Efimov, L. Kondaurova, A. Orlova // *Book of abstracts 12th International Conference Cryocrystals and Quantum Crystals, 26-31 August 2018.* 2018. P. 52.
3. *Ефимов, В.Б.* Теплопередача при импульсном нагреве в сверхтекучем гелии / В.Б. Ефимов, А.А. Орлова, Л.П. Кондаурова, А.Г. Горкун // *ФНТ.* 2019. Т. 45, вып. 9. С. 1158–1164. DOI:10.1063/1.5121268; F45\_1158R.

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИСПЕРСИИ УКЛОНОВ МОРСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ И ДЕТЕКТИРОВАНИЕ ЛЕДЯНОГО ПОКРОВА ПО ДАННЫМ ДОЖДЕВОГО РАДИОЛОКАТОРА

*М.А. Панфилова<sup>1</sup>, А.П. Шиков<sup>2</sup>, В.Ю. Кареев<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

<sup>2</sup>Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

По данным дистанционного зондирования можно получать информацию о распределении параметров ветрового волнения в непрерывном режиме и практически по всему земному шару. Карты уровня морской поверхности и высоты значительного волнения строятся по данным спутниковой альтиметрии. Дисперсия уклонов – это новая характеристика морского волнения, которую можно определить по данным дистанционного зондирования. В нашей работе глобальные карты дисперсии уклонов морской поверхности построены по данным двухчастотного дождевого радиолокатора, установленного на спутнике GPM (Global Precipitation Measurement). Также предлагается алгоритм детектирования ледяного покрова по данным радиолокатора.

Радиолокатор работает в Ka- и Ku-диапазонах в сканирующем режиме при углах визирования  $\pm 8,5$  градусов для Ka-диапазона и  $\pm 17$  градусов для Ku-диапазона. При высоте орбиты около 400 км ширина полосы обзора составляет примерно 245 км для Ku-диапазона и 125 км для Ka-диапазона, а размер пятна засветки на земной поверхности порядка 5 км.

В работе [1] показано, что по данным двухчастотного дождевого радиолокатора можно определить дисперсию уклонов крупномасштабного волнения. Смысл этой величины заключается в следующем. Вместо реальной морской поверхности рассматривается так называемая крупномасштабная поверхность. Её спектр для компонент с длиной волны больше некоторой граничной совпадает со спектром морской поверхности и равен нулю для длин волн короче граничной. Эта граничная длина волны выбирается таким образом, чтобы при вычислении поля, рассеянного крупномасштабной поверхностью, можно было пренебречь дифракционными эффектами.

Для обработки и восстановления дисперсии уклонов используются данные для углов падения не больше 12 градусов. Для этой области углов падения выполняется приближение геометрической оптики и сечение обратного рассеяния пропорционально плотности вероятности уклонов поверхности. Распределение уклонов для взволнованной морской поверхности близко к нормальному, и по измерениям сечения обратного рассеяния при нескольких углах падения определяется дисперсия уклонов волнения. Методика обработки данных в полосе обзора радиолокатора подробно описана в работе [2].

Обработку данных необходимо проводить в областях без осадков, свободных ото льда. Для исключения областей, покрытых льдом, используются данные многоканального радиометра GMI (GPM Microwave Imager), также установленного на спутнике GPM. Определение концентрации льда по данным радиометра проводилось по алгоритму, описанному в [3]. Для валидации алгоритма было проведено сравнение карт сплоченности ледяного покрова по данным GMI с картами, доступными в базе данных Бременского университета.

Также предложен независимый метод детектирования ледяного покрова по данным самого дождевого радиолокатора. Метод включает в себя два этапа. В работе [4] показано, что распределение уклонов для поверхности, покрытой льдом, отличается от нормального: если для взволнованной поверхности коэффициент эксцесса для плотности вероятности уклонов около нуля, то для ледяного покрова он достигает 20. На первом этапе алгоритма выделяются сканы с коэффициентом эксцесса, превышающим определённый порог. Выбор порога производится при помощи сравнения с картами сплоченности по данным GMI. На втором этапе алгоритма уточняется положение границы ледяного покрова. Для этого рассматриваются данные вдоль трека при постоянном угле падения. При переходе границы вода – лёд наблюдается скачок сечения обратного рассеяния, который автоматически детектируется при помощи алгоритма [5]. Валидация алгоритма проведена путём сравнения с картами сплоченности, полученными по данным радиометра GMI.

Таким образом, данные дождевого радиолокатора могут применяться для оперативного мониторинга состояния морской поверхности наряду с данными спутниковой альтиметрии.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ 20-05-00462 А и 18-35-20057 мол\_а\_вед.

## Литература

1. *Freilich, M.* The relationship between winds, surface roughness, and radar backscatter at low incidence angles from TRMM precipitation radar measurements / M. Freilich, B. Vanhoff // *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*. 2003. V. 20. P. 549–562.
2. *Panfilova, M.* Oil slick observation at low incidence angles in Ku-band / M. Panfilova, V. Karaev, J. Guo // *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 2018. V. 123. P. 1924–1936.
3. *Spreen, G.* Sea ice remote sensing using AMSR-E 89-GHz channel / G. Spreen, L. Kaleshke, G. Heygster // *Journal of Geophysical Research*. 2008. V. 113. P. C02S03.
4. *Шиков, А.П.* Алгоритм картографирования ледяного покрова по данным двухчастотного дождевого радиолокатора и радиометра на примере Охотского моря / А.П. Шиков, М.А. Панфилова // IV Конференция молодых ученых КИМО. 2019. С. 190.
5. *Canny, J.* A computational approach to edge detection // *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. 1986. V. PAMI-8, № 6. P. 679–698.

# ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РАССОГЛАСОВАННОГО РЕЖИМА УСКОРЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ В ПОЛЕ КИЛЬВАТЕРНОЙ ПЛАЗМЕННОЙ ВОЛНЫ

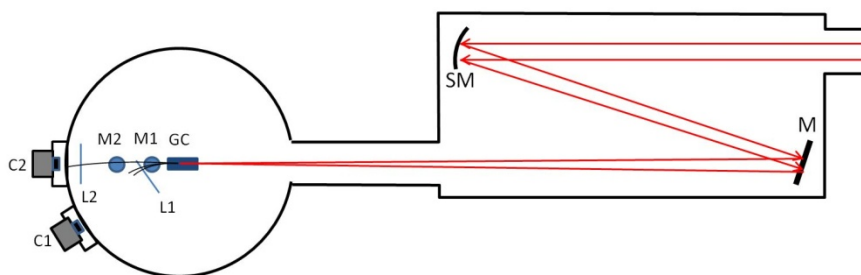
*С.Е. Перевалов, К.Ф. Бурдонов, А.А. Голованов, А.В. Котов, И.Ю. Костюков,  
Д.С. Романовский, М.В. Стародубцев, А.А. Соловьев*

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

В настоящее время лазерно-плазменные ускорители востребованы в современной физике; существуют различные способы такого ускорения электронов, основным, наверное, можно назвать ускорение в поле кильватерной плазменной волны, возбуждаемой высокоинтенсивным фемтосекундным лазерным импульсом [1]. Высокие энергии достигаются в сильно нелинейном режиме взаимодействия электромагнитного излучения с неплотной плазмой, когда электроны самоинжектируются и ускоряются в плазменной полости. Электронные сгустки и пучки с квазимоноэнергетическими спектрами получают различные лаборатории в мире на лазерных комплексах мультитВт и -пВт уровнях мощности [2, 4, 5, 7].

Несмотря на то что лазерное ускорение полем кильватерной плазменной волны в сильно нелинейном режиме было исследовано теоретически и экспериментально на протяжении более десяти лет, существует ряд вопросов, которые до сих пор остаются без ответа. Обычно считается, что согласование размера лазерного импульса в области взаимодействия с длиной возбуждаемой плазменной волны обеспечивает оптимальный режим ускорения электронов [3]. Для такого режима ускорения были получены закономерности, связывающие энергию получаемых электронных пучков и параметры лазерной плазмы. Однако недавние эксперименты и численное моделирование показали, что энергия электронов, ускоренных в несогласованном режиме, может превышать энергию, предсказанную этими закономерностями для согласованного режима. Несогласованный режим остается в значительной степени неизученным и выглядит очень привлекательным для получения электронов с большими энергиями.

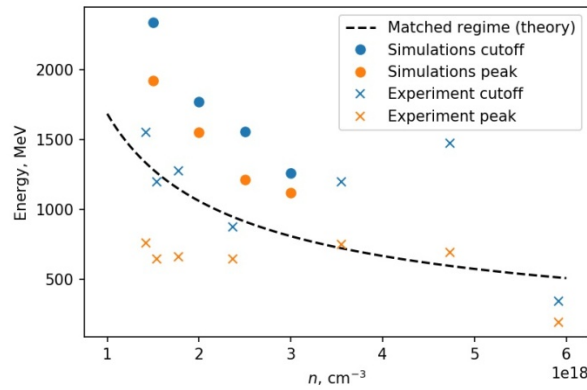
Была проведена серия экспериментов по ускорению электронов в поле кильватерной плазменной волны, возбуждаемой лазерным импульсом на установке PEARL субпВт уровня мощности. Мощный лазерный импульс апертурой 200 мм, центральной длиной волны 910 нм, длительностью порядка 50 фс и энергией порядка 20 Дж фокусировался сферическим зеркалом  $f/40$  в газовую ячейку. Пиковая интенсивность 20 Дж лазерного импульса при идеальной фокусировке  $2,3 \cdot 10^{19}$  Вт/см<sup>2</sup>, однако измерения показали реальную интенсивность порядка  $1 \cdot 10^{19}$  Вт/см<sup>2</sup>, что согласуется с числом Штреля для нашего пучка 0,43. Диаметр пятна в фокусе составлял 88 мкм, что в несколько раз превышало длину плазменной волны.



**Рис. 1.** Схема экспериментальной установки

Внутри газовой ячейки с регулируемой длиной от 3 до 30 мм был газ гелий с регулируемым давлением от 0,1 до 3 атм. Приходящий лазерный импульс полностью ионизировал находящийся внутри газ, возбуждал плазменную волну. Ускоренные электроны регистрировались с помощью двухэкранного магнитного спектрометра [8], а снимки с сцинтилляторных экранов спектрометра использовались для восстановления электронных спектров.

Для параметров нашей экспериментальной установки можно оценить согласованность, если плазменная длина волны  $\lambda_e = 2\pi c/\omega_p = 15,5 \cdot 10^{-6}$  мкм и диаметр пятна в фокусе  $w_0 \approx 80$  мкм, несогласованность можно оценить так:  $\Gamma = w_0/\lambda_e \approx 3,5$ .



**Рис. 2.** Сравнение зависимостей максимальной энергии ускоренных электронов от концентрации плазмы

Полученные результаты подтверждаются натурным PIC-моделированием динамики лазерной плазмы, а также численным моделированием распределения газа внутри газовой ячейки [6]. Особое внимание было уделено точности восстановления спектров при слабой осевой устойчивости ускоренного электронного пучка. Спектры восстанавливались оригинальным методом. Экспериментально показано, что энергия электрона в несогласованном режиме может быть выше, чем в согласованном, и может превышать 1 ГэВ при используемых параметрах лазера.

### Литература

1. *Tajima, T.* Laser Electron Accelerator / T. Tajima, J. M. Dawson // *Phys. Rev. Lett.* 1979. V. 43. P. 267.
2. *Esarey, E.* Physics of laser-driven plasma-based electron accelerators / E. Esarey, C.B. Schroeder, and W.P. Leemans // *Rev. Mod. Phys.* 2009. V. 81, № 3. P. 1229.
3. *Pukhov, A.* Laser wake field acceleration: the highly non-linear broken-wave regime / A. Pukhov, J. Meyer-ter-Vehn // *Applied Physics B.* 2002. V. 74. P. 355.
4. *Leemans, W.P.* GeV electron beams from a centimetre-scale accelerator / W. P. Leemans, B. Nagler, Anthony Gonsalves, Csaba Toth, Kei Nakamura, C. Geddes, E. Esarey, C. Schroeder, Simon Hooker // *Nature Phys.* 2006. V. 2. P. 696–699.
5. *Soloviev, A.A.* Fast electron generation using PW-class PEARL facility / A.A. Soloviev, K.F. Burdonov, V.N. Ginzburg, A.A. Gonoskov, E.V. Katin, A.V. Kim, A.V. Kirsanov, A.V. Korzhimanov, I.Yu. Kostyukov, V.V. Lozhkarev, G.A. Luchinin, A.N. Mal'shakov, M.A. Martyanov, E.N. Nerush, O.V. Palashov, A.K. Poteomkin, A.M. Sergeev, A.A. Shaykin, M.V. Starodubtsev, I.V. Yakovlev, V.V. Zelenogorsky, E.A. Khazanov // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment.* 2011. V. 653, № 1. P. 35–41.
6. *Golovanov, A.A.* Design of a gas cell for laser wakefield acceleration of electrons / A.A. Golovanov, S. Lebedev, I.Yu. Kostyukov // *Problems of Atomic Science and Technology.* 2018. V. 116, iss. 4. P. 70.
7. *Albert, F.* Laser wakefield accelerator based light sources: potential applications and requirements / F. Albert, A.G.R. Thomas, S.P.D. Mangles, S. Banerjee, S. Corde, A. Flacco, M. Litos, D. Neely, J. Vieira, Z. Najmudin, R. Bingham, C. Joshi, T. Katsouleas // *Plasma Physics and Controlled Fusion.* 2014. V. 56, № 8. Art. 084015.
8. *Soloviev, A.A.* Two-screen single-shot electron spectrometer for laser wakefield accelerated electron beams / A.A. Soloviev, M.V. Starodubtsev, K.F. Burdonov, I.Y. Kostyukov, E.N. Nerush, A.A. Shaykin, E.A. Khazanov // *Review of Scientific Instruments.* AIP Publishing, 2011. V. 82. Art. 43304.



# МЕТОД ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНЫХ ВРЕМЕННЫХ РАЗНОСТНЫХ СХЕМ ДЛЯ ЖЕСТКИХ СИСТЕМ С НЕДИАГОНАЛЬНОЙ ЛИНЕЙНОЙ ЧАСТЬЮ

*Э.В. Пермякова<sup>1</sup>, Д.С. Голдобин<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>Пермский государственный национальный исследовательский университет

<sup>2</sup>Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь

Обширный класс задач механики сплошных сред и статистической физики характеризуется наличием быстро затухающих или осциллирующих мод. Системы с такими модами принято называть «жесткими». С точки зрения физики такие моды, особенно затухающие, часто малозначительны и слабо влияют на динамику системы. Однако наличие таких мод может приводить к численной неустойчивости схем с конечным шагом по времени. Проблема возникновения численной неустойчивости может быть решена либо выбором достаточно малого шага по времени для явных схем, либо использованием устойчивых неявных схем. Первый вариант в ряде задач требует чрезвычайно малого шага по времени, а второй требует индивидуальной математической подготовки для нетипичных уравнений, может быть проблематичен для двух- и трехмерных задач, не всегда возможен при случайной пространственной неоднородности параметров. Для численного интегрирования жестких систем были предложены методы экспоненциальных временных разностных (ЭВР) схем [1]. Эти методы, будучи явными, устойчивы при любой величине шага по времени.

Определение коэффициентов ЭВР-схем требует вычисления нелинейных функций (например, экспоненты) от операторов, описывающих линейную часть системы уравнений динамики. В настоящей работе предлагается численное нахождение всех коэффициентов ЭВР-схем путем численного интегрирования вспомогательных задач на одном шаге ЭВР-схемы. Поскольку интегрирование вспомогательных задач осуществляется один раз, на подготовительном этапе работы программы, и на очень коротком интервале времени, для этого можно использовать простейшие явные разностные схемы с очень малым шагом по времени.

Рассмотрим динамическую систему, описываемую уравнениями вида

$$\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{L} \cdot \mathbf{u} + \mathbf{f}(\mathbf{u}, t), \quad (1)$$

где  $\mathbf{u}(t)$  –  $N$ -компонентный вектор,  $\mathbf{L}$  – матрица  $N \times N$ ,  $\mathbf{f}(\mathbf{u}, t)$  – нелинейная часть уравнений. Причем  $\mathbf{f}(\mathbf{u}, t)$  может зависеть от времени и иметь линейную часть. В этом смысле разделение линейной части уравнений между  $\mathbf{L} \cdot \mathbf{u}$  и  $\mathbf{f}(\mathbf{u}, t)$  не определено однозначно и осуществляется так, чтобы все потенциальные источники численных неустойчивостей были собраны в слагаемом  $\mathbf{L} \cdot \mathbf{u}$  с постоянными коэффициентами. Слагаемое  $\mathbf{L} \cdot \mathbf{u}$  можно назвать «принципиальной» линейной частью уравнений.

Для численного интегрирования уравнений типа (1) могут быть использованы методы экспоненциальных временных разностных схем типа Рунге – Кутты [1]. Будем рассматривать следующий двухшаговый метод:

$$\mathbf{b}(t+h) = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{u}(t) + \mathbf{M}_1 \cdot \mathbf{f}(\mathbf{u}(t), t), \quad (2)$$

$$\mathbf{u}(t+h) = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{u}(t) + \mathbf{M}_1 \cdot \mathbf{f}(\mathbf{u}(t), t) + \mathbf{M}_2 \cdot \frac{\mathbf{f}(\mathbf{b}(t+h), t+h) - \mathbf{f}(\mathbf{u}(t), t)}{h}, \quad (3)$$

где  $h$  – шаг по времени, второе уравнение дает  $\mathbf{u}(t+h)$  с точностью  $h^3$ ,  $\mathbf{Q} \equiv \exp(\mathbf{L}h)$ ,  $\mathbf{M}_1 \equiv \mathbf{L}^{-1} \cdot [\exp(\mathbf{L}h) - \mathbf{I}]$  и  $\mathbf{M}_2 \equiv \mathbf{L}^{-2} \cdot [\exp(\mathbf{L}h) - \mathbf{I} - \mathbf{L}h]$ . Важной особенностью методов ЭВР является то, что они строят точное решение для линейной части уравнений ( $\mathbf{Q} \cdot \mathbf{u}$ ), а приближения вводятся только для вычисления вкладов, связанных с  $\mathbf{f}(\mathbf{u}, t)$ .

Для матрицы  $\mathbf{L}$  произвольного вида может быть целесообразно численное нахождение матриц  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{M}_1$  и  $\mathbf{M}_2$  на подготовительном этапе счета. По построению матрица  $\mathbf{Q}$  определяет эволюцию решений в следующей задаче Коши:

$$\mathbf{u}(t_0) = \mathbf{u}_0, \quad \dot{\mathbf{u}} = \mathbf{L} \cdot \mathbf{u}, \quad (4)$$

что соответствует задаче (1) при  $\mathbf{f} = 0$ . Зависимость решения задачи (4) от начальных условий линейна, и именно она определяется матрицей  $\mathbf{Q}$ :  $\mathbf{u}(t_0 + h) = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{u}(t_0)$ . Откуда имеем для матрицы  $\mathbf{Q}$

$$Q_{ij} = u_i(t_0 + h | u_k(t_0) = \delta_{kj}, \mathbf{f}(t) = 0),$$

где  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера. Аналогично для матриц  $\mathbf{M}_1$  и  $\mathbf{M}_2$

$$(M_1)_{ij} = u_i(t_0 + h | \mathbf{u}(t_0) = 0, f_k(t) = \delta_{kj}),$$

$$(M_2)_{ij} = u_i(t_0 + h | \mathbf{u}(t_0) = 0, f_k(t) = (t - t_0)\delta_{kj}).$$

Для нахождения матриц необходимо численно интегрировать вспомогательные задачи, аналогичные (4), по времени от  $t = 0$  до  $h$ , что может быть осуществлено с помощью явных схем с малым шагом по времени.

Подход протестирован на одномерном уравнении Кана – Хилларда, описывающем спиноподобный распад в двухкомпонентных смесях и образование структур во многих активных средах. Использование подхода дает существенный выигрыш в производительности при наличии пространственных производных четвертого и более высоких порядков.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 19-42-04120).

#### Литература

1. Cox, S.M. Exponential time differencing for stiff systems / S.M. Cox, P.C. Matthews // Journal of Computational Physics. 2002. V. 176, № 2. P. 430–455.

## ПОЛУЧЕНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ ОБЪЕКТОВ ПРИ ИСКУССТВЕННОМ РАДИООСВЕЩЕНИИ

*М.М. Петросян<sup>1,2</sup>, А.И. Рыжов<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, Москва

<sup>2</sup>Московский физико-технический институт (государственный университет), Долгопрудный

Наличие искусственных источников радиосвета позволяет освещать отдельные области пространства и тем самым создавать предпосылки для наблюдения этих областей, включая и объекты, находящиеся в них. В работах [1, 2] были предложены компактные простые искусственные источники радиосвета на основе динамического хаоса микроволнового диапазона.

Для приема радиосвета и его конструктивного использования для получения информации об окружающем пространстве были созданы ячейки приёмника радиосвета [3, 4].

Появление таких приборов совместно с наличием компактных источников радиосвета позволило перейти к изучению радиосветовых полей в закрытых помещениях. Цель экспериментов состояла в получении в микроволновом радиодиапазоне изображения исследуемого помещения при использовании для этого ламп радиосвета и соответствующего приёмника.

Пространственная картина освещенной радиосветом области создается в результате сканирования луча направленной антенны в горизонтальной и вертикальной плоскостях.

При проведении первого эксперимента было получено изображение помещения без освещения лампами радиосвета; в этом случае освещенность помещения колебалась от  $-85$  до  $-65$  дБм. После включения шести ламп радиосвета средняя яркость освещения поднялась на  $25 \dots 30$  дБ.

На следующем этапе экспериментов оценивалось изменение освещенности на полученном изображении некоторой области при внесении туда металлического объекта. Эксперименты показали, что получаемое изображение будет зависеть от характеристик поверхности металлического объекта и его расположения относительно приемной антенны. Если металлический объект имеет ровную поверхность, тогда он будет вести себя как зеркало в микроволновом диапазоне, и если он не расположен так, чтобы отраженные от его поверхности лучи падали в приемную антенну, то объект будет вносить затухание, закрывая освещенные объекты за ним ( $2 \dots 3$  дБ в проведенных экспериментах), в противном случае такой зеркальный объект будет вносить усиление (около  $20$  дБ). Также усиление в сканируемой области наблюдается, когда исследуемый металлический объект имеет шероховатую поверхность с шероховатостями с характерным размером около длины волны; в таком случае наблюдается усиление сигнала примерно на  $5$  дБ.

В третьей группе для выяснения возможности наблюдения в радиосвете объектов из диэлектрика и поглощающих материалов были проведены эксперименты, где в качестве объектов использовались кювета с водой и листы из радиопоглощающего материала.

В обоих случаях уровень принимаемого сигнала в области наблюдения оказался ниже, чем при отсутствии исследуемых объектов.

Для выяснения возможности наблюдения в радиосвете различных объектов за препятствиями (например, стенами зданий) были проведены эксперименты по получению изображений объектов, располагавшихся за стеной относительно приёмника.

В экспериментах наблюдаемый объект вместе с лампой радиосвета находился по одну сторону стены, а принимающее устройство – по другую сторону. В качестве объекта для эксперимента был выбран куб с диффузно отражающей поверхностью, у которого в предыдущих экспериментах была установлена высокая степень контрастности изображения относительно фона. На изображениях, полученных в экспериментах, в угловой области нахождения куба яркость была на  $10$  дБ выше, чем в случае отсутствия куба.

В докладе представлены результаты по получению изображения окружающего пространства при освещении его некогерентным микроволновым излучением от лампы радиосвета и приеме радиосвета с помощью чувствительного элемента совместно с узконаправленной антенной. Проведены серии экспериментов, позволившие получить изображение интересующей области в микроволновом радиодиапазоне частот, а также обнаруживать появление новых объектов в наблюдаемой области пространства.

## Литература

1. *Дмитриев, А.С.* Радиоосвещение на основе сверхширокополосных генераторов динамического хаоса / А.С. Дмитриев, Е.В. Ефремова, М.Ю. Герасимов, В.В. Ицков // РЭ. 2016. Т. 61, № 11. С. 1–11.
2. *Dmitriev, A.S.* Look at the world in a different light / A.S. Dmitriev, E.V. Efremova, M.Y. Gerasimov, V.V. Itskov // Non-linear Phenomena in Complex Systems. 2017. V. 20, № 2. P. 133–143.
3. *Гуляев, Ю.В.* Взаимодействие и навигация роботов на основе сверхширокополосной прямохаотической связи / Ю.В. Гуляев, А.С. Дмитриев, В.А. Лазарев, Т.И. Мохсени, М.Г. Попов // РЭ. 2016. Т. 61, № 8. С. 765–772.
4. *Гуляев, Ю.В.* Ячейка приемника радиосвета / Ю.В. Гуляев, А.С. Дмитриев, В.В. Ицков, М.М. Петросян, А.И. Рыжов, А.В. Уваров // РЭ. 2018. Т. 63, № 9. С. 1–7.

# ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОСНОВНЫХ И МЕТАСТАБИЛЬНЫХ СОСТОЯНИЙ В МЕЗОСКОПИЧЕСКОМ СВЕРХПРОВОДНИКЕ ФУЛЬДЕ – ФЕРРЕЛЛА

В.Д. Пластолец<sup>1,2</sup>, Д.Ю. Водолазов<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт физики микроструктур РАН, Нижний Новгород

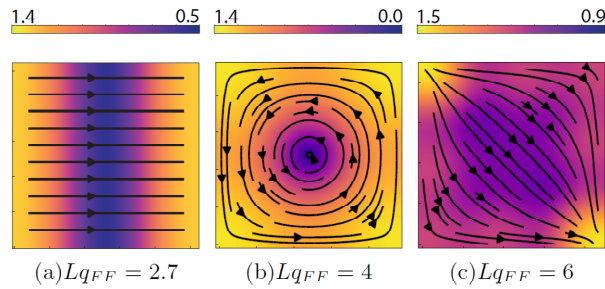
<sup>2</sup>Научно-технологический университет «Сириус», Сочи

В сверхпроводниках в присутствии сильного зеемановского расщепления (с энергией порядка энергетической щели в спектре квазичастиц) возможно образование куперовских пар с ненулевым суммарным импульсом  $q$ , величина которого пропорциональна сверхскорости. В таком случае в сверхпроводнике может реализоваться состояние Фульде – Феррелла с модулированным сверхпроводящим параметром порядка  $\psi \sim e^{iqr}$ . Такое состояние в двумерном случае в отсутствие магнитного поля описывается модифицированной теорией Гинзбурга – Ландау [1]:

$$F = \alpha(T)|\psi|^2 + \beta/2|\psi|^4 + \gamma(|\partial_x\psi|^2 + |\partial_y\psi|^2) + \delta(|\partial_x^2\psi|^2 + |\partial_y^2\psi|^2 + 2|\partial_x\partial_y\psi|^2). \quad (1)$$

Заметим, что феноменологический коэффициент  $\gamma < 0$ , поэтому для термодинамической устойчивости необходимо писать члены высшего порядка с  $\delta > 0$ .

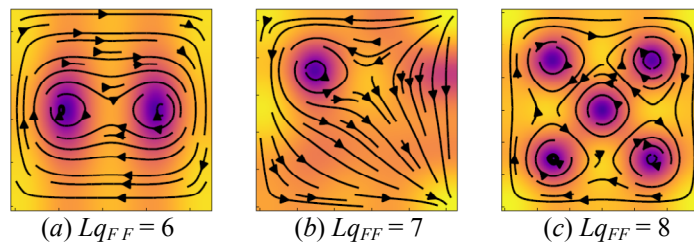
В сверхпроводниках конечного размера вектор модуляции  $\mathbf{q}$  становится неоднородным и в силу граничных условий на границах  $\mathbf{q}(x, y) = 0$ . Поэтому вблизи границ свободная энергия будет повышаться и вектор  $q$  будет выбирать такое направление, чтобы минимизировать данный вклад (у границ должно выполняться  $(\mathbf{q}\mathbf{n}) = 0$ , где  $\mathbf{n}$  – нормаль) [2]. В случае сверхпроводников мезоскопического размера (порядка длины когерентности – характерного масштаба изменения параметра порядка) влияние границ велико, и в зависимости от размера основному состоянию будут отвечать разные конфигурации параметра порядка (рис. 1).



**Рис. 1.** Обезразмеренный параметр порядка в сверхпроводящем квадрате с длиной стороны, выраженной через равновесное (для заданных параметров) значение  $q_{FF}$ . Черными стрелками показан вектор  $\mathbf{q}$

Численное решение (1) показало, что при  $Lq_{FF} < \pi/2^{1/2}$  основным является однородное состояние, в узком диапазоне  $\pi/2^{1/2} < Lq_{FF} < 2,5$  реализуется решение с модуляцией вдоль стороны квадрата (рис. 1, a), затем при  $2,5 < Lq_{FF} < 4,7$  появляется вихрь Абрикосова (рис. 1, b). При размерах  $L > 5/q_{FF}$  основным является диагональное состояние (рис. 1, c).

При увеличении размера сверхпроводящего квадрата появляются различные метастабильные состояния с вихрями и антивихрями (рис. 2), аналогичные состояниям в обычных мезоскопических сверхпроводниках. Однако в ФФ-сверхпроводнике такие состояния являются устойчивыми в отсутствие внешнего магнитного поля, что может быть использовано для детектирования такого состояния в эксперименте.



**Рис. 2.** Метастабильные конфигурации с вихрями и антивихрями для сверхпроводящих квадратов разного размера. Цветовая кварта аналогична рис. 1, b

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта 19-31-51019.

### Литература

1. *Buzdin A., Matsuda Y., Shibauchi T.* FFLO state in thin superconducting films // *Europhysics Letters*. 2007. V. 80. Art. 67004.
2. *Пластовец В.Д., Водолазов Д.Ю.* Динамика доменных стенок в Фульде – Феррелл сверхпроводнике // *Письма в ЖЭТФ*. 2019. Т. 109, № 11. С. 761–768.

# ОБЩИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ УСТАНОВЛЕНИЯ ОБОБЩЕННОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ В СИСТЕМАХ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ТИПАХ СВЯЗИ

*А.Д. Плотникова, О.И. Москаленко*

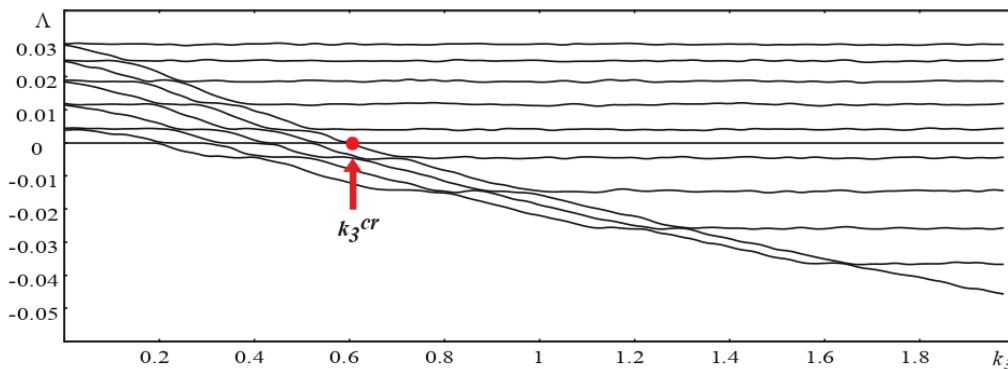
Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

В работе исследуется вопрос об общих закономерностях установления режима обобщенной синхронизации в однонаправленно и взаимно связанных системах с запаздыванием. В качестве одного из примеров были выбраны связанные уравнения Маккея – Гласса [1]:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= f(x_1(t - \tau)) - k_1 x_1(t) + \alpha k_3 (x_2(t) - x_1(t)), \\ \dot{x}_2(t) &= f(x_2(t - \tau)) - k_2 x_2(t) + k_3 (x_1(t) - x_2(t)),\end{aligned}\tag{1}$$

где  $\alpha$  – параметр, отвечающий за степень взаимности связи ( $\alpha = 0$  соответствует случаю однонаправленной связи между системами,  $\alpha = 1$  – взаимной связи),  $k_1$  и  $k_2$  – параметры, относящиеся к первому (в случае однонаправленной связи – ведущему) и второму (в случае однонаправленной связи – ведомому) генераторам соответственно,  $k_3$  – параметр связи,  $f(x(t - \tau)) = ax(t - \tau)/(1 + (x(t - \tau))^b)$ ,  $\tau$  – время запаздывания.

Для детектирования обобщенной синхронизации использовались метод расчета спектра показателей Ляпунова [2] и метод вспомогательной системы [3] (применяемый при реализации только однонаправленной связи). Исследование динамики систем проводилось путем варьирования значений управляющих параметров  $k_1$  и  $k_2$ , отвечающих за разное количество положительных показателей Ляпунова в автономных системах (1), а следовательно, характеризующих различную степень их хаотичности. При изучении однонаправленно связанных систем наблюдался переход условных положительных показателей Ляпунова в область отрицательных значений (рис. 1) с последующим установлением режима обобщенной синхронизации, что полностью соответствует известным теоретическим закономерностям для систем с сосредоточенными и распределенными параметрами. В ходе работы установлено, что вне зависимости от выбора значений управляющих параметров взаимодействующих систем в исследуемых моделях наблюдается обобщенная синхронизация, однако пороговое значение параметра связи  $k_3$ , соответствующее установлению этого режима, зависит от выбора значений этих параметров. Наибольшее значение силы связи требуется в случае, когда ведущая система с меньшим числом положительных показателей Ляпунова воздействует на ведомую систему с большим количеством этих показателей. Схожие изменения в спектре показателей Ляпунова наблюдаются также при взаимном типе связи.



**Рис. 1.** Зависимости 11 старших показателей Ляпунова от параметра связи  $k_3$  при  $k_1 = 1,27$ ,  $k_2 = 1,27$  для однонаправленно связанных уравнений Маккея – Гласса (1). Значение параметра  $k_3$ , соответствующее установлению режима обобщенной синхронизации, показано стрелкой

Изучен вопрос о зависимости порогового значения  $k_3$ , отвечающего за установление режима обобщенной синхронизации, от времени запаздывания  $\tau$  [4]. Показано, что при увеличении времени запаздывания порог обобщенной синхронизации вначале монотонно возрастает, а затем выходит на уровень насыщения. Подобное поведение наблюдается в случае как однонаправленной, так и взаимной связи.

Обнаружено перемежающееся поведение вблизи границы обобщенной синхронизации в системах с однонаправленным и взаимным типами связи. Показано, что в обоих случаях возможно использование локальных показателей Ляпунова для определения характеристик перемежаемости.

Таким образом, на примере связанных уравнений Маккея – Гласса в работе выявлены общие закономерности установления режима обобщенной синхронизации в системах с запаздыванием, а также получены схожие зависимости порога установления обобщенной синхронизации от величины времени запаздывания для случая однонаправленной и взаимной связи. Аналогичные закономерности обнаружены также в системе двух генераторов с запаздыванием [5], что позволяет говорить об универсальном характере наблюдаемого явления.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Совета по грантам Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых (проект МК-531.2018.2). Исследование характеристик перемежаемости вблизи границы синхронного режима проводилось при поддержке Российского научного фонда (проект 19-12-00037).

#### Литература

1. *Mackey, M.C.* Oscillation and chaos in physiological control systems / M.C. Mackey, L. Glass // *Science*. 1977. V. 197. P. 287–289.
2. *Pyragas, K.* Conditional Lyapunov exponents from time series / K. Pyragas // *Phys. Rev. E*. 1997. V. 56, № 5. P. 5183–5188.
3. *Abarbanel, H.D.I.* Generalized synchronization of chaos: the auxiliary system approach / H.D.I. Abarbanel, N.F. Rulkov, M. Sushchik // *Phys. Rev. E*. 1996. V. 53, № 5. P. 4528–4535.
4. *Pyragas, K.* Synchronization of coupled time-delay systems: analytical estimations / K. Pyragas // *Phys. Rev. E*. 1998. V. 58, № 3. P. 3067–3071.
5. *Пономаренко, В.И.* Выделение информационной компоненты хаотического сигнала системы с запаздыванием / В.И. Пономаренко, М.Д. Прохоров // *Письма в ЖТФ*. 2002. Т. 28, вып. 16. С. 37–44.



## РАЗРАБОТКА ПОДХОДОВ К ДОЛГОСРОЧНОЙ РЕГИСТРАЦИИ КАЛЬЦИЕВЫХ ОТВЕТОВ ИДЕНТИФИЦИРОВАННЫХ НЕЙРОНОВ

*В.В. Плюснин<sup>1,2</sup>, В.П. Сотсков<sup>1,3</sup>, К.А. Торопова<sup>2,3,4</sup>, О.И. Ивашкина<sup>2,3,4</sup>, К.В. Анохин<sup>2,3,4</sup>*

<sup>1</sup>Московский физико-технический институт (государственный университет)

<sup>2</sup>Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт», Москва

<sup>3</sup>Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

<sup>4</sup>Институт нормальной физиологии им. П.К. Анохина, Москва

Взаимосвязь нейрональной активности и поведения животных традиционно находится в центре внимания нейронауки. С развитием технологии прижизненного оптического кальциевого имиджинга стало возможно непосредственно наблюдать активность большого числа нейронов у свободно двигающегося бодрствующего животного [1]. В настоящее время активно разрабатываются методы анализа кальциевого сигнала, полученного съемкой однофотонными минископами nVista, nVoke, UCLA и др. При этом наиболее быстро развиваются методики выделения тел нейронов в потоковых видеоданных. Традиционно использующийся метод главных и независимых компонент PCA/ICA отходит на второй план, все чаще применяются методы матричной факторизации, такие как CNMFe.

Для решения большинства задач требуется регистрация кальциевого сигнала в течение нескольких дней по несколько минут, что позволяет совмещать данные и подавать их на вход алгоритмам (PCA, CNMFe) целиком. Но широкий класс поведенческих задач требует непрерывной съемки до часа и более в день в течение многих дней, зачастую с долгими перерывами между сессиями. Это порождает большой объем данных, с которым используемые алгоритмы не справятся в одну итерацию ввиду их NP-сложности. К тому же область зрения минископа день ото дня может меняться в силу технических причин, что сделает работу алгоритмов некорректной. Выходом будет следующая последовательность действий: корректное разделение данных на порции допустимой продолжительности, выделение на каждой порции своего сета клеток алгоритмами PCA/CNMFe и совмещение клеток из разных сетов в один массив. Последний этап, в силу не единственности решения методами матричной факторизации и PCA, представляет некоторую сложность, которую необходимо решить для корректного дальнейшего анализа динамики нейрональной активности на уровне сетов.

Решение этой задачи было предложено Sheintuch и соавторами [2] и реализовано в программном пакете Inscorix Data Processing. На первом этапе метода каждый зарегистрированный набор клеток преобразуется в карту клеток путем взятия среднего арифметического его нормализованных изображений клеток. Далее первая карта клеток используется в качестве референсной, а все остальные карты выравниваются по ней с помощью евклидова преобразования, которое учитывает перемещение и вращение. Это преобразование оценивается коэффициентом корреляции ECC, описанным в алгоритме выравнивания изображения [3] на двух картах клеток:

$$T_p = \operatorname{argmax}[ECC(S_p \circ T, S_0)], \quad (1)$$

где  $p$  – номер сета клеток,  $S$  – карта  $p$ -го сета,  $S_0$  – референсный сет,  $T$  – преобразование из множества двумерных евклидовых преобразований,  $T_p$  – оптимальное преобразование для сета  $p$ .

После выравнивания все сеты нужно объединить в один глобальный сет. Из-за вариативности экспрессии кальциевых сенсоров, ошибок на этапах выделения клеток и выравнивания сетов карты будут несколько отличаться друг от друга, также не все клетки будут перекрываться между сетями. За основу глобального сета берется референсный сет, затем для каждой клетки каждого сета считается взаимная корреляция (NCC) с клетками глобального сета, соответствие клеток из разных сетов определяется по максимальному значению корреляции. Клетки с самым высоким значением корреляции совмещаются первыми и далее не участвуют в соотношении.

Описанный алгоритм хорошо работает на достаточно разреженной популяции клеток, но при высокой плотности велик шанс ложносоотнесенных клеток, а при плохо сработавшей коррекции движения – ложноразъединенных. В настоящее время эта проблема решается экспертной оценкой, что при долгосрочной регистрации кальциевого сигнала является достаточно трудоемкой задачей. Перед исследователями стоит задача разработки полностью автоматизированного алгоритма идентификации нейронов. В данной работе будет представлен подход, учитывающий корреляции временных рядов кальциевых ответов нейронов, что позволит исключить экспертную оценку и упростит анализ кальциевой активности при длительной регистрации нейронов. Также будет продемонстрирована его работа на примере данных, полученных в нашей лаборатории в задачах распознавания новых объектов и социальной передачи вкусовых предпочтений.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ 17-29-07083, 17-00-00215, 18-34-00640 и 19-315-80020.

### Литература

1. *Ghosh, K.K.* Miniaturized integration of a fluorescence microscope / K.K. Ghosh, L.D. Burns, E.D. Cocker, A. Nimmerjahn, Y. Ziv, A.E. Gamal, M.J. Schnitzer // *Nature Methods*. 2011. V. 8. P. 871–878.
2. *Sheintuch, L.* Tracking the same neurons across multiple days in  $\text{Ca}^{2+}$  imaging data / L. Sheintuch, A. Rubin, N. Brande-Eilat, N. Geva, N. Sadeh, O. Pinchasof, Y. Ziv // *Cell Reports*. 2017. V. 21, № 4. P. 1102–1115.
3. *Evangelidis, G.D.* Parametric image alignment using enhanced correlation coefficient maximization / G.D. Evangelidis, E.Z. Psarakis // *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. 2008. V. 30, № 10. P. 1858–1865.

## О РАЗРАБОТКЕ ГЕОФИЗИЧЕСКОЙ МОДЕЛЬНОЙ ФУНКЦИИ НА ОСНОВЕ СОВМЕЩЕНИЯ СПУТНИКОВЫХ ДАННЫХ И ДАННЫХ GPS-ЗОНДОВ В УРАГАНАХ

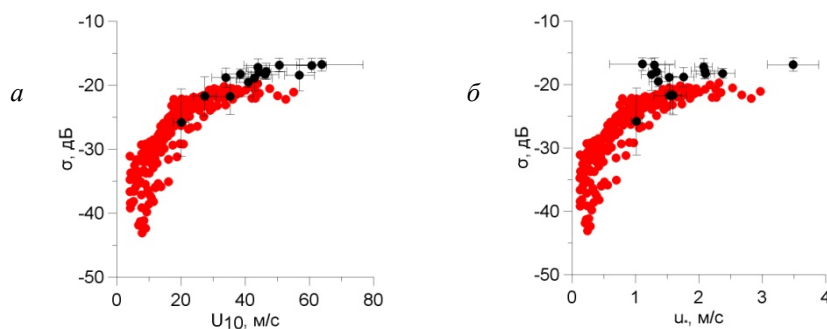
*Е.И. Поплавский, Н.С. Русаков, О.С. Ермакова, Ю.И. Троицкая, Д.А. Сергеев, Г.Н. Баландина*

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

В настоящее время особенно перспективным представляется использование микроволновых методов для восстановления касательного турбулентного напряжения, поскольку именно оно связано с мелкомасштабной шероховатостью поверхности, ответственной за рассеяние СВЧ-сигнала. Однако существующие алгоритмы восстановления неприменимы в связи с явлением насыщения УЭПР водной поверхности на прямой поляризации и насыщением коэффициента сопротивления при ураганных скоростях ветра. В данной работе предложен подход для восстановления турбулентного напряжения на основе совмещенных спутниковых данных и результатов измерений с падающих GPS-зондов.

В настоящей работе были использованы РСА-изображения со спутника Sentinel-1 С-диапазона в режиме IWS на поляризации VV. В качестве подспутниковых данных были использованы измерения GPS-зондов NOAA, при этом совмещение этих измерений с данными дистанционного зондирования было произведено для ураганов Irma 2017/09/07 и Maria 2017/09/21 и 2017/09/23, поскольку снимок «глаза» урагана и измерения с GPS-зондов оказались наиболее близкими по времени и пространству. Было сделано предположение о том, что ураган имеет квазистационарную структуру, при этом для анализа был отобран массив данных с GPS-зондов, запущенных за несколько суток до и после времени снимка. Собранные в такие массивы GPS-зонды были разделены на группы по пространству для последующего осреднения. По осредненным профилям были получены значения скорости трения ветра и величины скорости ветра на высоте 10 м на основе метода профилирования, применявшегося ранее в ветроволновом канале ИПФ РАН [1]. Использование этого метода возможно, так как измеренные зондами профили скорости ветра и энтальпии в урагане имеют схожую структуру с аналогичными профилями, полученными на ветроволновом канале. Объясняется это тем, что за счет температурной инверсии в атмосфере ураган имеет некое подобие «крышки», как и на ветроволновом канале.

Для построения зависимостей были определены средние значения УЭПР по данным спутниковых снимков в точках с координатами, соответствующими координатам падающих GPS-зондов. В результате были получены значения УЭПР, осредненные по группам, сконструированным из близко расположенных GPS-зондов. Было проведено сравнение полученных данных с измерениями, описанными в [2] (рис. 1). Анализируя рис. 1, можно сделать вывод, что результаты для зависимости УЭПР от скорости ветра на высоте 10 м хорошо согласуются с данными [2], в то время как зависимость УЭПР от скорости трения ветра, полученная в настоящей работе, демонстрирует несколько завышенное значение, что подлежит дальнейшему исследованию.



**Рис. 1.** Зависимости УЭПР от  $U_{10}$  (а) и от  $u_*$  (б). Черные символы – усредненные по группам значения УЭПР, красные – значения УЭПР, полученные по данным Hwang

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, проект 19-17-00209 (сбор и обработка массива данных GPS-зондов); государственного задания, проект 0030-2019-0020, и Российского фонда фундаментальных исследований, проекты 19-05-00249, 19-05-00366, 18-35-20068 (сбор и обработка данных дистанционного зондирования, совмещение натуральных данных и данных дистанционного зондирования).

## Литература

1. *Кандауров А.А.* Среднее поле скорости воздушного потока над поверхностью воды при лабораторном моделировании штормовых и ураганных условий в океане / А.А. Кандауров, Ю.И. Троицкая, Д.А. Сергеев, М.И. Вдовин, Г.А. Байдаков // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2014. Т. 50, № 4. С. 455.
2. *Hwang P.A.* Cross-polarization geophysical model function / P.A. Hwang, A. Stoffelen, G.-J. Zadelhoff, W. Perrie, B. Zhang, H. Li, H. Shen // J. Geophys. Res. 2015. V. 120. P. 893.

# ФЕМТОСЕКУНДНАЯ ФИЛАМЕНТАЦИЯ ПУЧКОВ, СФОРМИРОВАННЫХ С ПОМОЩЬЮ ДИФРАКЦИОННЫХ ОПТИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ: ДИНАМИКА ПРОСТРАНСТВЕННОЙ СТРУКТУРЫ И ЭНЕРГОВКЛАДА В СРЕДУ

*Д.В. Пушкарёв<sup>1,2</sup>, А.С. Ларькин<sup>1</sup>, Е.В. Митина<sup>1</sup>, Д.С. Урюпина<sup>1</sup>, Р.В. Волков<sup>1,3</sup>, С.В. Карпеев<sup>4,5</sup>, С.Н. Хонина<sup>4,5</sup>, А.А. Карабутов<sup>1,3</sup>, О.Г. Косарева<sup>1,3</sup>, А.Б. Савельев<sup>1,3</sup>*

<sup>1</sup>Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

<sup>2</sup>Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Москва

<sup>3</sup>Международный учебно-научный лазерный центр МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва

<sup>4</sup>Институт систем обработки изображений РАН, Самара

<sup>5</sup>Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королёва

В настоящее время одной из актуальных задач, возникающих в рамках исследования филаментации фемтосекундного лазерного излучения, является поиск способов создания филаментов и мультифиламентов с управляемыми параметрами (регулярной пространственной структурой, высокой концентрацией плазмы и интенсивностью излучения и др.). В частности, получение упорядоченных массивов филаментов может позволить создавать виртуальные волноводы для каналирования излучения оптического и СВЧ-диапазонов и управлять пространственной структурой ТГц-излучения, направляя его в узкий конус (и увеличивая тем самым его интенсивность). Для получения таких структур было предложено несколько методов: использование аксикона [1], амплитудная модуляция исходного пучка с помощью сетки [2, 3] и фазовая модуляция пучка с помощью дифракционных оптических элементов (ДОЭ) или пространственного модулятора пучка [4]. Последний метод позволяет получить заданное пространственное распределение излучения в фокусе (при использовании сфокусированных пучков) с высокой эффективностью и относительно небольшими потерями энергии. В данном докладе детально рассмотрена эволюция структуры излучения и плазменных каналов массива филаментов, полученного с использованием двух типов ДОЭ: фазовой маски с 4 областями, вносящими сдвиг фаз на  $\pi$  относительно друг друга (формирует моду  $TEM_{11}$  в фокальной плоскости линзы) [5] и дифракционной решётки Дамманна, формирующей распределение из 4 максимумов в фокальной плоскости. Проанализирована динамика энергоклада отдельных филаментов в среду в разных точках вдоль оси распространения мультифиламента и зависимость энергоклада от энергии лазерного импульса. Проведено сравнение полученных результатов с режимом амплитудно-регулируемой мультифиламентации. Рассмотрено влияние качества исходного пучка на структуру массива филаментов, сформированного с использованием данных двух типов ДОЭ.

Для изучения мультифиламентации использовалось излучение Ti:Sa лазерной системы с энергией импульса 1–20 мДж, длительностью 70 фс и центральной длиной волны 812 нм. Диаметр пучка составлял 7,5 мм по поперечному сечению, частота повторения – 10 Гц. Эксперименты проводились при дополнительной слабой фокусировке излучения, для чего использовались линзы с фокусными расстояниями 312 и 267 см. ДОЭ, сформированные на пластинках из плавленного кварца, помещались в пучок до компрессора, чтобы исключить влияние нелинейных эффектов внутри материала элементов. Для диагностики мультифиламентации использовались две взаимодополняющие методики: измерение поперечных распределений флюенса излучения (мод излучения) и широкополосная акустическая диагностика плазменных каналов [2]. Метод акустической диагностики позволяет разрешить структуру плазменных каналов мультифиламента и получить данные о линейной и объёмной плотности энергии излучения, поглощённой средой. Используемый в эксперименте детектор обеспечивает разрешение  $\approx 60$  мкм в поперечном направлении и  $\approx 7$  мм вдоль оси распространения излучения.

При использовании обоих типов оптических элементов (фазовой маски и решётки Дамманна) наблюдалось формирование 4 плазменных каналов. В случае фазовой маски эта структура сохранялась на большей части расстояний вдоль оси распространения излучения за исключением небольшой области в окрестности фокуса. В этой области в значительной части реализаций происходило формирование единого плазменного канала при резком нелинейном росте энергоклада. Это связано с существенным отличием моды исходного пучка от моды Гаусса и, как следствие, отличием моды пучка, преобразованного фазовой маской, от моды Эрмита – Гаусса. После филаментации в дальней зоне сохраняется структура излучения с 4 максимумами, что говорит об отсутствии протяжённой области нелинейного взаимодействия между филаментами. Формирование упорядоченной структуры плазменных каналов объясняется тем, что скачки фазы, вносимые маской в идеальный гауссов пучок, формируют линии нулевой интенсивности (вдоль линий разрыва фазы), что препятствует перекачке энергии между филаментами [3]. Отсутствие взаимодействия между филаментами в пучке, сформированном с помощью решётки Дамманна может быть обусловлено большим расстоянием между мак-

симулами в фокальной плоскости. При данном способе регуляризации полностью отсутствовала область слияния филаментов и нелинейного возрастания энерговклада. Таким образом, массив филаментов, сформированный с использованием решётки Даммана, обладает значительно большей устойчивостью к искажениям исходной моды пучка.

В обоих режимах объёмная и линейная плотность энергии, вложенной в среду, не увеличивается с ростом энергии лазерного импульса и не превышает значений, достигаемых в режиме одиночной филаментации при тех же условиях фокусировки (за исключением небольшой окрестности вблизи фокуса при филаментации с фазовой маской, где наблюдается существенный рост в тех реализациях, где наблюдалось слияние филаментов). В случае решётки Дамманна энерговклад даже немного уменьшается с ростом энергии вследствие смещения положения нелинейного фокуса в сторону линзы. Данный результат существенно отличает режим мультифиламентации с фазовой регуляризацией от амплитудно-регуляризованного режима мультифиламентации, при котором (при тех же условиях фокусировки) энерговклад в среду испытывает резкий нелинейный рост с увеличением энергии импульса [4, 5].

Таким образом, для создания массива филаментов при низком качестве исходного пучка использование дифракционной решётки Дамманна является предпочтительным по сравнению с фазовой маской. Отсутствие протяжённой области нелинейного взаимодействия в фазово-регуляризованных мультифиламентах препятствует получению высоких значений концентрации плазмы и интенсивности и формированию суперфиламентов.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, гранты 20-02-00195 и 18-52-16020. Д.В. Пушкарев и Е.В. Митина благодарят фонд развития теоретической физики и математики «БА-ЗИС» за финансовую поддержку. Д.В. Пушкарев также выражает благодарность за материальную поддержку международному сообществу оптики и фотоники SPIE.

#### Литература

1. Sun, X. Multiple filamentation generated by focusing femtosecond laser with axicon / X. Sun, H. Gao, B. Zeng et al. // Opt. Lett. 2012. Vol. 37. P. 857–859.
2. Kandidov, V.P. Towards a control of multiple filamentation by spatial regularization of a high-power femtosecond laser pulse / V.P. Kandidov, N. Akozbek, M. Scalora et al. // Appl. Phys. B. 2005. Vol. 80. P. 267–275.
3. Méchain, G. Organizing multiple femtosecond filaments in air / G. Méchain, A. Couairon, M. Franco et al. // Phys. Rev. Lett. 2004. Vol. 93. P. 035003.
4. Rohwetter, P. Laser multiple filamentation control in air using a smooth phase mask / P. Rohwetter, M. Queißer, K. Stelmazczyk et al. // Phys. Rev. A. 2008. Vol. 77. P. 013812.
5. Ларькин, А.С. Формирование мод Эрмита – Гаусса пучка мощного фемтосекундного лазерного излучения с помощью бинарно-фазовых дифракционных оптических элементов / А.С. Ларькин, Д.В. Пушкарев, С.А. Дегтярев и др. // Квантовая электроника. 2016. Т. 46, № 8. С. 733–737.
6. Uryupina, D.S. Laser optoacoustic diagnostics of femtosecond filaments in air using wideband piezoelectric transducers / D.S. Uryupina, A.S. Bychkov, D.V. Pushkarev et al. // Laser Phys. Lett. 2016. Vol. 13, № 9. P. 095401.
7. Pushkarev, D. Effect of phase front modulation on the merging of multiple regularized femtosecond filaments / D. Pushkarev, D. Shipilo, A. Lar'kin et al. // Laser Phys. Lett. 2018. Vol. 15. P. 045402.
8. Пушкарев, Д.В. Нелинейный рост энерговклада в среду при слиянии регуляризованных фемтосекундных филаментов / Д.В. Пушкарев, Е.В. Митина, Д.С. Урюпина и др. // Письма в ЖЭТФ. 2017. Т. 106, № 9. С. 545–548.
9. Pushkarev, D. Transverse structure and energy deposition by a subTW femtosecond laser in air: from single filament to superfilament / D. Pushkarev, E. Mitina, D. Shipilo et al. // New J. Physics. 2019. Vol. 21. P. 033207.

# ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАССЕЯНИЯ ЗВУКА НА ПОВЕРХНОСТИ МОРЯ И ПУЗЫРЬКАХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

*Д.Д. Разумов, М.Б. Салин, А.С. Досаев*

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

Разработан двухдоменный полуаналитический метод граничных элементов, позволяющий находить рассеяние плоской звуковой волны на «застывшей» поверхности воды произвольной формы, а также моделировать изменение комплексной огибающей рассеянного сигнала через серию статичных состояний поверхности, с использованием кинематического подхода. Метод основан на интегральном граничном условии, полученном на искусственной границе в форме полуокружности исходя из разложения поля давления во внешней области, и на интегральном уравнении Гельмгольца во внутренней области [1, 2]. Граница внутренней области может быть неодносвязной, что позволяет включить в модель пузырьки. Такие неудобные для аналитического рассмотрения случаи, как затенение, многократное отражение, большие значения параметра Рэлея, наша модель учитывает автоматически.

Приводятся спектрально-угловые характеристики рассеяния на поверхности моря. Отдельное внимание уделено способам задания формы этой поверхности, в том числе используются алгоритмы генерации взволнованной поверхности с учетом нелинейных гидродинамических эффектов [3]. Используется двумерная модель рассеяния, но существует возможность обобщения подхода для трехмерного случая.

Авторы выражают благодарность за поддержку Российскому фонду фундаментальных исследований (проект 18-35-20068).

## Литература

1. Шендеров Е.Л. Излучение и рассеяние звука. Л. : Судостроение, 1989. 304 с.
2. Stephen K. The boundary element method in acoustics. Integrated Sound Software, 1998. 136 p.
3. Zakharov V.E. New method for numerical simulation of a nonstationary potential flow of incompressible fluid with a free surface / Zakharov V.E., Dyachenko A.L., Vasilyev O.A. // J. Europ. Mech. B/Fluids. 2002. V. 21, № 3. P. 283–291.

# ВЛИЯНИЕ ТИПА БИСТАБИЛЬНОЙ ДИНАМИКИ ВНЕКЛЕТОЧНОГО МАТРИКСА МОЗГА НА ФОРМИРОВАНИЕ ПАТТЕРНА НЕЙРОННОЙ АКТИВНОСТИ

*М.А. Рожнова, Е.В. Панкратова, С.В. Стасенко, В.Б. Казанцев*

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

Взаимодействие нервных клеток в процессе передачи информационного сигнала осуществляется через синапсы – специфические места контактов терминалей пресинаптических нейронов и дендритов (или сомы) постсинаптических клеток. При этом в синаптическую щель выделяются специфические частицы-передатчики (нейромедиаторы – из мембраны пресинаптической клетки и глиотрансммиттеры – из мембраны астроцита, окружающего место контакта нервных клеток). Кроме данных компонентов, в процессе функционирования нервных клеток активное участие также принимают молекулы внеклеточного матрикса мозга (ВКМ). Так называемые перинеурональные сети, окружающие синапсы, играют важную роль в поддержании гомеостаза нейронных сетей, метапластичности и стабилизации синаптической связности, влияют на обучение и память. В частности, известно, что молекулы ВКМ, как компонент так называемого четырехчастного синапса [1–3], могут играть ключевую роль в патогенезе неврологических и психоневрологических расстройств. В здоровом же мозге баланс между сигналами, способствующими усилению или уменьшению пластичности, может быть локально модифицирован зависимой от активности секрецией и протеолитическим расщеплением молекул ВКМ [4]. Однако, несмотря на имеющиеся многочисленные результаты биологических экспериментов, подтверждающих обоснованность концепции «четырёхчастного синапса», особенности взаимодействия элементов в такой сложной четырехкомпонентной системе до сих пор недостаточно хорошо изучены.

В данной работе представлены результаты исследования математической модели взаимодействия молекул ВКМ и протеаз, описывающей изменение их концентраций при различных уровнях нейронной активности. Отметим, что рассматриваемая феноменологическая модель была предложена для описания гомеостатической регуляции активности нейронов молекулами ВКМ в работе [5], где для параметров, выбранных в области бистабильности (когда возможен переход от одного стационарного уровня концентрации молекул ВКМ к другому), авторами было показано, что модуляция синаптической передачи и порога генерации может привести к появлению двух стабильных уровней активности нейронов.

В результате дальнейшего исследования модели были получены разнообразные типы бистабильного поведения концентраций: сосуществование либо только стационарных состояний, либо стационарных и колебательных мод. На основе использования качественно-численных методов проведен анализ бифуркаций, приводящих к возникновению или исчезновению таких типов бистабильностей. Исследованы особенности паттернов нейронной активности, устанавливающихся при выборе параметров системы ВКМ в различных областях двухпараметрической бифуркационной диаграммы.

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ (проект 14.Y26.31.0022) – разработка модели, численное исследование характеристик динамических режимов и РФФИ (проект 17-02-01103а) – бифуркационный анализ.

## Литература

1. *Dityatev, A.* Extracellular matrix and synaptic functions / A. Dityatev, R. Frischknecht, C.I. Seidenbecher // *Results Probl. Cell Differ.* 2006. V. 43. P. 69–97.
2. *Chelini, G.* The tetrapartite synapse: a key concept in the pathophysiology of schizophrenia / G. Chelini, H. Pantazopoulos, P. Durning, S. Berretta // *Eur. Psychiatry.* 2018. V. 50. P. 60–69.
3. *Dityatev, A.* The dual role of the extracellular matrix in synaptic plasticity and homeostasis / A. Dityatev, M. Schachner, P. Sonderegger // *Nat. Rev. Neurosci.* 2010. V. 11. P. 735–746.
4. *Dityatev, A.* Molecular signals of plasticity at the tetrapartite synapse / A. Dityatev, D.A. Rusakov // *Current Opinion in Neurobiology.* 2011. V. 21, № 2. P. 353–359.
5. *Kazantsev, V.* A homeostatic model of neuronal firing governed by feedback signals from the extracellular matrix / V. Kazantsev, S. Gordleeva, S. Stasenko, A. Dityatev // *PLoS One.* 2012. V. 7. Art. e41646.



# ДЕТЕКТИРОВАНИЕ ШИРОКОПОЛОСНОГО ТЕРАГЕРЦОВОГО И СРЕДНЕГО ИНФРАКРАСНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ ИОНИЗАЦИИ ГАЗА ОПТИЧЕСКИМИ ЛАЗЕРНЫМИ ИМПУЛЬСАМИ

*Н.В. Введенский<sup>1,2</sup>, А.А. Романов<sup>1</sup>, А.А. Силаев<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

<sup>2</sup>Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

Один из методов детектирования широкополосного терагерцового излучения основан на измерении второй гармоники при взаимодействии зондирующего оптического лазерного импульса с газом в присутствии детектируемого поля при разных временах задержки [1, 2]. Генерация второй гармоники обычно рассматривается как результат четырехволнового смешения (с участием двух оптических фотонов и одного низкочастотного терагерцового фотона) из-за отклика нейтральных атомов и молекул или из-за пондеромоторной силы, действующей на свободные электроны. Поэтому считается, что край полосы детектирования ограничен обратной длительностью лазерного импульса [1, 2].

В этой работе мы показываем, что в широком диапазоне интенсивностей зондирующего оптического фемтосекундного импульса (который зависит от длины волны и сорта газа) доминирующий механизм генерации второй гармоники в присутствии терагерцового (или среднего ИК) поля может основываться на ионизационной нелинейности. В этом случае генерация второй гармоники происходит на временном масштабе ионизации газа, который намного короче длительности лазерного импульса из-за очень сильной зависимости скорости ионизации от напряженности электрического поля [3–5]. Помимо второй гармоники, в спектре электронного тока возникают другие интенсивные четные гармоники низкого порядка с такой же длительностью. Мы демонстрируем, что использование генерации четных гармоник для детектирования низкочастотного излучения в процессе ионизации соответствует гораздо более высокому разрешению, чем в традиционной схеме, основанной на четырехволновом смешении, что позволяет проводить эффективное детектирование широкополосного излучения в терагерцовом и среднем ИК-диапазонах.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 18-02-01150, 18-32-00951 и 20-32-70213).

## Литература

1. Xie, X. Coherent control of THz wave generation in ambient air / X. Xie, J. Dai, X.-C. Zhang // *Phys. Rev. Lett.* 2006. V. 96. P. 075005.
2. Lu, X. Zhang, Investigation of ultra-broadband terahertz time-domain spectroscopy with terahertz wave gas photonics / X. Lu, X.-C. Zhang // *Front. Optoelectron.* 2014. V. 7. P. 121.
3. Kostin, V.A. Ionization-induced multiwave mixing: terahertz generation with two-color laser pulses of various frequency ratios / V.A. Kostin, I.D. Laryushin, A.A. Silaev, N.V. Vvedenskii // *Phys. Rev. Lett.* 2016. V. 117. P. 035003.
4. Silaev, A.A. Ionization mechanism of the generation of tunable ultrashort pulses in the mid-infrared range / A.A. Silaev, V.A. Kostin, I.D. Laryushin, N.V. Vvedenskii // *JETP Letters.* 2018. V. 107. P. 151.
5. Kostin, V.A. Generation of few- and subcycle radiation in midinfrared-to-deep-ultraviolet range during plasma production by multicolor femtosecond pulses / V.A. Kostin, N.V. Vvedenskii // *Phys. Rev. Lett.* 2018. V. 120. P. 065002.

# АНАЛИЗ АВТОМОДЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ УСИЛЕНИЯ И ГЕНЕРАЦИИ ИМПУЛЬСОВ В ПРИБОРАХ ЧЕРЕНКОВСКОГО ТИПА

*А.А. Ростунцова<sup>1,2</sup>, Н.М. Рыскин<sup>2,3</sup>*

<sup>1</sup>Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

<sup>2</sup>Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

<sup>3</sup>Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН

Одной из актуальных задач вакуумной электроники является генерация мощных ультракоротких импульсов СВЧ-излучения. Известно, что повышение пиковой мощности при одновременном уменьшении эффективной длительности импульсов возможно при их распространении вдоль прямолинейных электронных потоков (ЭП). На основе результатов исследований, представленных в ряде работ, например, [1, 2], можно говорить о том, что эволюция импульса в таких процессах проявляет свойство автомодельности, т. е. самоподобия.

В настоящей работе представлены результаты детального сравнения найденных аналитически автомодельных решений с результатами численного моделирования распространения импульсов в усилителях типа лампы бегущей волны (ЛБВ) и генераторах типа лампы обратной волны (ЛОВ).

Рассматривались уравнения нелинейной нестационарной теории ЛБВ/ЛОВ в приближении малого изменения скорости электронов в процессе взаимодействия [3]:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} = - \left( 1 + v \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right)^{3/2} \operatorname{Re} (F e^{i\theta}), \quad (1)$$

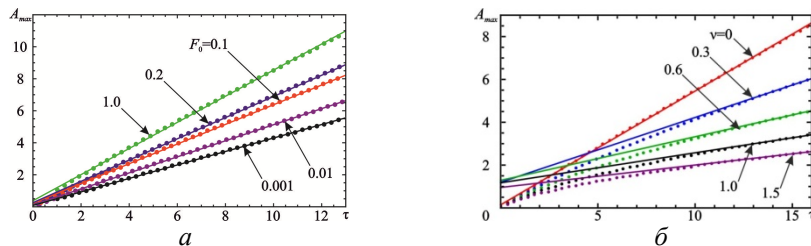
$$\frac{\partial F}{\partial \tau} \pm \frac{\partial F}{\partial \xi} = - \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-i\theta} d\theta_0. \quad (2)$$

В уравнении (2) верхний знак соответствует взаимодействию ЭП с прямой электромагнитной волной в ЛБВ, а нижний – с обратной волной в ЛОВ. Также был рассмотрен случай малого изменения как скорости, так и энергии электронов (далее – приближение малого изменения энергии), для которого уравнение возбуждения (2) остается без изменений, а уравнение движения электронов (1) принимает вид

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} = - \operatorname{Re} (F e^{i\theta}). \quad (3)$$

В (1)–(3)  $\theta$  – фаза электрона относительно волны,  $F$  – безразмерная амплитуда поля,  $\xi$  и  $\tau$  – безразмерные координата и время соответственно,  $v$  – параметр, зависящий от начального масс-фактора электрона  $\gamma_0$  и параметра усиления Пирса  $C$ ,  $\theta_0$  – начальная фаза электрона.

Групповой анализ представленных выше уравнений позволил выявить ряд симметрий исследуемой системы, в частности для обоих приближений были найдены автомодельные решения, описывающие одновременно усиливающийся и сжимающийся импульс.



**Рис. 1.** Зависимость величины максимума импульса от времени в ЛБВ: *a* – при различных начальных амплитудах  $F_0$  в приближении малого изменения энергии, *б* – при различных значениях  $v$  в приближении малого изменения скорости

Сопоставление с результатами компьютерного моделирования показало, что найденные решения соответствуют усилению коротких импульсов в ЛБВ и их генерации в ЛОВ, так как основные характеристики таких импульсов при численных расчетах зависят от времени в соответствии с аналитическими законами, полученными из вида найденных автомодельных подстановок. Так, амплитуда импульса растет линейно с течением времени  $\tau$  в обоих приближениях (рис. 1), а ширина сокращается пропорционально  $\tau^{-1/2}$  для уравнений (2), (3) и пропорционально  $\tau^{-2}$  для уравнений (1), (2).

Также в рамках работы представлено исследование влияния других управляющих параметров (величина и форма начального возмущения, длина системы, параметр  $\nu$ ) на поведение импульсов. Так, например, ЛОВ является принципиально ограниченной в пространстве системой, поэтому поведение импульса существенным образом зависит от ее длины. Связанные с этим эффекты подробно рассмотрены в работе [4].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант 19-72-10119).

### Литература

1. Рыскин Н.М., Гинзбург Н.С., Зотова И.В. Автомодельные режимы усиления и компрессии электромагнитных импульсов при взаимодействии с электронными потоками // Письма в ЖТФ. 2013. Т. 39, № 9. С. 86–94.
2. Эффекты усиления, компрессии и самоиндуцированной прозрачности при распространении ультракоротких электромагнитных импульсов вдоль квазистационарных электронных потоков / Гинзбург Н.С., Зотова И.В., Сергеев А.С. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 2011. Т. 54, № 8/9. С. 588–606.
3. Гинзбург Н.С., Кузнецов С.П., Федосеева Т.Н. Теория переходных процессов в релятивистской ЛОВ // Изв. вузов. Радиофизика. 1978. Т. 21, № 7. С. 1037–1052.
4. Ростунцова А.А., Рыскин Н.М. Об автомодельном характере генерации импульсов сверхизлучения в электронно-волновом генераторе обратной волны // ЖЭТФ. 2018. Т. 154, № 4 (10). С. 691–697.

# ВОССТАНОВЛЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ УЭПР ОТ ПАРАМЕТРОВ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ В УРАГАНАХ НА ОСНОВЕ СОВМЕЩЕНИЯ ДАННЫХ SENTINEL-1 С ДАННЫМИ РАДИОМЕТРА SFMR

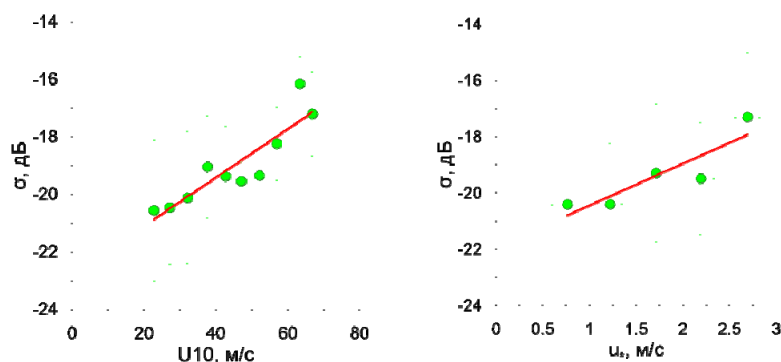
*Н.С. Русаков, Е.И. Поплавский, О.С. Ермакова, Ю.И. Трошкая, Д.А. Сергеев, Г.Н. Баландина*

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

Восстановление зависимости сечения обратного рассеяния водной поверхности от скорости ветра и других параметров атмосферного пограничного слоя является важной прикладной задачей. Такие зависимости используются для построения геофизических модельных функций (ГМФ), позволяющих восстанавливать скорость ветра на метеорологической высоте из данных дистанционного зондирования. Однако при экстремальных скоростях ветра, достигаемых в тропических циклонах, наблюдается насыщение рассеянного сигнала на прямой поляризации, что делает невозможным восстановление параметров пограничного слоя [1]. Данная проблема была решена использованием кроссполяризованного сигнала, сохраняющего чувствительность к изменениям скорости ветра и при высоких скоростях [1]. Для построения этих зависимостей необходимо производить калибровку спутниковых данных на натурные измерения параметров атмосферного пограничного слоя. Однако совмещение данных дистанционного зондирования и подспутниковых измерений затрудняется рядом факторов и характеризуется недостатком данных для статистической обработки. В связи с этим появляется необходимость увеличения набора данных для анализа. В настоящей работе с этой целью используются радиометрические данные SFMR, основным преимуществом которого является большой набор данных и их совмещенность с результатами измерений с падающих GPS-зондов.

Рассеянный сигнал от водной поверхности определяется ее шероховатостью, которая зависит от динамической скорости ветра [2]. Данный параметр пограничного слоя может быть получен из измеренных GPS-зондами вертикальных профилей скорости ветра в тропическом циклоне, осредненных по статистическому ансамблю. SFMR – пассивный радиолокационный прибор, измеряющий микроволновое излучение, исходящее от водной поверхности, в диапазоне частот от 4,6 до 7,2 ГГц. Используя аппроксимации зависимостей принимаемого излучения от натуральных данных, полученных ранее в специальных метеорологических операциях [3], SFMR предоставляет данные о приповерхностной скорости ветра на высоте 10 м. С целью восстановления значения динамической скорости ветра из данных SFMR была произведена калибровка излучательной способности на динамическую скорость ветра.

В качестве источника данных дистанционного зондирования были использованы радиолокационные снимки Sentinel-1 на перекрестной поляризации IWS-моды. Было обнаружено 3 изображения «глаза» для ураганов Irma (2017/09/07) и Maria (2017/09/21, 2017/09/23), для которых возможно произвести совмещение данных SFMR. В результате были получены зависимости УЭПР от скорости ветра и динамической скорости (рис. 1).



**Рис. 1.** Бинированные зависимости УЭПР от скорости ветра и динамической скорости, красная линия – линейная аппроксимация

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, проект 19-17-00209 (сбор и обработка массива данных GPS-зондов); государственного задания, проект 0030-2019-0020, и Российского фонда фундаментальных исследований, проекты 19-05-00249, 19-05-00366, 18-35-20068 (сбор и

обработка данных дистанционного зондирования, совмещение натуральных данных и данных дистанционного зондирования).

### Литература

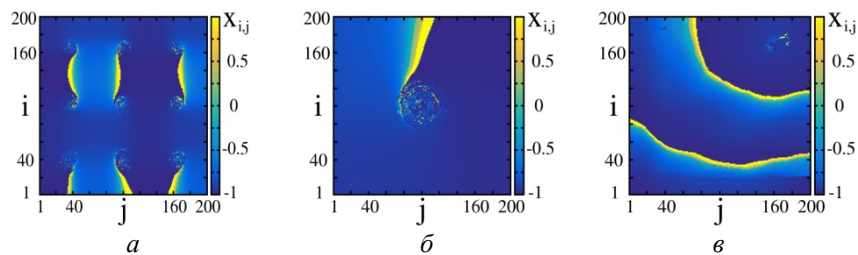
1. *Zhang B.* Cross-polarized synthetic aperture radar: a new potential measurement technique for hurricanes / B. Zhang, W. Perrie // *Bull. Am. Met. Soc.* 2012. V. 93, iss. 4. P. 531–541. DOI: 10.1175/BAMS-D-11-00001.1.
2. *Troitskaya Y.* Laboratory study of cross-polarized radar return under gale-force wind conditions / Y. Troitskaya, A. Ermoshkin, E. Zuikova, V. Kazakov, D. Sergeev, A. Kandaurov, O. Ermakova, V. Abramov // *Int. J. Remote Sens.* 2016. V. 37, № 9. P. 1981–1989. DOI: 10.1080/01431161.2016.1160301.
3. *Uhlhorn E.W.* Hurricane surface wind measurements from an operational stepped frequency microwave radiometer / E.W. Uhlhorn, P.G. Black, J.L. Franklin, M. Goodberlet, J. Carswell, A.S. Goldstein // *Monthly Weather Review.* 2007. V. 135. P. 3070–3085.

# СПИРАЛЬНЫЕ И КОНЦЕНТРИЧЕСКИЕ ХИМЕРЫ В ДВУМЕРНОЙ РЕШЕТКЕ НЕЛОКАЛЬНО-СВЯЗАННЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ

*Е.В. Рыбалова, А.В. Бух, Г.И. Стрелкова, В.С. Анищенко*

Саратовский национальный исследовательский государственный университет

Исследования пространственно-временных структур в активных нелинейных средах и их моделях имеют многолетнюю историю, но остаются актуальными и в настоящее время [1, 2]. Во многом этот интерес обусловлен открытием нового типа пространственных структур, названных химерами [3, 4], которые представляют собой сосуществование в ансамбле (или среде) относительно устойчивых кластеров с синхронной (когерентной) и асинхронной (некогерентной) динамикой. В настоящей работе исследуются автоволновые пространственно-временные структуры, такие как спиральные и концентрические волны. Указанные структуры наблюдались многими авторами в двумерных ансамблях осцилляторов с локальной связью. Исследования динамики двумерных ансамблей с введением нелокальной связи выявили возможность реализации спирально-волновых химерных структур [5, 6]. Как было показано недавно [7, 8], химерные структуры могут наблюдаться и в ансамблях, в которых возбуждаются концентрические волны.



**Рис. 1.** Примеры автоколебательных химерных структур, реализуемых в решетке нелокально-связанных отображений Рутькова: спирально-волновая химера с девятью некогерентными ядрами (а), с одним некогерентным ядром (б); химерная структура на основе концентрической волны (в)

В настоящей работе исследуется динамика двумерного ансамбля нелокально-связанных дискретных осцилляторов Рутькова, которые моделируют динамику нейронов [9]. Результаты проведенных численных исследований показали, что в данном ансамбле при вариации силы связи между осцилляторами и радиуса нелокальной связи можно наблюдать автоволновые структуры в виде спиральных волн и спирально-волновых химер с различным числом ядер некогерентности (рис. 1, а, б).

Показана возможность существования в ансамбле режима концентрических волн. Реализован режим новой химерной структуры, возникающей на основе концентрических волн (рис. 1, в). Этот результат обосновывает тот факт, что указанная химерная структура, впервые описанная применительно к ансамблю генераторов Ван дер Поля [7], может быть реализована и в других системах и, по нашему мнению, является типичной для ансамблей, реализующих режим концентрических волн. Установлена возможность индуцированного шумовым воздействием подавления спиральных волн с переходом в режим концентрических волн [8].

Исследование выполнено при финансовой поддержке Немецкого физического общества (проект SFB 910). Е.В.Р. и В.С.А. благодарят за финансовую поддержку РФФИ и DFG в рамках исследовательского проекта 20-52-12004 (получение результатов, написание текста), А.В.Б. благодарит за финансовую поддержку РФФИ в рамках научного проекта 19-32-90005 (анализ результатов).

## Литература

1. Kuramoto, Y. Chemical oscillations, waves and turbulence. Berlin : Springer-Verlag, 1984.
2. Nicolis, G. Introduction to nonlinear science / G. Nicolis, G. Nicolis. Cambridge : Cambridge university press, 1995. 270 p.
3. Kuramoto, Y. Coexistence of coherence and incoherence in nonlocally coupled phase oscillators / Y. Kuramoto, D. Battogtokh // Nonlinear Phenomena in Complex Systems. 2002. V. 5, № 4. P. 380–385.
4. Abrams, D.M. Chimera states for coupled oscillators / D.M. Abrams, S.H. Strogatz // Physical Review Letters. 2004. V. 93, № 17. P. 174102.
5. Shima, S. Rotating spiral waves with phase-randomized core in nonlocally coupled oscillators / S. Shima, Y. Kuramoto // Physical Review E. 2004. V. 69, № 3. P. 036213.
6. Panaggio, M.J. Chimera states on a flat torus / M.J. Panaggio, D.M. Abrams // Physical Review Letters. 2013. V. 110, № 9. P. 094102.

7. *Bukh, A.V.* Spiral, target, and chimera wave structures in a two-dimensional ensemble of nonlocally coupled van der Pol oscillators / A.V. Bukh, V.S. Anishchenko // *Technical Physics Letters*. 2019. V. 45, № 7. P. 675–678.
8. *Rybalova, E.* Spiral and target wave chimeras in a 2D lattice of map-based neuron models / E. Rybalova, A. Bukh, G. Strelkova, V. Anishchenko // *Chaos : an interdisciplinary journal of nonlinear science*. 2019. V. 29, № 10. P. 101104.
9. *Rulkov, N.F.* Modeling of spiking-bursting neural behavior using two-dimensional map // *Physical Review E*. 2002. V. 65, № 4. P. 041922.

## СТРУКТУРА ПЛОСКИХ УДАРНЫХ ВОЛН В ИЗОЭНТРОПИЧЕСКИ НЕУСТОЙЧИВОЙ СРЕДЕ

*Д.С. Рящиков<sup>1,2</sup>, Н.Е. Молевич<sup>1,2</sup>, Д.И. Завершинский<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>Самарский государственный университет

<sup>2</sup>Самарский филиал Физического института им. П.Н. Лебедева РАН

Тепловые неустойчивости оказывают значительное влияние на динамику акустических возмущений. Их появление обусловлено влиянием неадиабатических процессов нагрева  $Q$  и охлаждения  $L$ , мощность которых зависит от температуры и плотности среды. Влияние неадиабатических процессов обычно описывают с помощью функции тепловых потерь  $W = L - Q$ , причём в стационарном состоянии с плотностью  $\rho_0$  и температурой  $T_0$  неадиабатические процессы компенсируют друг друга, то есть  $W(\rho_0, T_0) = 0$ . Любое начальное возмущение приводит к дисбалансу между нагревом и охлаждением и возникновению обратной связи между возмущением и тепловыделением. В данной работе рассматривается тепловая неустойчивость изоэнтروпического типа (см. [1]), которая приводит к усилению акустических волн.

В работе [2] впервые была высказана гипотеза о том, что изоэнтропическая неустойчивость приводит к укрупнению волнового фронта и образованию ударных волн. Подтвердить эту гипотезу и аналитически описать структуру ударных волн в изоэнтропически неустойчивой газовой среде с источником тепловыделения, зависящим от температуры и плотности, удалось в [3] с помощью полученного авторами нелинейного акустического уравнения (НАУ). Данное уравнение впервые позволило определить типы формирующихся ударных волн и рассчитывать их характеристики. Численное моделирование полной системы уравнений показало, что одна из структур является автоволной: любое малое начальное возмущение эволюционирует в структуру, параметры которой не зависят от начальных условий, а зависят лишь от вида функции тепловыделения. В приближении слабых ударных волн параметры этой структуры, имеющей форму ударно-волнового импульса, полностью описываются аналитически с помощью НАУ. Стоит отметить, что полученное НАУ с точностью до коэффициентов совпало с аналогичным нелинейным уравнением, описывающим нелинейные структуры (в том числе и ударные волны) в колебательно-возбуждённом газе с экспоненциальным законом релаксации [4]. Это позволило сделать вывод о том, что динамика акустических возмущений в релаксирующей и тепловыделяющих средах качественно совпадает несмотря на различие протекающих в них физических процессов.

Однако применимость НАУ ограничена случаем слабого усиления/затухания, что в случае изоэнтропической неустойчивости позволяет описать только ударные волны малой амплитуды. В данной работе мы предлагаем метод, который может описать формирующиеся стационарные (сохраняющие свою форму в движущейся со скоростью волны системе отсчёта) нелинейные структуры без ограничения на амплитуду волны в изоэнтропически неустойчивой тепловыделяющей среде без учёта диссипации. Данный метод аналогичен подходу, используемому для описания нелинейных структур в среде с релаксацией [5–7], и основан на использовании адиабат. Для этого вводятся так называемые замороженная (адиабата Рэнкина – Гюгонио) и равновесная (кривая  $W(\rho, T) = 0$ ) адиабаты. В дополнение к ним на диаграмме  $P - V$  строится прямая Рэля – Михельсона, угол наклона которой позволяет определить скорость стационарных структур, а точки пересечения с замороженной и равновесной адиабатами – величину скачка на фронте ударной волны и значения плотности и давления за фронтом ударной волны соответственно. Для определения формы ударной волны в промежуточных точках с помощью законов сохранения было получено выражение, интегралом которого является функция плотности от координаты. Полученная формула применима также и для тепловыделяющих сред, которые являются устойчивыми, а источник тепловыделения приводит к дополнительной диссипации волн.

Предложенный метод позволяет определить параметры нелинейных структур, в том числе и параметры автоволнового импульса, в межзвёздной среде. Последующее обобщение метода может применяться для описания формы волновых структур в корональной плазме, распространение которых может быть описано с помощью системы уравнений магнитной гидродинамики.

Работа поддержана Минобрнауки РФ в рамках государственного задания вузам и научным организациям (проект FSSS-2020-0014) и грантом РФФИ в рамках научного проекта 18-32-00344.



## Литература

1. *Field, G.B.* Thermal instability / G.B. Field // The Astrophysical Journal. 1965. Vol. 142. P. 531–567.
2. *Краснобаев, К.В.* Квазиэнтропические нелинейные волны в газе с тепловой неустойчивостью / К.В. Краснобаев, В.Ю. Тарев // Астрономический журнал. 1987. Т. 64, № 6. С. 1210–1219.
3. *Molevich, N.E.* Traveling self-sustained structures in interstellar clouds with the isentropic instability / N.E. Molevich, D.I. Zavershinsky, R.N. Galimov, V.G. Makaryan // Astrophysics and Space Science. 2011. Vol. 334, № 1. P. 35–44.
4. *Макарян, В.Г.* Новые стационарные структуры в акустически активной среде / В.Г. Макарян, Н.Е. Молевич // Письма в ЖТФ. 2003. Т. 29, № 18. С. 11–15.
5. *Зельдович, Я.Б.* Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений / Я.Б. Зельдович, Ю.П. Райзер. – М. : Гос. изд-во физико-матем. лит-ры, 1963. – 632 с.
6. *Ландау, Л.Д.* Гидродинамика / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М. : Наука, 1986. – 736 с.
7. *Галимов, Р.Н.* Структура и бифуркации плоских ударных волн в колебательно-возбужденном газе с внешним источником накачки / Р.Н. Галимов, Н.Е. Молевич // Известия РАН МЖГ. 2009. № 1. С. 188–202.

**ИССЛЕДОВАНИЕ  
КВАНТОВО-ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКОГО КАСКАДА,  
ВОЗНИКАЮЩЕГО ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ  
ЭКСТРЕМАЛЬНО ИНТЕНСИВНОГО  
ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ  
С ТВЕРДОТЕЛЬНОЙ МИШЕНЬЮ**

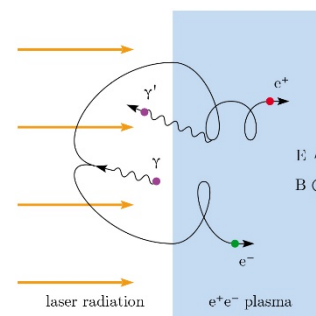
*А.С. Самсонов, И.Ю. Костюков, Е.Н. Неруш*

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

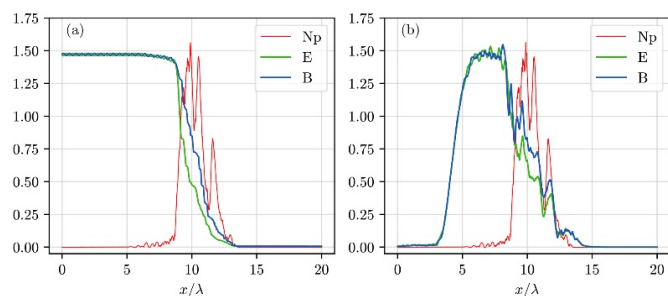
Стремительный прогресс технологий петаваттных лазеров (ELI [1], Vulcan [2]), наблюдаемый в последнее время, привлекает большой интерес к исследованиям в области взаимодействия экстремальных электромагнитных полей с веществом. Амплитуда электромагнитного поля, которую можно будет достичь в экспериментах на таких установках, может достигать характерного релятивистского поля для ионов  $E_0 = mc\omega_L/q \approx 5,9 \cdot 10^{15}$  В/м (где  $q$ ,  $m$  – заряд и масса частицы,  $c$  – скорость света,  $\omega_L$  – частота лазера; численное значение приведено для протона) и всего на несколько порядков меньше критического поля Швингера  $E_S = m_e^2 c^3 / e \hbar \approx 1,34 \cdot 10^{18}$  В/м, где  $m_e$  – масса электрона,  $\hbar$  – постоянная Планка,  $e > 0$  – модуль заряда электрона. В таких сильных полях начинают проявляться квантово-электродинамические (КЭД) эффекты, такие как распад гамма-фотонов на электрон-позитронную пару и нелинейное комптоновское рассеяние [3]. Вместе эти два процесса могут приводить к развитию КЭД-каскадов. В данной работе исследуется такой каскад, возникающий при взаимодействии единичного интенсивного лазерного импульса ( $E_{\max} \sim 10^3 E_{0,el}$ ) с твердотельной мишенью ( $n_e \sim 10^{23}$  см<sup>-3</sup>). Анализ численного моделирования процесса указывает на следующее характерное течение процесса взаимодействия. На начальной стадии импульс силой радиационного давления сжимает мишень в тонкую плёнку и происходит ускорение ионов. Далее между мишенью и лазерным импульсом образуется неоднородная электрон-позитронная плазма, которая частично поглощает излучение, что приводит к снижению эффективности ускорения ионов. После этого КЭД-каскад начинает развиваться в самоподдерживающемся режиме. При этом передний (по отношению к лазерному импульсу) фронт распределения электрон-позитронной плазмы распространяется навстречу лазерному импульсу до момента, пока всё излучение полностью не поглотится.

Механизм поддержания КЭД-каскада становится ясным при рассмотрении конфигурации поля внутри электрон-позитронной плазмы. Оказывается, что структура поля близка к циркулярно-поляризованной волне с перпендикулярными электрической и магнитной компонентами, и поле затухает в плазме на масштабе в несколько длин волн. Ключевая особенность этой конфигурации – преобладание магнитного поля над электрическим. В таком поле траектории частиц представляют собой винтовые линии. В лабораторной системе отсчёта электроны и позитроны в среднем обгоняют фронт каскада, однако из-за вращения частиц их мгновенная скорость вдоль оси  $x$  иногда может быть меньше скорости фронта. В такие моменты частицы могут излучить гамма-квант, который попадёт в вакуумную область и родит в сильном поле новую пару. Эта пара затем ускорится полем и попадёт обратно в плазму, и процесс повторится (рис. 1).

Основываясь на данном механизме, была разработана модель распространения фронта каскада, которая позволяет связать среднюю продольную скорость частиц каскада и скорость его фронта [4]. Также была разработана модель распределения электромагнитного поля внутри электрон-позитронной плазмы. Считая, что задача одномерная и распределение электрон-позитронной плазмы медленно изменяется, с помощью асимптотической теории движения электрона в условиях сильных радиационных потерь [5] можно явным образом записать ток в уравнениях Максвелла и решить их численно. Пример такого решения представлен на рис. 2.



**Рис. 1.** Схема развития самоподдерживающегося КЭД-каскада



**Рис. 2.** Численное решение модельных уравнений для распределения плазмы  $N_p$  (a) и распределение полей (b), взятые из численного моделирования

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 18-32-01061.

### Литература

1. <https://eli-laser.eu>.
2. <https://www.clf.stfc.ac.uk/Pages/Vulcan-2020.aspx>.
3. Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М. Квантовая электродинамика. М. : Наука, 1989. 728 с.
4. Samsonov, A.S. Laser-driven vacuum breakdown waves / A.S. Samsonov, E.N. Nerush, I.Yu. Kostyukov // Sci. Rep. 2019. V. 9, № 1. Art. 11133.
5. Samsonov, A.S. Asymptotic electron motion in the strongly-radiation-dominated regime / A.S. Samsonov, E.N. Nerush, I.Yu. Kostyukov // Phys. Rev. A. 2018. V. 98, № 5. Art. 053858.

# ДИНАМИКА НЕЛИНЕЙНЫХ ВОЛН УРАВНЕНИЯ СИНОС-ГОРДОНА В МОДЕЛИ С ТРЕМЯ ПРИТЯГИВАЮЩИМИ ПРИМЕСЯМИ

*К.Ю. Самсонов<sup>1</sup>, А.М. Гумеров<sup>2</sup>, Р.В. Кудрявцев<sup>3</sup>, Е.Г. Екомасов<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>Тюменский государственный университет

<sup>2</sup>Башкирский государственный университет, Уфа

<sup>3</sup>Институт физики молекул и кристаллов УНЦ РАН, Уфа

В современной теории нелинейных колебаний и волн для более общего и точного описания физических процессов нужны нелинейные дифференциальные уравнения, интенсивные исследования которых начались в 1960-х годах. Исследование нелинейных волновых процессов позволило сделать ряд фундаментальных открытий. Также были найдены решения, которые описывают уединённые волны, сохраняющие свою форму и скорость во времени, в том числе при взаимодействии друг с другом, – солитоны. Открытие новых солитонных решений, описание их свойств и поведение интересно изучать как с фундаментальной, так и с прикладной точки зрения. Одним из интенсивно изучаемых нелинейных дифференциальных уравнений является уравнение синус-Гордона (УСГ), которое является континуальным приближением модели Френкеля – Конторовой. УСГ находит широкое применение, к примеру, в описании динамики дислокаций в кристаллах, доменных границ в магнетиках, макромолекулы ДНК и т. д. Один из часто используемых при проведении теоретических исследований способов получения модификаций УСГ, необходимых при описании приложений, заключается в учёте пространственной неоднородности периодического потенциала (или примеси) [1, 2]. В данной работе исследуется нелинейная динамика солитонных решений уравнения синус-Гордона в модели с тремя одинаковыми притягивающими примесями.

С помощью метода коллективных переменных (координаты центра кинка и амплитуд примесных мод) получены интегро-дифференциальные динамические уравнения, описывающие одномерную динамику рассеяния кинков УСГ на трёх притягивающих точечных примесях, с учётом возбуждения примесных мод, в присутствии внешней силы и диссипации. Исследованы некоторые частные случаи, например изучены колебания локализованных волн и динамика кинка при наличии трёх одинаковых примесей, находящихся на одинаковом расстоянии друг от друга. Описаны особенности возможных вариантов эволюции кинка, изменения его структуры, динамических характеристик в зависимости от начальной скорости кинка и от расстояния между примесями. Найдены условия для возникновения различных резонансных эффектов, связанных с динамикой кинка: резонансного отражения от притягивающей примеси и «квазитуннелирования». Показано, что процесс рассеяния энергии кинком на примеси можно рассматривать как новый «канал затухания» движущегося кинка.

Показано, что уравнения, описывающие колебания амплитуд локализованных волн на примесях в отсутствие кинка и диссипации, имеют вид

$$\begin{cases} \ddot{a}_1 + a_1\omega_1^2 + a_2k_{12} + a_3k_{13} = 0, \\ \ddot{a}_2 + a_2\omega_2^2 + (a_1 + a_3)k_{21} = 0, \\ \ddot{a}_3 + a_3\omega_3^2 + a_1k_{13} + a_2k_{12} = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь  $a_1, a_2, a_3$  – амплитуды примесных мод, локализованных на первой, второй и третьей примесях,  $\omega_1^2, \omega_2^2, \omega_3^2, k_{12}, k_{21}, k_{13}$  – параметры, связанные с размерами примеси и расстоянием примесей друг от друга. Найдены аналитические решения (1), которые представляют собой сумму трёх гармонических колебаний с частотами, зависящими от размера примеси и расстояния примесей друг от друга. Изучены возможные сценарии связанных колебания локализованных волн. Определено наличие критического значения расстояния между примесями, которое приводит к качественно различным сценариям динамического поведения локализованных волн. Проведено сравнение с ранее изученным случаем двух разных примесей [3]. Предложены способы использования примесей как генератора для возбуждения различного вида мультисолитонов.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 18-31-00122.

## Литература

1. *Ekomasov E.G., Gumerov A.M., Kudryavtsev R.V.* Resonance dynamics of kinks in the sine-Gordon model with impurity, external force and damping // *Journal of Computational and Applied Mathematics*. 2017. V. 312. P. 198–208.
2. *Ekomasov E.G., Gumerov A.M., Murtazin R.R.* Interaction of sine-Gordon solitons in the model with attracting impurities // *Mathematical Methods in the Applied Sciences*. 2016. V. 40, № 17. P. 6178–6186.

3. *Gumerov A.M., Ekomasov E.G., Kudryavtsev R.V.* One-dimensional dynamics of magnetic inhomogeneities in a three- and five-layer ferromagnetic structure with different values of the magnetic parameters // *Journal of Physics: Conference Series*. VII Euro-Asian Symposium "Trends in Magnetism". 2019. V. 1389. P. 012004 (1–6).

## УСЛОВИЯ КОНДЕНСАЦИИ МАГНОНОВ В АНТИФЕРРОМАГНЕТИКАХ ПРИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ НАКАЧКЕ

*А.Р. Сафин<sup>1,2</sup>, Д.В. Калябин<sup>1,3</sup>, С.А. Никитов<sup>1,3</sup>*

<sup>1</sup>Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, Москва

<sup>2</sup>Национальный исследовательский университет «МЭИ», Москва

<sup>3</sup>Московский физико-технический институт, Долгопрудный

Бозе-эйнштейновская конденсация (БЭК) квазичастиц выражается в формировании коллективного и когерентности квантового поведения, объединяющего макроскопическое число бозонов [1, 2]. Существует два способа наблюдения БЭК: уменьшение температуры системы и увеличение концентрации частиц. Образование БЭК элементарных магнитных возбуждений – магнонов – в магнитных материалах наблюдалось в [3]. Вместе с тем в [1] с помощью мандельштам-бриллюэновской спектроскопии было произведено наблюдение БЭК магнонов при комнатной температуре, что достигалось значительным увеличением концентрации частиц, вызванным параметрической накачкой магнонов. В качестве среды для наблюдения была выбрана плёнка железо-иттриевого граната (ЖИГ), помещённая во внешнее постоянное магнитное поле. Контролировать величину концентрации квазичастиц в ЖИГ, помимо мощности накачки, можно путём изменения величины постоянного магнитного поля.

Ранее теоретически была показана возможность осуществления квантовых логических операций с помощью БЭК магнонов в плёнке ЖИГ [4]. Вместе с тем для экспериментального осуществления квантовых логических операций на основе БЭК магнонов необходимо реализовать достаточно большие времена декогеренции (порядка миллисекунд и более) и существования когерентности в БЭК. Для этого в [5, 6] было предложено использовать антиферромагнитные (АФМ) материалы для наблюдения БЭК, что, с одной стороны, может дать возможность увеличить время когерентности, а с другой – понизить критический порог по величине амплитуды накачки. В данной работе исследовано образование БЭК магнонов в АФМ при параметрической накачке и квантовые логические операции на магнонах. В качестве базовой модели был взят гамильтониан для двухподрешёточного антиферромагнетика с учётом обменной энергии, одноосной анизотропии, взаимодействий Дзялошинского – Мориа и Зеемана и параметрической накачки. Был произведён переход к вторично-квантованному гамильтониану в импульсном пространстве и рассчитан закон дисперсии магнонов в АФМ. Показано, что, увеличивая значение постоянного магнитного поля, можно значительно снизить уровень критической амплитуды накачки, при которой наступает конденсация магнонов в АФМ при увеличении времени когерентности, что может использоваться для квантовых логических операций.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ 19-19-00607.

### Литература

1. *Demokritov, S.O.* Bose-Einstein condensation of quasi-equilibrium magnons at room temperature under pumping / S.O. Demokritov, V.E. Demidov, O. Dzyapko, G.A. Melkov, A.A. Serga, B. Hillebrands, A.N. Slavin // *Nature*. 2006. Vol. 443. P. 430–433.
2. *Дзяпко, О.* Кинетика и бозе-эйнштейновская конденсация параметрически возбуждённых магнонов при комнатной температуре / О. Дзяпко, В.Е. Демидов, С.О. Демокритов // *Успехи физических наук*. 2010. Т. 180, № 8. С. 890–894.
3. *Буньков, Ю.М.* Спиновая сверхтекучесть и бозе-эйнштейновская конденсация магнонов // *Успехи физических наук*. 2010. Т. 180, № 8. С. 884–889.
4. *Andrianov, S.N.* Magnon qubit and quantum computing on magnon Bose-Einstein condensates / S.N. Andrianov, S.A. Moiseev // *Phys. Rev. A*. 2014. Vol. 90. Art. 042303.
5. *Arakawa, N.* Stabilizing mechanism for Bose-Einstein condensation of interacting magnons in ferrimagnets and ferromagnets // *Phys. Rev. Lett.* 2018. Vol. 121. Art. 187202.
6. *Arakawa, N.* Controlling stability of Bose-Einstein condensation of interacting magnons in an antiferromagnet by an external magnetic field // *Phys. Rev. B*. 2019. Vol. 99. Art. 014405.

# УПРАВЛЕНИЕ АНСАМБЛЕМ КВАНТОВЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ С ПОМОЩЬЮ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ НАКАЧКИ НЕЛИНЕЙНОГО ЭЛЕМЕНТА

*О. Сафина<sup>1,2</sup>, Дж. Циронис<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Научно-технологический центр уникального приборостроения РАН, Москва

<sup>2</sup>Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС», Москва

Изучение джозефсоновских переходов (ДП) является важной частью современной науки. Их используют для создания стандартов напряжения, нейроморфных вычислений, малошумящих приемников. В последнее время ДП активно исследуются в контексте квантовых вычислений, в частности для создания квантовых битов, или кубитов [1]. Привлекательность ДП для этих целей обусловлена малым затуханием, что делает возможным достижение больших времен когерентности. В свете этого актуальной является задача создания ансамблей ДП и описания их взаимодействия.

Ранее был предложен механизм осуществления квантовых операций путем параметрической накачки нелинейного элемента в системе двух связанных квантовых осцилляторов [2]. Продемонстрированы двухкубитовые квантовые операции, однако для осуществления многокубитовых операций по этой схеме необходимо создание большого количества квантовых осцилляторов, связанных нелинейными элементами (ДП) под действием параметрической накачки. Для этого на первом этапе нужно определить спектр нормальных мод такой системы, соответствующих определенным уровням энергии и частот.

В данной работе были исследованы различные топологии организации ансамблей осцилляторов на предмет модового состава. В частности, было показано, что древовидные ансамбли обладают фрактальным спектром нормальных мод типа «чертова лестница», причем с ростом количества ветвей дерева и при введении дополнительных связей между элементами ансамбля количество вырожденных мод возрастает. Приведен анализ влияния топологий ансамблей (в частности, топологии в виде ленты Мебиуса [3]) и сил связей между его элементами на спектральные характеристики и при параметрической накачке. Найдены коэффициенты, характеризующие нелинейный сдвиг частоты, вызванный нелинейной связью. Показано, что, подавая на осцилляторы управляющие импульсы, с учетом накачки можно осуществить квантовые логические операции.

Работа выполнена при финансовой поддержке базовой части государственного задания РФ 8.8109.2017/БЧ и 0069-2019-0009.

## Литература

1. *Krantz, P.* A quantum engineer's guide to superconducting qubits / P. Krantz, M. Kjaergaard, F. Yan et al. // *Appl. Phys. Rev.* 2019. Vol. 6. Art. 021318.
2. *Vrajitoarea, A.* Quantum control of an oscillator using a stimulated Josephson nonlinearity / A. Vrajitoarea, Z. Huang, P. Groszkowski et al. // *Nat. Phys.* 2019. DOI: 10.1038/s41567-019-0703-5.
3. *Weiss, D.* Spectrum and coherence properties of the current-mirror qubit / D. Weiss, A. Li, D. Ferguson et al. // *Phys. Rev. B.* 2019. Vol. 100. Art. 224507.

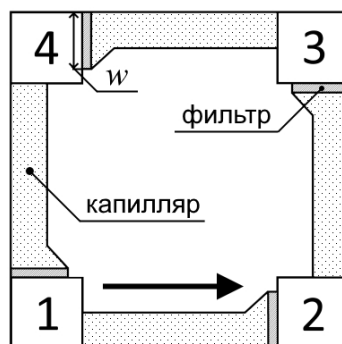
# ИМПУЛЬСНАЯ ИНГИБИТОРНАЯ СВЯЗЬ С ВРЕМЕННОЙ ЗАДЕРЖКОЙ В РЕАКЦИОННО-ДИФФУЗИОННОЙ СИСТЕМЕ

*Д.А. Сафонов, В.К. Ванаг*

Центр нелинейной химии Балтийского федерального университета им. И. Канта, Калининград

Одной из задач, возникающих на пути к построению вычислительного устройства на основе химической системы с сетевой архитектурой [1], является проблема доставки импульсного сигнала от одного узла сети до другого. Обычно в экспериментах для этого используются сторонние инструменты. К примеру, в установке на основе ПРПП используется ЭВМ с подключённой к ней камерой для наблюдения за узлами и насосы для подачи в реакторы действующего вещества – ингибитора или активатора – в контролируемое специальной программой время [2]. Связи в такой сети по своей сути виртуальны. Нами предлагается способ передачи импульсного сигнала в реакционно-диффузионной системе посредством реальных каналов – возбудимых капилляров, связывающих осциллирующие области.

Для демонстрации работоспособности предлагаемого подхода численно исследована математическая модель пространственно-распределённой системы, качественно соответствующей сети четырёх осцилляторов, связанных однонаправленно в кольцо импульсными ингибирующими связями с временной задержкой (рис. 1). Такая сеть исследовалась нами прежде, и результаты для неё известны [3].



**Рис. 1.** Схема сети из четырёх осцилляторов. Цифрами 1–4 обозначены неосвещённые области, в которых происходят колебания. Соединяющие осцилляторы каналы засвечены, смесь БЖ в них находится в возбуждённом состоянии. Серым цветом обозначены фильтры. Стрелкой указано направление движения триггерной волны

В качестве химической реакции выступает светочувствительная реакция Белоусова – Жаботинского, описываемая моделью Ванага – Эпстина [4]. Поведение такой реакции контролируется светом. В нашем случае неосвещённая область свободно осциллирует с собственным периодом  $T_0$ , а освещённая находится в возбуждённом состоянии.

Передача импульса от одной осциллирующей области к другой происходит посредством триггерной волны, распространяющейся в капилляре с реакцией БЖ в возбуждённом состоянии. Направленность распространения волн в системе достигается размещением на одном из концов капилляра фильтра, препятствующего диффузии всех компонент реакции, кроме ингибитора  $Br_2$ . Количество ингибитора, поступающее в осциллирующую область под действием триггерной волны, прямо пропорционально ширине контакта  $w$ . Длина капилляра определяет временную задержку.

Показано, что в данной системе воспроизводятся все обнаруженные ранее для точечной системы режимы синхронизации. Характерные зависимости их глобальных периодов от управляющих параметров и области бистабильности также сохраняются.

## Литература

1. Vanag V.K., Smelov P.S. A 'reader' unit of the chemical computer // R. Soc. Open Sci. 2018. Vol. 5, № 1. Art. 171495.
2. Proskurkin I.S., Lavrova A.I., Vanag V.K. Inhibitory and excitatory pulse coupling of two frequency-different chemical oscillators with time delay // Chaos and Interdiscip.: J. Nonlinear Sci. 2015. Vol. 25, № 6. P. 064601.
3. Vanag V.K., Epstein I.R. A model for jumping and bubble waves in the Belousov–Zhabotinsky-aerosol OT system // J. Chem. Phys. 2009. Vol. 131, № 10. P. 104512.
4. Vanag V.K., Smelov P.S., Klinshov V.V. Dynamical regimes of four almost identical chemical oscillators coupled via pulse inhibitory coupling with time delay // Phys. Chem. Chem. Phys. 2016. Vol. 18, № 7. P. 5509–5520.



# МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ ПРИЗЕМНЫХ ГРОВОВЫХ УВЕЛИЧЕНИЙ ПОТОКА ЭНЕРГИЧНЫХ ЧАСТИЦ

*Е.К. Свечникова, Н.В. Ильин, Е.А. Мареев*

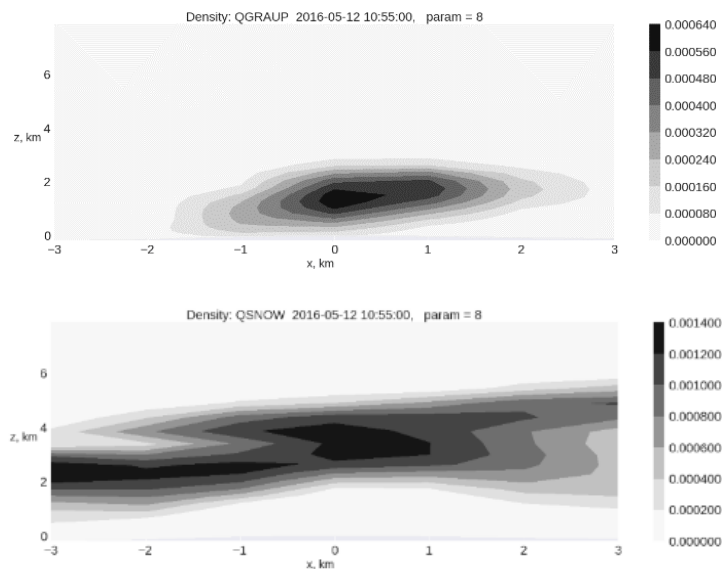
Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

Приземное грозное увеличение потока энергичных частиц (thunderstorm ground enhancement, TGE) – явление усиления потока энергичных частиц под грозовыми облаками, обнаруженное и наблюдаемое на исследовательской станции Арагац (Армения) [1]. Результат ускорения и размножения энергичных частиц в электрическом поле облака может регистрироваться наземными детекторами. Анализ структуры грозовых облаков, создающих TGE, необходим для определения механизма ускорения частиц и условий его реализации.

Путём численной симуляции состояния атмосферы с помощью The Weather Research and Forecasting Model [2] установлена динамика пространственного распределения гидрометеоров в облаках, создающих усиления потока энергичных частиц. Получена оценка распределения заряда в облаке на основе сравнения результатов моделирования с данными наземных измерений метеорологических параметров и электрического поля.

Проанализированы сведения о событиях TGE за три летних сезона (с мая по октябрь 2016–2018 годов). Кроме того, рассмотрены события зимы 2018/19, когда впервые энергичное излучение под облаками было зарегистрировано вне летнего сезона.

Характерная электрическая структура создающего TGE облака хорошо описывается двухслойным распределением заряда, где нижняя положительная область образована частицами снежной крупы, верхняя отрицательная – частицами снега. Распределение гидрометеоров в вертикальной плоскости, проходящей через место наблюдения, представлено на рис. 1.



**Рис. 1.** Распределение частиц снежной крупы и снега над станцией Арагац во время события TGE 2016-05-12 по результатам моделирования с помощью WRF (значения горизонтальной и вертикальной координаты приведены в км, цветовая шкала характеризует плотность частиц в  $\text{гм}^{-3}$ )

Необычно низкая концентрация частиц льда в горных условиях станции Арагац приводит к большой важности частиц снега для процесса разделения заряда. Характерная плотность снежной крупы составляет  $0,5 \text{ мгм}^{-3}$ , снега  $2 \text{ мгм}^{-3}$ . Плотность заряда –  $0,01 \text{ Кл}\cdot\text{км}^{-3}$  для снежной крупы и  $0,02 \text{ Кл}\cdot\text{км}^{-3}$  для частиц снега. Расстояние между зарядовыми слоями по вертикали составляет около 1–2 км, что достаточно для развития лавины энергичных частиц.

Зимние события увеличения приземного значения потока энергичных частиц не сопровождаются молниевой активностью и потому не входят в понятие TGE. Интерес к зимним событиям определяется возможностью разграничения необходимых условий для развития потоков энергичных частиц (что наблюдается и в летнем, и в зимнем сезонах) и для инициации молниевых разрядов (что свойственно только летним событиям).

Для зимних событий расположение снежного кластера оказывается примерно таким же, как для летних, при этом в той же области пространства или на 1–2 км выше находится скопление частиц льда, не присутствующего летом в сколько-нибудь существенных количествах. Возмущения приземного электрического поля при прохождении над местом наблюдения облака, усиливающего поток частиц, зимой, как правило, может быть описано электрическим полем зарядов на частицах льда, характерная плотность которых  $0,002 \text{ мгм}^{-3}$ . Относительное увеличение потока при зимних событиях сопоставимо с усилением потока при TGE, что свидетельствует об образовании в зимних облаках областей сильного электрического поля, сопоставимого с возникающим при летних событиях. Это, в свою очередь, указывает на интенсивность процессов электризации, действующих при низких значениях температуры и влажности, когда определяющую роль играют частицы льда, не получающие значимого заряда при условиях летнего сезона.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 18-05-80077).

#### Литература

1. *Chilingarian A.* Particle bursts from thunderclouds: natural particle accelerators above our heads / A. Chilingarian, G. Hovsepyan, A. Hovhannisyan // *Physical Review D*. 2011. V. 83. Art. 062001.
2. <https://www.mmm.ucar.edu/weather-research-and-forecasting-model>.

## МУЛЬТИСТАБИЛЬНОСТЬ И СКРЫТЫЕ АТТРАКТОРЫ ЦЕПИ ЧУА

*Е.П. Селезнев<sup>1</sup>, Н.В. Кузнецов<sup>2</sup>, Н.В. Станкевич<sup>1,2</sup>, В.И. Пономаренко<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН

<sup>2</sup>Санкт-Петербургский государственный университет

Схема Чуа является одной из эталонных моделей нелинейной динамики. Данная модель была одним из первых примеров радиофизических генераторов, в которых наблюдали динамический хаос в эксперименте. Спустя почти 50 лет интенсивного исследования для модели Чуа было показано богатейшее разнообразие динамики. К настоящему времени исследованию цепей Чуа посвящены тысячи работ, в которых найдены сотни различных типов аттракторов. Несмотря на это в 2010 году в системе Чуа был обнаружен особый класс аттракторов, бассейны притяжения которых дистанцированы от состояний равновесия (причем как от устойчивых, так и от неустойчивых) [1]. Аттракторы такого типа были названы скрытыми, а также было введено разделение аттракторов на скрытые и самовозбуждающиеся. Сам Л. Чуа в своих ранних работах выдвинул гипотезу, что в его цепи могут быть только самовозбуждающиеся аттракторы. В настоящее время в цепи Чуа удалось найти пять сосуществующих аттракторов, три из которых являются скрытыми [1].

В рамках данной работы мы попытаемся разобраться в особенностях схемотехнического моделирования и возможности наблюдать скрытые аттракторы в радиофизическом эксперименте.

Схема Чуа (рис. 1) – простейшая электрическая цепь, демонстрирующая режимы хаотических колебаний, была предложена Леоном Чуа в 1983 году. Цепь состоит из катушки индуктивности  $L$ , конденсаторов  $C_1$  и  $C_2$ , линейного резистора  $R_1$  и нелинейного резистора с отрицательным сопротивлением  $R_2$ , обычно называемого диодом Чуа.

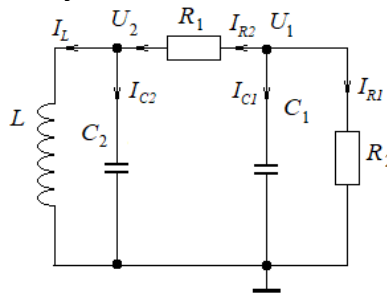


Рис. 1. Схема Чуа

Уравнения для данной цепи имеют вид

$$\begin{cases} \frac{dU_1}{dt} = -\frac{1}{C_1 R_1} (U_1 - U_2) + \frac{1}{C_1} g(U_1), \\ \frac{dU_2}{dt} = \frac{1}{C_2 R_1} (U_1 - U_2) - \frac{1}{C_2} I_L, \\ \frac{dI_L}{dt} = \frac{1}{L} U_1. \end{cases} \quad (1)$$

После нормировки и замены переменных система уравнений принимает вид

$$\begin{cases} \dot{x} = \alpha(y - x) - \alpha f(x), \\ \dot{y} = x - y + z, \\ \dot{z} = -\beta y, \end{cases} \quad (2)$$

где  $f(x) = m_1 x + \frac{1}{2}(m_0 - m_1)(|x+1| - |x-1|)$  – кусочно-линейная вольт-амперная характеристика. Данная система имеет четыре параметра:  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $m_0$ ,  $m_1$ . В работе [1] было показано, что при фиксированных  $\alpha$  и  $\beta$  ( $\alpha = 8,4$ ,  $\beta = 12$ ) на плоскости параметров ( $m_0$ ,  $m_1$ ) наблюдаются две области скрытых аттракторов. Параметры  $\alpha$  и  $\beta$  в системе Чуа определяются элементами колебательного контура, в то время как параметры  $m_0$  и  $m_1$  задаются ВАХ активного нелинейного элемента. Таким образом, в зависимости от ВАХ диода Чуа в системе возможна реализация скрытых аттракторов.

В работах [2–5] были предложены методики наблюдения за переходными процессами построения бассейнов притяжения аттракторов, основанные на задании начальных условий в виде начальных напряжений на нелинейных элементах нелинейного осциллятора и системы связанных неавтономных нелинейных осцилляторов. Подобная методика была применена и к генератору Чуа.

На рис. 2 представлена схема генератора Чуа, которая включает катушку индуктивности  $L$ , конденсаторы  $C_1$  и  $C_2$ , переменный резистор  $R_1$  и диод Чуа, реализованный с помощью схем на операционных усилителях  $ОУ_{11}$  и  $ОУ_{12}$ . В схему добавлены два мультиплексора. При отсутствии сигнала на входе ( $Bx$ ) конденсаторы  $C_1$  и  $C_2$  подключены к потенциометрам  $R_4$  и  $R_5$ , через которые они заряжаются до начального напряжения. При появлении на входе ( $Bx$ ) прямоугольного импульса мультиплексоры за время гораздо меньшее, чем период колебаний, переключают конденсаторы к точкам схемы 1 и 2 соответственно. В случае подачи на входе периодической последовательности прямоугольных импульсов с помощью  $R_4$  и  $R_5$  можно задавать и плавно изменять начальные напряжения на конденсаторах  $C_1$  и  $C_2$ , тем самым управляя начальными условиями, а с помощью двухканального осциллографа, работающего в режиме X–Y, наблюдать переходные процессы в схеме, устойчивые и неустойчивые циклы и положения равновесия, отслеживать границы бассейнов притяжения.

На рис. 3 представлена блок-схема экспериментальной установки. Экспериментальные данные с помощью устройства сбора данных вводились в персональный компьютер.

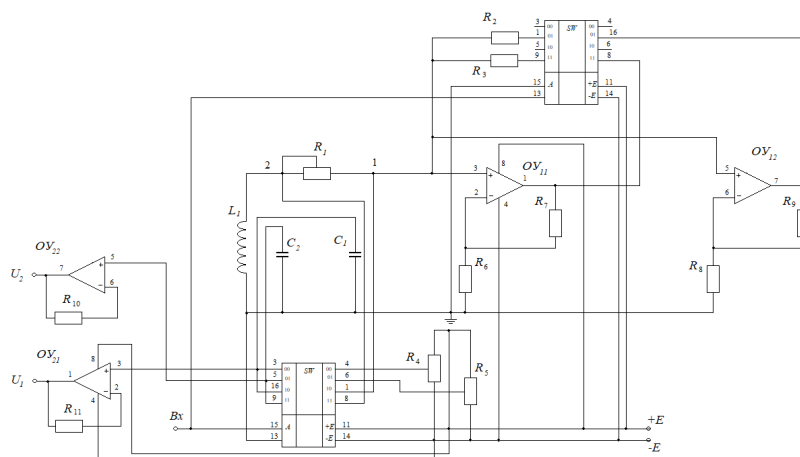


Рис. 2. Схема генератора Чуа



Рис. 3. Блок-схема экспериментальной установки

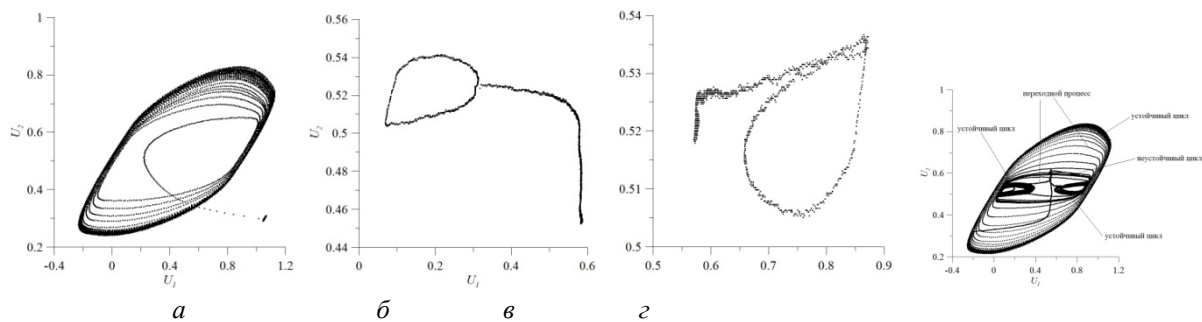


Рис. 4

Рисунок 4, *а* иллюстрирует переходной процесс на предельный цикл с большой амплитудой колебаний, рис. 4, *б* и *в* иллюстрируют сосуществующие предельные циклы с малой амплитудой колебаний. Бассейны притяжения «большого» и «малых» предельных циклов отделены неустойчивым циклом. Рисунок 4, *г* иллюстрирует ситуацию, когда начальные условия выбраны на неустойчивом предельном цикле и фазовая траектория из-за шумов уходит то на «большой», то на «малые» предельные циклы.

Таким образом, можно выделить области в пространстве параметров, где наблюдаются скрытые периодические и хаотические колебания, сосуществующие с двумя устойчивыми состояниями равновесия, только устойчивые состояния равновесия, а также область самовозбуждающихся периодических и хаотических колебаний, сосуществующих с устойчивыми состояниями равновесия.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 19-41-02002. Работа Е.П.С. и В.И.П. выполнена в рамках государственного задания Саратовского филиала Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН.

#### Литература

1. Scenario of the birth of hidden attractors in the Chua circuit / Stankevich N.V., Kuznetsov N.V., Leonov G.A., Chua L.O. // [International Journal of Bifurcation and Chaos](#). 2017. V. 27, № 12. Art. 17300385.
2. Мультистабильность в колебательных системах с удвоением периода и однонаправленной связью / Безручко Б.П., Гуляев Ю.В., Пудовочкин О.Б., Селезнев Е.П. // ДАН СССР. 1990. Т. 314, № 2. С. 332–336.
3. Фазовая мультистабильность и установление колебаний в нелинейных системах с удвоением периода / Астахов В.В., Безручко Б.П., Пудовочкин О.Б., Селезнев Е.П. // Радиотехника и электроника. 1993. Т. 38, № 2. С. 291–295.
4. Безручко Б.П., Прохоров М.Д., Селезнев Е.П. Как в эксперименте увидеть то, «что реально не должно существовать» // Изв. вузов. ПНД. 1993. Т. 1, № 1/2. С. 291–295.
5. Безручко Б.П., Селезнев Е.П. Бассейны притяжения хаотических аттракторов в связанных системах с удвоением периода // Письма в ЖТФ. 1997. Т. 23, вып. 4. С. 40–46.

# АДАПТИВНАЯ синхронизация гетерогенной сети Хиндмарша – Роуз

*Д.М. Семенов*

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург  
Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург  
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

В природе существует большое количество биологических систем, демонстрирующих различные синхронные режимы функционирования [1]. В качестве примеров таких систем можно привести скоординированную активность сердечных клеток, позволяющую сердцу сокращаться; птиц, летящих стаей; рой светлячков, синхронно вспыхивающий в ночном лесу. Кроме того, важнейшим примером таких систем являются популяции нейронов в мозге человека или животного. Было установлено, что ряд заболеваний центральной нервной системы, таких, например, как эссенциальный тремор, эпилепсия, болезни Паркинсона и Альцгеймера, а также различные когнитивные расстройства, напрямую связаны с аномальной синхронизацией некоторых нейронных популяций [2]. Сегодня в терапии данных заболеваний активно внедряются методы, основанные на использовании электрических импульсов для подавления патологической синхронизации в определенных зонах мозга. Однако такие методы пока находятся на раннем этапе развития и требуют качественного математического описания. Такое описание возможно получить, если построить математическую модель популяции биологических нейронов и исследовать условия их синхронизации внутри данной популяции. Одним из подходов к построению математических моделей популяции биологических нейронов является представление популяции в виде динамической сети, узлами которой являются модели нейронов, такие как модель Ходжкина – Хаксли, модель Моррис – Лекара, система Фитц-Хью – Нагумо система Хиндмарша – Роуз. Существует множество научных работ, посвященных теме синхронизации в нейронных сетях. Однако до недавнего времени практически все исследования ограничивались случаем идентичных узлов в сети. На практике же сети биологических нейронов гетерогенны, поскольку нейроны сети могут обладать различными физиологическими особенностями, т. е. являются не идентичными между собой. Этот факт побудил ряд публикаций, в которых были получены условия синхронизации в гетерогенных сетях Фитц-Хью – Нагумо [3]. Настоящая работа посвящена решению задачи адаптивной синхронизации для гетерогенной нейронной сети Хиндмарша – Роуз. Все полученные теоретические результаты согласуются с результатами компьютерного моделирования, проведенного в среде MATLAB.

Рассмотрим гетерогенную динамическую сеть (1), состоящую из  $N$  связанных моделей Хиндмарша – Роуз:

$$\mathbf{x}_i(t) = f_i(\mathbf{x}_i(t)) + \sigma \sum_{j=1}^N \alpha_{i,j} \varphi(\mathbf{x}_i(t), \mathbf{x}_j(t)) + B u_i(t), \quad (1)$$

где

$$f_i(\mathbf{x}_i(t)) = \begin{bmatrix} y_i(t) - ax_i^3(t) + b_i^2(t) - z_i(t) \\ c - dx_i^2(t) - y_i(t) \\ r[s(x_i(t) - p_{r,i}) - z_i(t)] \end{bmatrix}, \quad \varphi(\mathbf{x}_i(t), \mathbf{x}_j(t)) = \begin{bmatrix} x_j(t) - x_i(t) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

где  $|p_{r,i} - p_{r,j}| \leq \Delta$ ;  $B = \text{col}(1, 0, 0)$ ;  $A = [\alpha_{i,j}]$  – матрица смежности неориентированного графа  $G$ ;  $u_i(t)$  – управление;  $\sigma$  – сила связи;  $i, j = 1, \dots, N$ .

Определим следующий адаптивный закон управления:

$$u_i(t) = -[\gamma_0 - \theta_{1i}(t)(x_i(t) + \bar{x}(t))]\delta_{x_i}(t) + \theta_{2i}(t)(x_i(t) + \bar{x}(t))\delta_{y_i}(t) + \theta_{3i}(t), \quad (2)$$

$$\dot{\theta}_i(t) = -\gamma_i(x_i(t) + \bar{x}(t)) \begin{bmatrix} \delta_{x_i}^2(t) & \delta_{x_i}(t)\delta_{y_i}(t) & \delta_{x_i}(t) \end{bmatrix}^T,$$

где  $\bar{x}(t) = \sum_{i=1}^N x_i(t) / N$ ,  $\gamma_0, \dots, \gamma_N$  – коэффициенты усиления,  $\theta_i(t)$  – настраиваемые параметры,  $i = 1, \dots, N$ . В работе показано, что закон управления (2), при выполнении условия

$$\gamma_0 - 1 > 0 \quad (3)$$

обеспечивает достижение синхронизации между нейронами для любых начальных данных системы (1). Доказательство данного факта основывается на использовании системы средней динамики и метода функций Ляпунова.

Работа выполнена в ННГУ им. Н.И. Лобачевского при поддержке Российского научного фонда (РНФ), проект 19-72-10128.

### Литература

1. *Фрадков А.Л.* Кибернетическая физика: принципы и примеры / А.Л. Фрадков. – СПб. : Наука, 2003. – 352 с.
2. *Milton J.* Epilepsy as a dynamic disease / J. Milton, P. Jung (eds). – Berlin : Springer, 2003. – 417 p.
3. *Plotnikov S.A.* Adaptive control of synchronization in delay-coupled heterogeneous networks of FitzHugh-Nagumo nodes / S.A. Plotnikov, J. Lehnert, A.L. Fradkov, E. Schöll // International Journal Bifurcation and Chaos. – 2016. – Vol. 26, iss. 4. – Art. 1650058.

# УЕДИНЕННЫЕ И ХИМЕРНЫЕ СОСТОЯНИЯ В АНСАМБЛЕ СИСТЕМ ФИТЦ-ХЬЮ – НАГУМО, НАХОДЯЩИХСЯ ПОД ШУМОВЫМ ВОЗДЕЙСТВИЕМ

*Н.И. Семенова<sup>1,2</sup>, А. Захарова<sup>3</sup>*

<sup>1</sup>Национальный исследовательский Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

<sup>2</sup>Институт FEMTO-ST, Университет Бургундии Франш-Конте, Безансон, Франция

<sup>3</sup>Берлинский технический университет, Германия

Процессы, происходящие в реальном мире, часто подвержены влиянию случайных внешних факторов, таких как шум. Одним из примеров конструктивного влияния шума является когерентный резонанс, который заключается в том, что система, находящая под шумовым воздействием, демонстрирует наиболее когерентную динамику в определенном интервале интенсивности шума [1]. Основным примером является система Фитц-Хью – Нагумо (ФХН). В возбужденном режиме она характеризуется наличием устойчивого состояния равновесия и отсутствием колебаний. Однако шумовое воздействие может приводить к почти когерентной динамике в этом режиме.

В сетях и ансамблях, как правило, шум приводит к разрушению установившихся режимов. Возникает вопрос: может ли шум приводить к новым пространственно-временным режимам в ансамблях с парциальными элементами, которые предрасположены к возникновению когерентного резонанса?

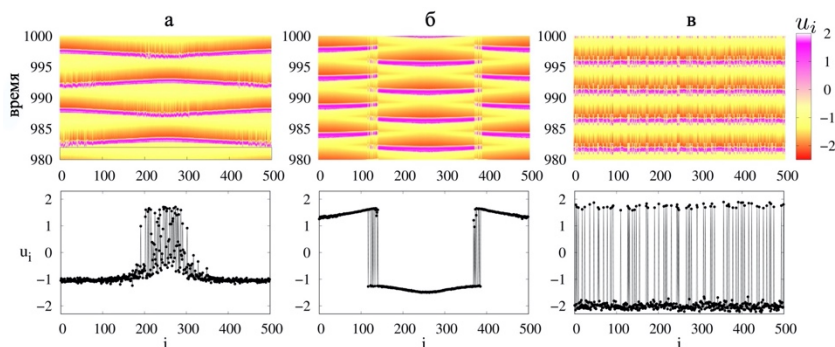
Химерные и уединенные состояния – это пространственно-временные структуры, возникающие в ансамблях идентичных осцилляторов [2, 3]. Оба состояния характеризуются тем, что часть осцилляторов ансамбля демонстрирует пространственно-когерентную динамику, а другая часть – некогерентную. В случае химерных состояний эти осцилляторы образуют отдельные кластеры, а в случае уединенных состояний – осцилляторы с другой динамикой случайно распределены по ансамблю. В этой работе рассматривается ансамбль нелокально связанных систем Фитц-Хью – Нагумо в возбужденном режиме, находящихся под шумовым воздействием:

$$\varepsilon \frac{du_i}{dt} = u_i - \frac{u_i^3}{3} + \frac{\sigma}{2P} \sum_{j=i-R}^{i+R} b_{uu}(u_j - u_i) + b_{uv}(v_j - v_i),$$

$$\frac{dv_i}{dt} = u_i + a + \frac{\sigma}{2P} \sum_{j=i-R}^{i+R} b_{vu}(u_j - u_i) + b_{vv}(v_j - v_i),$$

где  $\varepsilon$  и  $a$  – это управляющие параметры парциальных элементов. При  $|a| > 1$  система ФХН находится в возбужденном режиме. Параметр  $\sigma$  – это сила связи, а  $2R$  – это количество элементов ансамбля, с которыми связан каждый элемент. Если в ансамбле всего  $N$  осцилляторов, тогда  $R = rN$ , где  $r$  – радиус связи. Параметры  $b_{uu} = b_{vv} = \cos(\phi)$  и  $b_{uv} = -b_{vu} = \sin(\phi)$  определяют вклад тех или иных переменных в оба уравнения системы.

Нами показано, что такая система при определенных значениях параметров связи и интенсивностях шума может демонстрировать когерентно-резонансную химеру (рис. 1, *а*) [4]. Этот режим наблюдается при значениях интенсивности шума из определенного интервала. При отсутствии шумового воздействия при этих же значениях параметров ансамбль не демонстрирует никаких колебаний. Особенностью КР химеры является то, что положение ее когерентных и некогерентных частей периодически переключается во времени.



**Рис. 1.** Вверху изображены пространственно-временные диаграммы для КР химеры (*а*), фазовой химеры (*б*) и уединенных состояний (*в*). Внизу приведены мгновенные снимки соответствующих пространственных профилей



Еще одна химера была обнаружена при других значениях параметров связи (рис. 1, б). Сам пространственно-временной режим качественно отличается от КР химеры, но тоже может быть только при шумовом воздействии.

При других параметрах связи в системе могут наблюдаться уединенные состояния (рис. 1, в). Этот режим может быть обнаружен и при отсутствии шумового воздействия, но при других параметрах связи. Шум приводит к сдвигу значений параметров и увеличению области существования режима.

### Литература

1. *Pikovsky, A.S.* Coherence resonance in a noise-driven excitable system / A.S. Pikovsky, J. Kurths // *Phys. Rev. Lett.* 1997. V. 78, № 5. P. 775–778.
2. *Abrams, D.M.* Chimera states for coupled oscillators / D.M. Abrams, S.H. Strogatz // *Phys. Rev. Lett.* 2004. V. 93, № 17. P. 174102.
3. *Maistrenko, Y.* Solitary state at the edge of synchrony in ensembles with attractive and repulsive interactions / Y. Maistrenko, B. Penkovsky, and M. Rosenblum // *Phys. Rev. E.* 2015. V. 89, № 6. P. 060901.
4. *Semenova, N.* Coherence-resonance chimeras in a network of excitable elements / N. Semenova, A. Zakharova, V. Anishchenko, E. Schöll // *Phys. Rev. E.* 2016. V. 117, № 1. P. 014102.

# ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВСТРЕЧНЫХ СВЕРХЗВУКОВЫХ ПОТОКОВ ПЛАЗМЫ В МАГНИТНОЙ АРКЕ

*Н.Ю. Семин<sup>1,2</sup>, М.Е. Виктор<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup> Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

<sup>2</sup> Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

Взаимодействие плотных сверхзвуковых потоков плазмы с неоднородным магнитным полем арочной конфигурации является одной из ключевых проблем физики околоземной и космической плазмы, определяющей формирование энергичной электронной компоненты в магнитосфере Земли, энерговыделение при пересоединении магнитных силовых линий, генерацию электромагнитного излучения и выбросов энергичных частиц при солнечных вспышках [1]. Лабораторное исследование такого взаимодействия [2, 3] представляет интерес для определения физических механизмов процессов в космической плазме и их детального изучения в воспроизводимых условиях.

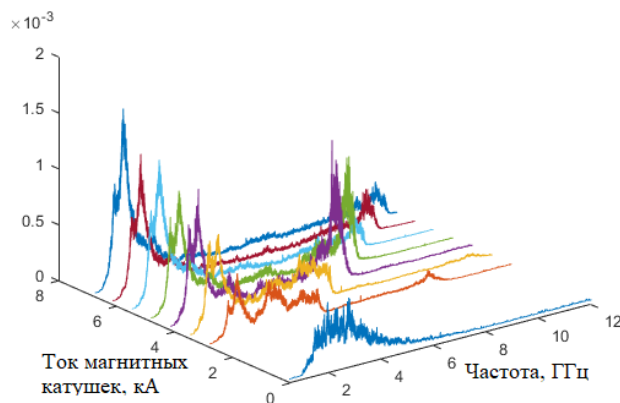
В ходе данной работы были проведены эксперименты на лабораторной установке, в которой достигались условия, типичные для космической плазмы. В общем случае экспериментальная установка позволяет производить эксперименты с различными направлениями инжектирования плазмы в магнитное поле. Детальное описание установки можно найти в [2].

Встречные потоки плазмы создавались двумя плазмоденераторами и инжектировались внутрь вакуумной камеры вдоль линий магнитного поля навстречу друг другу. Алюминиевая плазма обладала следующими параметрами: скорость  $V_0 \approx 1,5 \cdot 10^6$  см/с, температура электронов  $T_e \approx 3$  эВ, кинетическая энергия ионного потока  $E_{kin} \approx 33$  эВ, средний заряд ионов  $Z = 1,7$  [2, 3].

Анализ процессов, происходящих во время взаимодействия потоков плазмы с неоднородным распределением магнитного поля основан на методах пассивной диагностики: регистрации оптического свечения плазмы, микроволнового излучения, изменение распределения магнитного поля (при помощи магнитных зондов).

Оптическое излучение регистрировалось через стеклянное окно, вмонтированное в вакуумную камеру, при помощи различных устройств: зеркальной фотокамеры, позволяющей делать снимки с большим разрешением, но интегрирующей светимость за все время жизни плазмы; высокочувствительной камеры NanoGate 24/3 с временем экспозиции от 20 нс до 20 мкс. Регистрация микроволнового излучения производилась при помощи широкополосной антенны с полосой пропускания 1–20 ГГц, которая располагалась на расстоянии примерно 30 см от окна вакуумной камеры, и осциллографа Tektronix DPO 71254C (частота сэмпирования 100 гигавыборок в секунду, аналоговая полоса пропускания 12,5 ГГц).

Показано, что взаимодействие двух встречных потоков плазмы приводит к образованию горячей фракции электронов, генерирующей нетепловое электромагнитное излучение. На рис. 1 представлены фурье-спектры осциллограмм электрического поля излучения, принимаемого антенной, для различных токов магнитных катушек. Пики в спектре на частотах выше 3 ГГц соответствуют нетепловому излучению плазмы на электронной циклотронной частоте, которой отвечает величина магнитного поля на вершине магнитной арки. Частота излучения увеличивается прямо пропорционально току в катушках.



**Рис. 1.** Фурье-спектр микроволнового излучения плазмы для различных токов магнитной катушки

В работе обсуждаются возможные механизмы, приводящие к образованию неравновесной фракции электронов во время столкновения потоков плазмы с магнитной аркой, а также детально изучены свойства генерируемого электромагнитного излучения плазмы в результате развития циклотронной неустойчивости.

Работа выполнена при поддержке Совета по грантам Президента РФ (грант МК-2593.2019.2).

### Литература

1. *Aschwanden, M.J.* Physics of the solar corona: an introduction with problems and solutions / M.J. Aschwanden. – 2nd ed. – New York : Springer, 2005. – P. 109–113.
2. *Viktorov, M.E.* Observation of plasma microwave emission during the injection of supersonic plasma flows into magnetic arch / M.E. Viktorov, D.A. Mansfeld, A.V. Vodopyanov, N.D. Kiryuhin, S.V. Golubev, and G.Yu. Yushkov // *Plasma Phys. Control. Fusion.* 2017. V. 59. P. 075001.
3. *Viktorov, M.E.* The dynamics of supersonic plasma flow interaction with the magnetic arch / M.E. Viktorov, S.V. Golubev and A.V. Vodopyanov // *Plasma Phys. Control. Fusion.* 2019. V. 61. P. 035001.

## ДИССИПАТИВНЫЕ БРИЗЕРЫ В ЦЕПОЧКАХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ С НЕЛИНЕЙНЫМ ТРЕНИЕМ

*К.С. Сергеев, А.П. Четвериков*

Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

В настоящее время задачи моделирования и анализа поведения ансамблей из множества элементов, взаимодействующих посредством связи той или иной топологии, составляют значительную долю исследований в области нелинейной динамики систем различной природы. В силу большого разнообразия свойств элементов ансамблей и свойств связей между ними наблюдается много разных типов коллективной динамики. Особенно сильно отличается динамика ансамблей взаимодействующих частиц [1–4] и ансамблей связанных осцилляторов. Ранее нами исследовалась динамика цепочки активных частиц – нелинейных объектов с отрицательной диссипацией в форме Рэлея, связанных нелинейными потенциальными силами Морзе [1]. Не связанные активные частицы демонстрируют только инфинитное движение и не проявляют колебательной динамики, а наличие колебаний в цепочках обусловлено связью частиц. Моды таких цепочек подробно рассмотрены в работах [1–4].

Однако вопрос о взаимодействии мод, характерных для цепочки неосциллирующих частиц, с известными модами цепочек осцилляторов [5] ранее не рассматривался. Для исследования этого вопроса была построена математическая модель, описывающая динамику одномерной цепочки «частиц-осцилляторов» Рэлея, связанных силами потенциала Морзе в виде  $U(r) = D(e^{-2br} - 2e^{-br})$ , с периодическими граничными условиями. Динамика каждого элемента ансамбля осцилляторов задается уравнением

$$\ddot{q}_i - \mu \left(1 - \frac{\dot{q}_i^2}{v^2}\right) \dot{q}_i^2 + \omega_r^2 q_i = (1 - e^{q_i - q_{i+1}}) e^{q_i - q_{i+1}} - (1 - e^{q_{i-1} - q_i}) e^{q_{i-1} - q_i}. \quad (1)$$

Здесь величина  $q_i = b(x_i - i\sigma)$  – безразмерное отклонение  $i$ -й частицы от ее равновесного положения  $x_{i0} = i\sigma$  в невозмущенной цепочке,  $\sigma$  определяет равновесное расстояние между соседними частицами,  $\tau = \omega_M t$  определяет безразмерное время ( $\omega_M$  – частота линейных колебаний частиц цепочки вследствие связи вблизи положений равновесия),  $\omega_r$  – частота линейных колебаний осцилляторов в единицах  $\omega_M$ . Параметры  $v = v_0 b / \omega_M$  и  $\mu = \tilde{\mu} / m \omega_M$  – стационарная скорость и коэффициент трения Рэлея соответственно;  $m = 1$  – масса частицы,  $D$  и  $b\sigma$  – глубина потенциальной ямы и коэффициент жесткости потенциала Морзе. Частоты  $\omega_r$  и  $\omega_M$  соответствуют двум характерным временным масштабам цепочки осцилляторов, а их соотношение во многом определяет динамику цепочки. В настоящей работе динамика цепочки (1) исследуется методами численного моделирования.

Известно, что в цепочках активных частиц Морзе – Рэлея (т. е. при  $\omega_r = 0$ ) вдоль цепочки могут распространяться диссипативные солитоны в виде максимумов скорости и плотности частиц [1, 2]. Установлено, что при увеличении  $\omega_r$  от нуля возбуждение диссипативных солитонов также возможно, однако их время жизни ограничено периодом осцилляций Рэлея. Через полпериода колебаний солитоны разрушаются, а цепочка со временем переходит в пространственно-однородный режим полной синхронизации [2]. Возбуждение в цепочке (1) других режимов, характерных для цепочек осцилляторов (противофазная синхронизация, режим бегущих волн), также возможно при соответствующем выборе начальных условий.

Однако при старте цепочки (1) с некоторыми специальными начальными условиями в ней возникает особый вид локализованных возбуждений, которые по поведению в какой-то степени подобны дискретным бризерам (ДБ) [6, 7] в консервативных решетках, но существуют благодаря нелинейной диссипации, поэтому уместно обозначать их термином «диссипативные ДБ» (ДДБ). Обнаруженные возбуждения могут существовать в широком частотном диапазоне. Динамика частиц, на которых локализован ДДБ, качественно отличается от поведения оставшейся части ансамбля, в которой устанавливается стоячая волна. Характеристики этой волны определяются свойствами осцилляторов Рэлея и граничными условиями, тогда как динамика элементов, входящих в ДДБ, по частоте и форме колебаний соответствует осцилляциям за счет сил потенциала Морзе. Анализ спектра мощности колебаний показывает, что колебания осцилляторов, на которых локализован бризер, носят периодический ангармонический характер.

Размер ДДБ варьируется в зависимости от количества возмущенных в начальный момент элементов. В случае, когда бризер локализован на нечетном числе частиц, он является мобильным и перемещается по цепочке с постоянной скоростью; направление движения также определяется начальными условиями.

## Литература

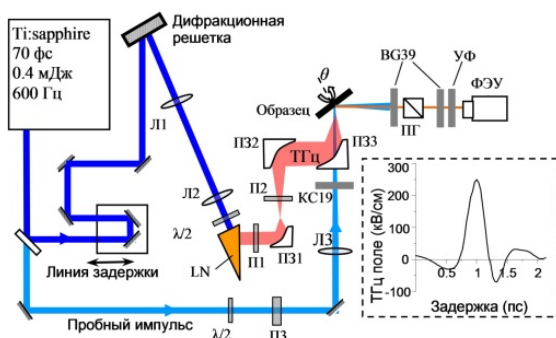
1. *Сергеев К.С., Четвериков А.П.* Метастабильные возбуждения в цепочке Морзе – Рэля // *Нелинейная динамика*. 2016. Т. 12, № 3. С. 341–353. DOI: 10.20537/nd1603004.
2. *Chetverikov A.P., Sergeev K.S., del Rio E.* Dissipative solitons and metastable states in a chain of active particles // *International Journal of Bifurcation and Chaos*. 2018. Vol. 28, iss. 8. P. 1830027.
3. *Chetverikov A.P., Sergeev K.S., del Rio E.* Noise influence on dissipative solitons in a chain of active particles // *Physica A*. 2019. Vol. 513. P. 147–155.
4. Mode transitions and wave propagation in a driven-dissipative Toda-Rayleigh ring / E. del Rio, V.A. Makarov, M.G. Velarde, W. Ebeling // *Phys. Rev. E*. 2003. Vol. E67. Art. 056208.
5. Бегущие волны в дискретной ангармонической автоколебательной среде / Шабунин А.В., Акопов А.А., Астахов В.В., Вадивасова Т.Е. // *Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика*. 2005. Т. 13, № 4. С. 37–55.
6. *Sievers A.J., Takeno S.* Intrinsic localized modes in anharmonic crystals // *Phys. Rev. Lett.* 1988. Vol. 61. P. 970.
7. Discrete breathers in crystals / Dmitriev S.V., Korznikova E.A., Baimova J.A., Velarde M.G. // *Phys. Usp.* 2016. Vol. 59. P. 446–461.

# ГЕНЕРАЦИЯ ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ИЗ КРИСТАЛЛОВ ТИПА ЦИНКОВОЙ ОБМАНКИ ПРИ ОДНОВРЕМЕННОМ ВОЗДЕЙСТВИИ ОПТИЧЕСКОГО И ТГц-ПОЛЕЙ

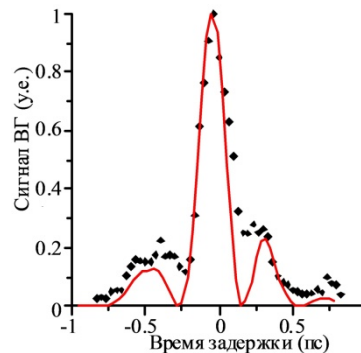
С.Б. Бодров, А.И. Корытин, Ю.А. Сергеев, А.Н. Степанов

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

В кристаллах типа цинковой обманки GaAs, InAs генерация второй гармоники (ГВГ) разрешена в электродипольном приближении в объеме, однако, поскольку они обладают сравнительно узкой энергетической щелью, вторая гармоника оптического излучения видимого и ближнего ИК-диапазонов испытывает сильное поглощение в данных кристаллах (скин-слой менее 15 нм на длине волны 400 нм), что делает невозможным достижение эффективной генерации в объеме. Тем менее данный метод может быть использован для диагностики поверхности полупроводников и наноструктур. Одновременное воздействие на материалы фемтосекундного оптического излучения и терагерцовых полей позволяет получать дополнительную информацию при исследовании сигнала второй гармоники (ВГ) оптического излучения. Становится возможным исследовать ГВГ для большего числа сочетаний поляризаций (с учетом дополнительно приложенного ТГц-поля). Еще одной важной особенностью предлагаемого подхода является возможность проводить исследования ГВГ путем изменения временной задержки между оптическими и терагерцовыми импульсами. Это означает возможность изучения динамики параметров среды, определяющих генерацию ВГ (фононного возбуждения, свободных носителей и т. п.), с субпикосекундным временным разрешением, которое ограничено длительностью терагерцового импульса. В качестве экспериментальных образцов были использованы кристаллы типа цинковой обманки GaAs, InAs. Для исследования была использована титансапфировая лазерная система Spitfire, генерирующая фемтосекундные импульсы с энергией 0,4 мДж, центральной длиной волны 795 нм и длительностью 70 фс, с частотой повторения 600 Гц (рис. 1). Интенсивные ТГц-импульсы генерировались с использованием техники наклонного фронта интенсивности. Максимальное электрическое поле терагерцового излучения достигало 250 кВ/см.



**Рис. 1.** Схема экспериментальной установки (Л1, Л2 и Л3 – линзы; ПЗ1, ПЗ2, ПЗ3 – параболы; LN – LiNbO<sub>3</sub>; ПГ – призма Глана; Ф1, Ф2 – оптические фильтры; П1, П2 – ТГц-поляризаторы; ПЗ – оптический поляризатор)



**Рис. 2.** Зависимость сигнала ВГ от времени задержки между оптическим и ТГц-импульсами (черные ромбы), красная кривая – квадрат ТГц-поля

В ходе эксперимента была исследована ВГ при различных сочетаниях поляризаций оптического и ТГц-излучений. Также была изучена зависимость сигнала ВГ от задержки между оптическими и ТГц-импульсом, от энергии оптического и ТГц-полей. На рисунке 2 представлен пример зависимости интенсивности ВГ от времени задержки между оптическим и ТГц-импульсами для GaAs. Для описания экспериментальных результатов развита феноменологическая теория.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Нижегородской области в рамках научного проекта 18-42-520070.

## ТРЕХМЕРНЫЕ ВОЛНОВЫЕ АТТРАКТОРЫ В СТРАТИФИЦИРОВАННЫХ И ВРАЩАЮЩИХСЯ СИСТЕМАХ

*И.Н. Сибгатуллин<sup>1,2</sup>, Е.В. Ерманюк<sup>3</sup>, S. Bouru<sup>4</sup>, T. Dauxois<sup>4</sup>*

<sup>1</sup>Институт системного программирования РАН, Москва

<sup>2</sup>Институт океанологии РАН, Москва

<sup>3</sup>Институт гидродинамики СО РАН, Новосибирск

<sup>4</sup>Ecole normale superieure de Lyon, Франция

При монохроматических воздействиях на замкнутые объемы жидкости с восстанавливающей силой результирующие волновые движения чаще всего могут быть описаны с помощью стоячих мод. Существование волновых аттракторов в ограниченных областях говорит о том, что такой интуитивный подход не охватывает весь класс решений. В случае стратифицированных или вращающихся сред при наличии наклонных стенок пучки волн в результате многочисленных отражений сходятся к предельному циклу. В основе такой сходимости лежит преимущественная фокусировка пучков волн после ряда последовательных отражений от наклонных стенок и сохранение угла с направлением силы тяжести или оси вращения. Из-за высокой концентрации волновой энергии на волновых аттракторах срыв в неустойчивые режимы происходит именно на них. Сильно турбулизированные режимы не позволяют увидеть структуру волнового аттрактора без выделения частоты внешнего воздействия. Тем не менее существование линейного аттрактора на фоне турбулентных режимов как основного механизма накачки энергии во многом определяет структуру турбулентного режима. Мы проводим сравнение турбулентных режимов на фоне волнового аттрактора и при специально подобранных параметрах, при которых аттрактора не существует.

Для вращающегося кольцевого слоя с наклонными стенками ранее мы описали формирование трехмерных волновых аттракторов, грубо соответствующих приливным или симметричным воздействиям, и каскад неустойчивостей при увеличении амплитуды внешнего воздействия. Обнаружен каскад мелкомасштабных течений, как в лабораторных, так и в численных экспериментах, и формирование крупномасштабных когерентных вихревых структур, дрейфующих вокруг оси вращения, проводится сопоставление с волнами Россби.

### Литература

1. Сибгатуллин И.Н., Ерманюк Е.В. Аттракторы внутренних и инерционных волн : (обзор) // Прикладная механика и техническая физика. 2019. № 2. С. 113–136.
2. Direct numerical simulation of three-dimensional inertial wave attractors / I. Sibgatullin, E. Ermanyuk, L. Maas, X. Xu // IEEE Conference Proceedings. 2017. P. 17526262.
3. Damping of quasi-two-dimensional internal wave attractors by rigid-wall friction / F. Beckebanze, C. Brouzet, I.N. Sibgatullin, L.R. Maas // Journal of Fluid Mechanics. 2018. Vol. 841. P. 614–635.

# ТРЕХМЕРНОЕ ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЯВЛЕНИЯ МАГНИТНОГО ПЕРЕСОЕДИНЕНИЯ В ЛАЗЕРНО-ПЛАЗМЕННОМ ЭКСПЕРИМЕНТЕ

*А. Сладков<sup>1</sup>, Р. Смет<sup>2</sup>, А. Коржيمانов<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

<sup>2</sup>Лаборатория физики плазмы, Политехническая школа, Палезо, Франция

Явление быстрого магнитного пересоединения часто наблюдается на Солнце и в земной магнитосфере, детальный анализ похожих режимов в лазерно-плазменной лаборатории стал возможен два десятилетия назад [1] с развитием необходимых диагностик. При взаимодействии мощного лазерного излучения с твёрдой мишенью образуется плазменный пузырь, в теле которого наблюдается генерация магнитного поля [2], связанного с эффектом Бирмана. Из-за непараллельности градиентов плотности (направлен по нормали к мишени) и температуры (направлен радиально к горячему ядру пузыря) электронного газа при расширении пузыря дивергенция тензора давления в уравнении Ома становится доминирующим членом. Если два фокусных пятна расположены достаточно близко друг к другу, в пространстве между ними образуется нейтральная поверхность, а по нормали к мишени наблюдается поток заряженных частиц, ускоренных за счёт аннигиляции магнитного поля.

Основным инструментом для пространственного анализа процесса является метод протонной радиографии. Одновременно с двумя наносекундными лазерными импульсами на вспомогательную мишень, расположенную позади основной, фокусируют пикосекундный импульс. Ускоренные за счёт механизма TNSA с поверхности вспомогательной мишени протоны пролетают через электромагнитное поле, сгенерированное в результате взаимодействия плазменных пузырей, отклоняясь от прямолинейной траектории и замедляясь до полной остановки в стеке из радиохромных плёнок. Итоговый двумерный снимок позволяет сделать выводы о градиентах магнитного поля на пути протонов и, соответственно, токовых конфигурациях. Динамика процесса в направлении распространения диагностирующего пучка остается неразрешённой. Поэтому на первом этапе данного исследования мы проводили двумерное моделирование в плоскости мишени и для последующей обработки, моделируя вспомогательный пучок протонов, делали предположения о толщине плазменного слоя и распределении плотности внутри.

Также первые кинетические модели двумерной конфигурации не принимали во внимание трёхмерный эффект Бирмана, задавая начальное магнитное поле азимутальным вокруг плотного горячего центра [3], что ограничивало магнитный поток, доступный для пересоединения, начальной величиной. В данной работе начальными условиями задаются лишь плотность плазмы и её температура, оба профиля имеют максимум в ядре пузыря и плавно спадают до фонового значения к его поверхности. В результате моделирования возникает самосогласованное магнитное поле, что даёт более корректную картину процесса. Это также позволяет обойтись без предположений о толщине активного слоя для постобработки экспериментальных данных.

Численное моделирование бесстолкновительного магнитного пересоединения выполнено с использованием гибридного кода, в котором ионы представлены набором дискретных частиц и безмассовая электронная жидкость описана шестикомпонентным тензором давления. Плазма считается квазинейтральной ( $n_e = n_i$ ), а в уравнениях Максвелла мы пренебрегаем током смещения. В работе показано, что дивергенция тензора электронного давления является доминирующим членом в уравнении Ома при генерации электрического поля, связанного с пересоединением. Также представлено сравнение экспериментальных снимков с моделями.

## Литература

1. *Nilson P.M.* Magnetic reconnection and plasma dynamics in two-beam laser-solid interactions / P.M. Nilson [et al.] // *Physical Review Letters*. 2006. V. 97, iss. 25. Art. 255001.
2. *Lancia L.* Topology of megagauss magnetic fields and of heat-carrying electrons produced in a high-power laser-solid interaction / L. Lancia [et al.] // *Physical Review Letters*. 2014. V. 113, iss. 23. Art. 235001.
3. *Fox W.* Fast magnetic reconnection in laser-produced plasma bubbles / W. Fox, A. Bhattacharjee, and K. Germaschewski // *Physical Review Letters*. 2011. V. 106, iss. 21. Art. 215003.



# ВЫНУЖДЕННАЯ И ВЗАИМНАЯ СИНХРОНИЗАЦИЯ ГЕНЕРАТОРОВ ВАН ДЕР ПОЛЯ – МАТЬЕ

*И.Р. Рамазанов, А.В. Слепнев*

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

Одним из важных явлений, изучаемых в рамках классической теории колебаний, является эффект параметрического резонанса, состоящий в неограниченном росте амплитуды колебаний гармонического осциллятора при определенном периодическом изменении его параметра (частоты колебаний). Устройства, основанные на данном эффекте, широко используются в качестве малошумящих усилителей радио- и микроволнового диапазона частот, в СВЧ-электронике, для понижения частоты лазерного излучения и т. д. Не так давно на примере осциллятора Дуффинга с параметрической накачкой было показано, что параметрический осциллятор не является автоколебательной системой в том смысле, что он не способен демонстрировать эффект захвата частоты (фазы) колебаний [1]. Кроме подобных параметрических систем, существуют автогенераторы, демонстрирующие эффект параметрического резонанса. В качестве примера можно привести осцилляторы типа Ван дер Поля – Матье, которые используются, в частности, при моделировании динамики заряда частиц пыли в плазме [2], а также микроэлектромеханических систем (МЭМС) [3]. Такие автономные автоколебательные системы достаточно хорошо изучены. Кроме того, проводились исследования динамики осцилляторов типа Ван дер Поля – Матье под действием вынуждающей силы [4, 5].

Логичным развитием данного направления является исследование взаимной и вынужденной синхронизации связанных автоколебательных параметрических систем. В данной работе исследуется поведение двух связанных осцилляторов Ван дер Поля – Матье под действием внешнего гармонического сигнала, а также в его отсутствие. Динамика такого автономного автоколебательного параметрического осциллятора определяется в зависимости от значений управляющих параметров, либо его автоколебательной, либо параметрической составляющей. Поэтому рассматриваются все возможные сочетания: оба осциллятора в автоколебательном режиме; оба осциллятора в параметрическом режиме; один осциллятор в автоколебательном режиме, другой – в параметрическом.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и DFG в рамках научного проекта 20-52-12004.

## Литература

1. *Анищенко, В.С.* Индуцированные шумом параметрические колебания в нелинейном осцилляторе / В.С. Анищенко, Я.И. Боев, Т.Е. Вадивасова // Письма в ЖТФ. 2011. Т. 37, вып. 4. С. 87–94.
2. *Momeni, M.* A Van der Pol–Mathieu equation for the dynamics of dust grain charge in dusty plasmas / M. Momeni, I. Kourakis, M. Moslehi-Fard, P.K. Shukla // Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical. 2007. V. 40. P. F473–F481.
3. *Pandey, M.* Frequency locking in a forced Mathieu–van der Pol–Duffing system / M. Pandey, R.H. Rand, A. Zehnder // Nonlinear Dynamics. 2008. V. 54. P. 3–12.
4. *Warminski, J.* Synchronisation effects and chaos in the van der Pol–Mathieu oscillator // Journal of Theoretical and Applied Mechanics. 2001. V. 39, iss. 4. P. 861–884.
5. *Houri, S.* Direct and parametric synchronization of a graphene self-oscillator / S. Hourri, S.J. Cartamil-Bueno, M. Poot, P.G. Steeneken, H.S.J. van der Zant, W.J. Venstra // Applied Physics Letters. 2017. V. 110, iss. 7. P. 073103.

# ПРИМЕНЕНИЕ МОЗР ДЛЯ АНАЛИЗА И ПРОГНОЗА ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ МОРСКИХ ВОЛН

*А.В. Слюняев*

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород  
Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева

Уравнение Кортевега – де Вриза и нелинейное уравнение Шредингера (НУШ) были первыми нелинейными эволюционными уравнениями, решенными методом обратной задачи рассеяния (МОЗР) [1]. В то же время эти уравнения – популярные приближения для описания однонаправленных волн на поверхности мелкой и глубокой воды (для достаточно глубокой воды применимо фокусирующее НУШ). Попытки анализа солитонной составляющей в инструментальных записях волн на воде с помощью МОЗР известны (см. книгу [2]). МОЗР часто рассматривается как нелинейная модификация спектрального анализа на основе преобразования Фурье. Такие спектральные данные более адекватно описывают когерентные волновые структуры, поддерживаемые нелинейностью и имеющие собственную принципиально нелинейную динамику. Сегодня особый интерес к использованию этого подхода для анализа и быстрого численного моделирования морских волн вызван проблемой аномально высоких волн на поверхности воды (так называемых волн-убийц). Их возникновение в глубоком море многими исследователями связывается с долгоживущими солитоноподобными группами, потому верная их интерпретация может помочь оценить вероятность экстремальных волн и их характерную динамику. Кроме того, становится возможным краткосрочный прогноз нелинейной динамики волн [3]; интегрируемые модели могут быть использованы для очень быстрого расчета эволюции волн. Кроме гидродинамических, активно разрабатываются приложения МОЗР к анализу сигналов в оптических линиях информации.

В статье [5] был предложен собственный подход для определения солитонной составляющей волн на глубокой воде. В более поздней работе [6] был описан рецепт, как применять этот метод (базирующийся на слабонелинейной теории для слабо модулированных волн) к сильнонелинейным волнам с сильной модуляцией. На примере одной солитонной группы, рассчитанной в рамках полных уравнений гидродинамики, была показана устойчивость метода и хорошая точность определения волнового числа и амплитуды солитонов с крутизной, близкой к порогу обрушения. Такие короткие пакеты крутых волн, способные распространяться на большие дистанции и сталкиваться без потери структуры, были недавно воспроизведены в лабораторных условиях [7, 8]. Спонтанное возникновение солитоноподобных групп в полях нерегулярных плоских волн наблюдалось в численном моделировании [9], а следы долгоживущих нелинейных паттернов среди нерегулярных трехмерных волн обнаружены в вероятностных и спектральных характеристиках в численных экспериментах [10, 11]. Перечисленное позволяет надеяться на применимость процедур на основе МОЗР для фокусирующего нелинейного уравнения Шредингера к анализу нелинейных морских волн на глубокой воде в ситуациях не слишком большой крутизны и не слишком широкого локального углового спектра. Результаты такого анализа могут быть использованы для оценки вероятности аномально высоких волн на длительности от единиц до десятка периодов волн.

Нами выполнены предварительные расчеты спектральных данных МОЗР для ряда тестовых задач, включая распространение единичного солитона огибающей в рамках исходных уравнений гидродинамики (однопиковый спектр), его взаимодействие с цугом волн другой длины (двухпиковый спектр), движение планарной солитонной группы в окружении случайных волн (широкий спектр JONSWAP), а также обобщение на слабо трехмерный случай (частотный спектр JONSWAP с угловым спектром умеренной ширины). Эти результаты будут представлены в докладе.

Разные части работы выполнены при поддержке проекта РФФИ 18-02-00042 и гранта РФФИ 16-17-00041.

## Литература

1. Захаров, В.Е. Теория солитонов. Метод обратной задачи / В.Е. Захаров, С.В. Манаков, С.П. Новиков, Л.П. Питаевский. М. : Наука, 1980. 319 с.
2. Osborne, A.R. Nonlinear ocean waves and the inverse scattering transform. Amsterdam et al. : Academic Press, 2010. 944 p.
3. Слюняев, А.В. Морские «волны-убийцы»: прогноз возможен? // Вестник МГУ. Серия 3, Физика и астрономия. 2017. № 3. С. 33–47.
4. Sedov, E.V. Soliton content in the standard optical OFDM signal / E.V. Sedov, A.A. Redyuk, M.P. Fedoruk, A.A. Gelash, L.L. Frumin, S.K. Turitsyn // Optics Letters. 2018. V. 43. P. 5985–5988.

5. *Slunyaev, A.* Nonlinear analysis and simulations of measured freak wave time series // *Eur. J. Mech. B / Fluids*. 2006. V. 25. P. 621–635.
6. *Слюняев, А.В.* Анализ нелинейного спектра интенсивного морского волнения с целью прогноза экстремальных волн // *Изв. вузов. Радиофизика*. 2018. Т. 61. С. 1–23.
7. *Slunyaev, A.* Simulations and experiments of short intense envelope solitons of surface water waves / *A. Slunyaev, G.F. Clauss, M. Klein, M. Onorato* // *Phys. Fluids*. 2013. V. 25. P. 067105.
8. *Slunyaev, A.* Laboratory and numerical study of intense envelope solitons of water waves: generation, reflection from a wall and collisions / *A. Slunyaev, M. Klein, G.F. Clauss* // *Phys. Fluids*. 2017. V. 29. P. 047103.
9. *Slunyaev, A.V.* Soliton groups as the reason for extreme statistics of unidirectional sea waves / *A.V. Slunyaev, A.V. Kokorina* // *J. Ocean Eng. Marine Energy*. 2017. V. 3. P. 395–408.
10. *Kokorina, A.* Lifetimes of rogue wave events in direct numerical simulations of deep-water irregular sea waves / *A. Kokorina, A. Slunyaev* // *Fluids*. 2019. V. 4. P. 70.
11. *Slunyaev, A.* Strongly coherent dynamics of stochastic waves causes abnormal sea states // *arXiv: 1911.11532*. 2019.

# ИОНИЗАЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ В ГАЗАХ: РОЛЬ АСИМПТОТИКИ АТОМАРНОГО ПОТЕНЦИАЛА

*А.Д. Слюсарева<sup>1</sup>, М.Ю. Рябикин<sup>1,2</sup>*

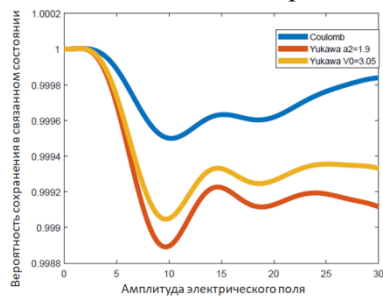
<sup>1</sup>Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

<sup>2</sup>Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

Воздействие на частицы газа фемтосекундными лазерными импульсами с пиковыми напряженностями электрического поля, сравнимыми с напряженностями внутренних полей в частицах, приводит к их ионизации. Среди явлений, связанных с лазерной ионизацией частиц газа, большой фундаментальный и практический интерес вызывают такие явления, как многофотонная ионизация, надпороговая ионизация, многократная ионизация, генерация высоких гармоник лазерного излучения, генерация терагерцового излучения, стабилизация атомов и др. При теоретическом описании многих из этих явлений используется приближение сильного поля, основанное на пренебрежении влиянием поля ионного остова на движение отрывающегося электрона. Однако в ряде важных случаев использование такого приближения не позволяет адекватно описывать наблюдаемые эффекты или приводит к значительным расхождениям между теоретическими и экспериментальными результатами (см., например, [1] и цитируемую там литературу). Даже в случае расчетов за рамками приближения сильного поля результаты могут сильно зависеть от выбора модели для описания взаимодействия между частицами, участвующими в исследуемом процессе.

В данной работе исследуется роль асимптотики атомарного или молекулярного потенциала в таких ионизационных процессах, как стабилизация атома [2] и генерация высоких гармоник [3]. В первом случае вычисляется зависимость вероятности выживания атомарной системы, подвергающейся воздействию импульса высокочастотного лазерного излучения, от пиковой амплитуды этого импульса. Во втором случае рассчитываются спектры гармоник, испускаемых двухатомной молекулярной системой при воздействии интенсивным низкочастотным лазерным излучением, при этом основное внимание уделяется положению двухцентрового интерференционного провала [4] в спектре испускаемых гармоник при различных межатомных расстояниях. В обоих случаях проводится сравнение результатов, получаемых для случаев дальнегодействующего и короткодействующего потенциалов взаимодействия отрывающегося электрона с ионным остовом.

Расчеты проводились путем численного интегрирования нестационарного уравнения Шредингера в рамках одномерных моделей. Модели пониженной размерности широко используются при рассмотрении процессов в сильных полях [5], позволяя значительно уменьшить объем требуемых вычислительных ресурсов при исследовании зависимости характеристик изучаемых процессов от различных параметров задачи, зачастую давая при этом результаты, хорошо согласующиеся с экспериментальными данными и с результатами расчетов в рамках более точных моделей. В данной работе расчеты проводились в рамках одномерных моделей, где в качестве дальнегодействующего и короткодействующего потенциалов использовались соответственно сглаженные потенциалы Кулона и Юкавы (для исследования атомарных процессов) или их двухцентровые аналоги (для молекулярных систем). Полученные результаты позволяют прояснить роль формы атомарных и молекулярных потенциалов в исследованных ионизационных процессах.



$$\text{Кулон: } U_C = -\frac{3}{\sqrt{2+x^2}}$$

$$\text{Юкава: } U_Y = -\frac{V_0}{\sqrt{a^2+x^2}} e^{-\frac{|x|}{30}}$$

**Рис. 1.** Вероятность сохранения атомарной системы (энергия основного состояния  $E_0 = 1,7117$  ат. ед.) в связанном состоянии после действия трапецеидального лазерного импульса длительностью 14 периодов (2 периода включения и выключения, 10 периодов постоянной амплитуды) с частотой  $\omega = 3$  ат. ед. в зависимости от амплитуды электрического поля (в атомных единицах). Приведены результаты для кулоновского потенциала и потенциалов Юкавы с уменьшенным параметром сглаживания ( $a_2 = 1,9$ ) и увеличенным эффективным зарядом ядра ( $V_0 = 3,05$ )

Работа поддержана грантом РФФИ 18-02-00924.

## Литература

1. *Alexandrov, L.N.* Unidirectional current excitation in tunneling ionization of asymmetric molecules / L.N. Alexandrov, M.Yu. Emelin, M.Yu. Ryabikin // *Phys. Rev. A.* 2014. V. 87, № 1. P. 013414.
2. *Gavrila, M.* Atomic stabilization in superintense laser fields // *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* 2002. V. 35, № 18. P. R147–R193.
3. *Corkum, P.B.* Plasma perspective on strong-field multiphoton ionization // *Phys. Rev. Lett.* 1993. V. 71, № 13. P. 1994–1997.
4. *Lein, M.* Role of the intramolecular phase in high-harmonic generation / M. Lein, N. Hay, R. Velotta, J.P. Marangos, P.L. Knight // *Phys. Rev. Lett.* 2002. V. 88, № 18. P. 183903.
5. *Silaev, A.A.* Strong-field phenomena caused by ultrashort laser pulses: Effective one- and two-dimensional quantum-mechanical descriptions / A.A. Silaev, M.Yu. Ryabikin, N.V. Vvedenskii // *Phys. Rev. A.* 2010. V. 82, № 3. P. 033416.

# РАСПРОСТРАНЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ВОЛНОВЫХ ИМПУЛЬСОВ ВДОЛЬ ТОПОЛОГИЧЕСКИХ ДОМЕННЫХ СТЕНОК

*Е.О. Смолина<sup>1</sup>, Л.А. Смирнов<sup>1,2</sup>, Д.А. Смирнова<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

<sup>2</sup>Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

В настоящее время наблюдается повышенная активность в исследованиях оптических топологических изоляторов, представляющих собой периодические структуры, границы которых поддерживают спин-поляризованные топологически защищенные краевые моды [1]. Ожидается, что использование этих состояний для транспортировки оптических сигналов позволит преодолеть многие проблемы, связанные с рассеянием на дефектах направляющей структуры и на приемно-передающих элементах. Диэлектрические материалы, применяемые в топологической фотонике, как правило, обладают достаточно сильной оптической нелинейностью. Поэтому возбуждение в них краевых мод сопровождается генерацией гармоник [2], а также эффектами нелинейного взаимодействия и самовоздействия волновых полей [3].

В данной работе с использованием аналитических и численных методов изучаются особенности распространения нелинейных импульсов вдоль топологической «доменной» стенки. Для фотонной топологической решетки на основе димеризованного графена, составленной из одномодовых диэлектрических волноводов с керровской нелинейностью, мы получили уравнения Дирака для спинорной волновой функции, позволяющие описать нелинейный волновой транспорт в континуальном пределе:

$$\begin{cases} i \frac{\partial \psi_1}{\partial t} = -(i\partial_x + \partial_y)\psi_2 + M\psi_1 - g|\psi_1|^2\psi_1; \\ i \frac{\partial \psi_2}{\partial t} = -(i\partial_x - \partial_y)\psi_1 - M\psi_2 - g|\psi_2|^2\psi_2. \end{cases} \quad (1)$$

«Доменная» стенка связана с инверсией массы:  $M(y > 0) = M_0$ ;  $M(y < 0) = -M_0$ ,  $M_0 > 0$ . Профили и дисперсионные характеристики нелинейных поверхностных волн вида  $[\psi_1, \psi_2] = [\psi_1^{(0)}(y), \psi_2^{(0)}(y)]e^{-i\omega t + ikx}$  были выведены аналитически в статье [3]. Мы показали, что для поперечно локализованных решений системы (1) выполняется соотношение

$$\frac{\partial \mathcal{P}}{\partial t} = -2 \frac{\partial \langle S_x \rangle}{\partial x}, \quad (2)$$

где величины  $\mathcal{P} = \langle \Psi | \Psi \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} (|\psi_1|^2 + |\psi_2|^2) dy$ ,  $\langle S_x \rangle = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \langle \Psi | \hat{\sigma}_x | \Psi \rangle dy$  представляют собой интегральные мощность и спин соответственно.

Для импульсного сигнала, распространяющегося вдоль «доменной» стенки, из (2) следует уравнение простой волны

$$\partial_\tau I_1 - \partial_\xi I_1 \left( 1 - g^2 I_1^2 / (8M_0^2) \right) = 0 \quad (3)$$

для интенсивности на границе раздела  $I_1 = |\psi_1(y=0)|^2$ . Здесь  $\xi = \mu x$ ,  $\tau = \mu t$  – медленные координата и время. При выводе (3) использовалось нелинейное дисперсионное соотношение для краевых состояний  $\omega(\mu t, \mu x) + k(\mu t, \mu x) = -gI_1(\mu t, \mu x)/2$  и предполагалось  $|g^2 I_1^2 / 16| \ll M_0^2$ . Для начального гауссова профиля  $I_1^0(\xi) = Ae^{-B\xi^2}$  мы определили время обрушения:

$$t^* = \frac{4M_0^2 \sqrt{e}}{gA^2 \sqrt{B}}. \quad (4)$$

Проведенный анализ был подтвержден численным моделированием с использованием метода расщепления [4], которое показало, что зависимость времени обрушения от параметров задачи корректно описывается уравнением (4).

Учет пространственной дисперсии в системе (1) позволил описать формирование квазисолитонных локализованных краевых импульсов. Их нелинейная динамика была детально исследована численно.

Работа поддержана грантами РФФИ (18-02-00381, 19-52-12053).

## Литература

1. Ozawa T. Topological photonics / T. Ozawa [et al.] // Reviews of Modern Physics. 2019. V. 91(1). Art. 015006.
2. Smirnova D. Third-harmonic generation in photonic topological metasurfaces / D. Smirnova [et al.] // Phys. Rev. Lett. 2019. V. 123. Art. 103901.

3. *Smirnova D.* Topological edge states and gap solitons in the nonlinear Dirac model / D. Smirnova [et al.] // *Laser Photonics Rev.* 2019. V. 13. Art. 1900223.
4. *Серов В.В.* Численные методы решения нестационарных квантово-механических задач. Саратов : Новый ветер, 2011.

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИССИПАТИВНЫХ СОЛИТОНОВ В СФЕРИЧЕСКИХ МИКРОРЕЗОНАТОРАХ НА ОСНОВЕ НИЗКОТЕМПЕРАТУРНЫХ СТЁКОЛ

*А.А. Сорокин<sup>1,2</sup>, Е.А. Анашкина<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

<sup>2</sup> Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

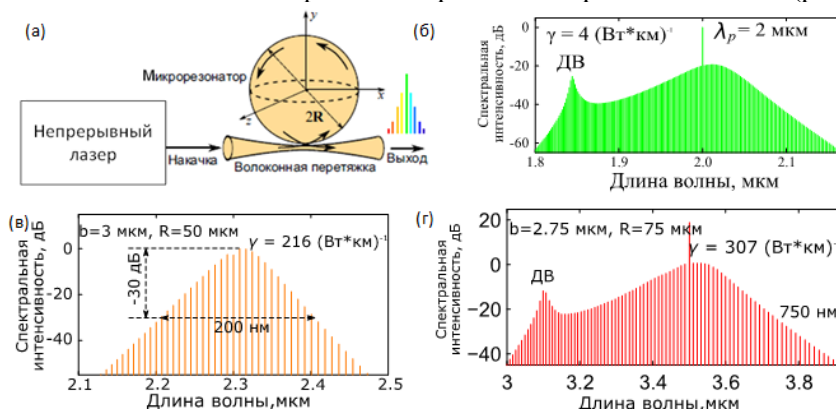
Данная работа посвящена численному моделированию диссипативных солитонов в микрорезонаторах с модами шепчущей галереи [1]. Диссипативные солитоны, оптические спектры которых представляют собой частотные гребёнки, хорошо изучены в кварцевых микрорезонаторах, но практически не исследованы в микрорезонаторах на основе низкотемпературных (германатных, теллуридных и халькогенидных) стёкол. Использование таких материалов с большей полосой прозрачности и более высокой керровской нелинейностью позволит получать широкополосные оптические гребёнки в более длинноволновом диапазоне.

Динамика формирования оптических частотных гребёнок в микросферах при непрерывной накачке (исследуемая схема показана на рис. 1, а) описывается в рамках уравнения Луджиато – Лефевра [2]. Каждая из накачек, рассматриваемых нами для конкретного типа стекла, может быть получена в волоконных лазерах. Моделирование уравнения проводилось специально разработанным кодом с использованием симметризованного фурье-метода расщепления по физическим факторам.

Нами рассматривались сплошные и полые сферические микрорезонаторы. Германатное стекло обладает более высоким нелинейным показателем преломления и прозрачно в диапазоне до 3 мкм, а сплошные микрорезонаторы, изготовленные из него, могут иметь малую аномальную дисперсию ( $\beta_2 \approx -5$  пс<sup>2</sup>/км) в области 2 мкм. Поэтому при моделировании были получены диссипативные солитоны длительностью порядка 100 фс, спектральная ширина которых достигает 300 нм (рис. 1, б) [3].

Теллуридные стёкла обладают ещё большим нелинейным показателем преломления и прозрачны до 4–6 мкм. Однако в сплошных микрорезонаторах из теллуридных стёкол длина волны нулевой дисперсии больше 2 мкм, поэтому для формирования необходимых условий мы рассматриваем полые микросферы, в которых можно добиться малой аномальной дисперсии ( $\beta_2 \approx -30$  пс<sup>2</sup>/км) на длине волны 2,3 мкм за счёт волноводного вклада. Используя такую геометрию и рассматривая различные радиусы  $R$  и толщины стенок микрорезонатора  $b$ , мы смогли продемонстрировать диссипативные солитоны длительностью порядка 130 фс со спектральной шириной до 200 нм (рис. 1, в) [4].

Халькогенидные стёкла являются хорошими кандидатами для использования в среднем ИК-диапазоне, поскольку имеют самый высокий нелинейный показатель преломления и наибольшую область прозрачности. Длина волны нулевой дисперсии стекла  $As_2S_3$  равна 4,89 мкм, поэтому для достижения аномальной дисперсии ( $\beta_2 \approx -25$  пс<sup>2</sup>/км) при накачке на 3,5 мкм необходим полый микрорезонатор с правильно подобранными радиусом и толщиной стенок. При этом можно получить диссипативные солитоны длительностью менее 100 фс со спектральной шириной до 750 нм (рис. 1, г) [5].



**Рис. 1.** Общая схема системы (а) и оптические частотные гребёнки в германатном (б), теллуридном (в), халькогенидном (г) микрорезонаторах.  $\gamma$  – нелинейный керровский коэффициент

Работа поддержана РНФ (грант 18-72-00176) и Министерством образования и науки РФ (мегагрант, контракт 14.W03.31.0032).



## Литература

1. *Del'Haye, P.* Optical frequency comb generation from a monolithic microresonator / P. Del'Haye, A. Schliesser, O. Arcizet, T. Wilken, R. Holzwarth, T.J. Kippenberg // *Nature*. 2007. V. 450, № 7173. P. 1214.
2. *Lugiato, L.A.* Spatial dissipative structures in passive optical systems / L.A. Lugiato, R. Lefever // *Physical Review Letters*. 1987. V. 58, № 21. P. 2209.
3. *Anashkina, E.A.* Development and numerical simulation of spherical microresonators based on SiO<sub>2</sub>-GeO<sub>2</sub> germanosilicate glasses for generation of optical frequency combs / E.A. Anashkina, A.A. Sorokin, M.P. Marisova, A.V. Andrianov // *Quantum Electronics*. 2019. V. 49, № 4. P. 371.
4. *Anashkina, E.A.* Development and numerical simulation of tellurite glass microresonators for optical frequency comb generation / E.A. Anashkina, A.A. Sorokin, M.P. Marisova, A.V. Andrianov // *Journal of Non-Crystalline Solids*. 2019. V. 522. P. 119567.
5. *Anashkina, E.A.* Numerical simulation of mid-infrared optical frequency comb generation in chalcogenide As<sub>2</sub>S<sub>3</sub> microbubble resonators / E.A. Anashkina, A.A. Sorokin, M.P. Marisova, A.V. Andrianov // *Photonics*. 2019. V. 6, № 55.

## ФОРМИРОВАНИЕ КОГНИТИВНЫХ КАРТ В ГИППОКАМПЕ МЫШЕЙ ПРИ ОБСЛЕДОВАНИИ НОВОГО КОНТЕКСТА

*В.П. Сотсков<sup>1</sup>, В.В. Плюснин<sup>2</sup>, Д.В. Константинов<sup>3</sup>, А.Б. Тяглик<sup>1</sup>, К.В. Анохин<sup>1,4</sup>*

<sup>1</sup>Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

<sup>2</sup>Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт», Москва

<sup>3</sup>Московский физико-технический институт (государственный университет)

<sup>4</sup>Институт нормальной физиологии им. П.К. Анохина, Москва

Выявление соответствия между поведением и нейронной активностью животных является важнейшей задачей современной нейронауки. С развитием методики минископной регистрации – прижизненного оптического кальциевого имиджинга отдельных нейронов грызунов в свободном поведении – стало возможным получать данные активности большого числа нейронов бодрствующих животных в ходе выполнения ими различных когнитивных задач [1].

В настоящей работе были получены данные активности нейронов поля СА1 гиппокампа взрослых мышей, впервые помещаемых в новую обстановку – кольцевой трек с ориентирами для навигации. Такие нейроны образуют так называемые когнитивные карты – области предпочтительной специализации, покрывающие исследуемое пространство [2]. С помощью подхода на основе взаимной информации [3] был проведён совместный анализ нейронной активности и координат животных, в результате чего были получены данные о динамике формирования когнитивных карт.

Подобный подход может быть развит в дальнейшем для сопоставления активности отдельных нейронов с дискретными актами поведения животного, что позволит выявлять причинные связи между актами поведения и адаптивными изменениями в нейронной репрезентации окружающей среды, лежащими в основе такого явления, как контекстуальная память.

Работа поддержана грантом РФФИ 18-34-00640.

### Литература

1. *Ghosh K.K., Schnitzer M.J.* Miniaturized integration of a fluorescence microscope // *Nature Methods*. 2011. V. 8. P. 871–878.
2. *O'Keefe J.* The hippocampus as a cognitive map. Oxford : Oxford University Press, 1978. 584 p.
3. On information metrics for spatial coding / Souza B.C., Pavao R., Belchior H., Tort A.B. // *Neuroscience*. 2018. V. 375. P. 62–73.

## ФОРМИРОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ СТЕМОВ НА ПЕРИФЕРИИ СТРИМЕРНОЙ КОРОНЫ ОТРИЦАТЕЛЬНОГО ЛИДЕРА

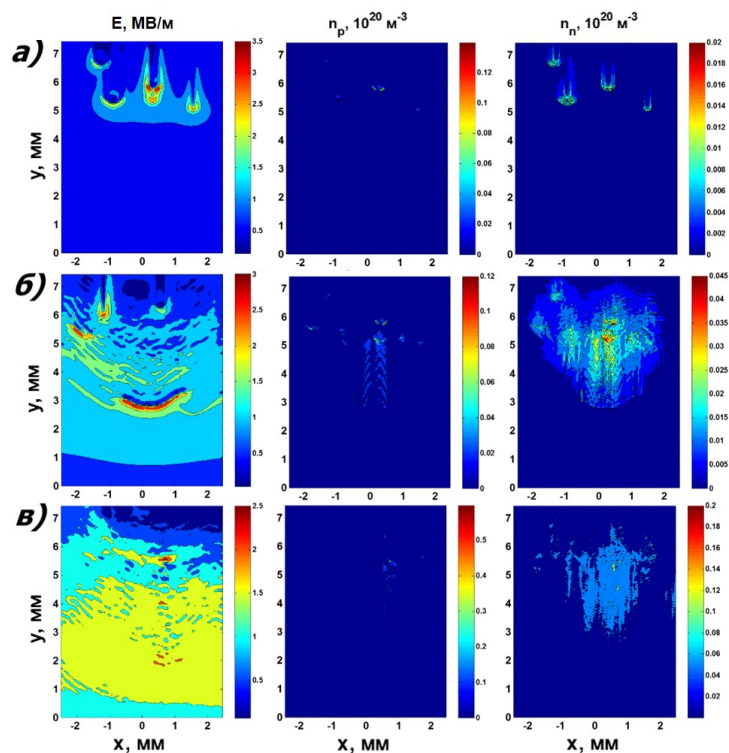
*А.А. Сысоев<sup>1,2</sup>, Д.И. Иудин<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

<sup>2</sup>Приволжский исследовательский медицинский университет, Нижний Новгород

Хорошо известно, что появление каждой ступени отрицательного лидера сопровождается встречей пространственного лидера с основным отрицательным и оканчивается мощной вспышкой короны отрицательных стримеров с новообразованной головки отрицательного лидера. Принято считать, что пространственные стемы – вытянутые вдоль направления электрического поля плазменные образования объёмом порядка  $1 \text{ см}^3$ , являющиеся потенциальными зачатками пространственных лидеров, формируются перед головкой отрицательного лидера во время вспышки отрицательной стримерной короны. Авторы монографии [1], характеризуя картину формирования пространственных стемов вблизи внешней границы стримерной короны отрицательного лидера, употребляют слово «мистическая». Недавно в работе [2] был предложен механизм формирования пространственных стемов, в основе которого лежит прилипательная неустойчивость, развивающаяся в участках канала отрицательного стримера с падающей проводимостью. Насколько известно авторам данного исследования, на данный момент каких-либо других механизмов происхождения пространственных стемов предложено не было.

Для описания процесса формирования пространственных стемов была разработана мелкомасштабная двумерная численная модель, описывающая пространственно-временную эволюцию плотности электронов и положительных и отрицательных ионов на периферии стримерной короны отрицательного лидера. Математической основой модели является система шести дифференциальных уравнений, описывающих временную эволюцию электронов, двух типов положительных ( $\text{O}_2^+$  и  $\text{N}_2^+$ ) и трех типов отрицательных ( $\text{O}^-$ ,  $\text{O}_2^-$  и  $\text{O}_3^-$ ) ионов с учетом связывающих их плазмохимических процессов (ионизация, прилипание, отлипание, конверсия, рекомбинация). С помощью построенной модели предполагается проанализировать предположение о том, что формирование предшествующих пространственным стемам центров ионизации на границе стримерной короны отрицательного лидера происходит под действием пространственно-временного шума, элементами которого являются заряженные останки головок остановившихся отрицательных стримеров, во множестве поступающие в область перед новообразованной головкой отрицательного лидера во время вспышки стримерной короны, оканчивающей формирование каждой ступени. Предполагается, что необходимым условием реализации предложенного механизма является высокое (по сравнению со средним уровнем) значение локальной интенсивности пространственно-временного шума. Результаты предварительных расчётов приведены на рисунке 1.



**Рис. 1.** Три стадии формирования предшественника пространственного стема: *а* – (12,5 нс от начала моделирования) первые головки отрицательных стримеров останавливаются в доступной для них области модельного объёма и своим зарядом порождают волны ионизации; *б* – (55,2 нс от начала моделирования) локальный рост концентрации положительных и отрицательных ионов, порождаемых многочисленными волнами ионизации; *в* – (159,6 нс от начала моделирования) возникающая вследствие поляризации область положительного заряда становится аналогом анода, способного дать начало положительным стримерам. На рисунке представлены нормированные на  $10^{20} \text{ м}^{-3}$  концентрации положительных  $n_p$  и отрицательных  $n_n$  ионов и электрическое поле  $E$ . Результаты представлены для высоты  $h = 3 \text{ км}$  и интенсивности пространственно-временного шума  $8,6 \cdot 10^6 \text{ Кл}/(\text{м}^3 \cdot \text{с})$

### Литература

1. Базелян, Э.М. Физика молнии и молниезащиты / Э.М. Базелян, Ю.П. Райзер. – М. : Физматлит, 2001. – 320 с.
2. Malagón-Romero, A. Spontaneous emergence of space stems ahead of negative leaders in lightning and long sparks / A. Malagón-Romero, A. Luque // Geophys. Res. Lett. 2019. V. 46, № 7. P. 4029–4038.

# АРХИТЕКТУРА СВЯЗЕЙ В МОЗГЕ ПРИ ЛИМБИЧЕСКОЙ ЭПИЛЕПСИИ: МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛОЖНЫМИ ИЕРАРХИЧЕСКИ ОРГАНИЗОВАННЫМИ СЕТЯМИ ОСЦИЛЛЯТОРОВ

*И.В. Сысоев<sup>1,2</sup>, М.В. Сысоева<sup>1,3</sup>, М.В. Корнилов<sup>1,2</sup>, Т.М. Медведева<sup>1,4</sup>,  
Е.М. Сулейманова<sup>4</sup>, Л.В. Виноградова<sup>1,4</sup>*

<sup>1</sup>Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН

<sup>2</sup>Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

<sup>3</sup>Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А.

<sup>4</sup>Институт высшей нервной деятельности и нейрофизиологии РАН, Москва

Данная работа является частью большого исследования, посвящённого комбинированию методов математического моделирования из первых принципов (прямое моделирование) и метода построения модели путём решения обратной задачи (обратное моделирование) для лучшего понимания того, как работает мозг в норме и при патологиях.

На первом этапе реализации прямого метода были разработаны математические модели, способные воспроизводить наиболее существенные особенности электрической активности мозга крыс с генетической склонностью к абсансной эпилепсии, проявляющиеся до и во время эпилептического разряда [1]. Второй этап реализации прямого метода моделирования абсансной эпилепсии осуществлялся с помощью большой иерархически организованной сети нейроосцилляторов [2].

Далее был осуществлён переход к изучению более сложной формы эпилепсии – лимбической. Эта форма сложнее абсансной со всех точек зрения. С медицинской точки зрения если абсансная эпилепсия характеризуется специфическими приступами без судорог, то лимбическая (у людей её ещё принято называть «височная») эпилепсия сопровождается периодическими неспровоцированными судорогами. С точки зрения частотно-временного анализа сигналы ЭЭГ при абсансной эпилепсии представляют собой сильно нелинейные колебания с почти постоянной частотой, амплитуда сигнала резко возрастает в момент начала разряда и резко падает в момент окончания разряда, при этом на протяжении всего приступа она примерно постоянна. Также абсансные разряды обладают большой повторяемостью от разряда к разряду и от животного к животному. Сигналы ЭЭГ при лимбической эпилепсии, как правило, имеют непостоянную амплитуду, которая то плавно возрастает, то плавно уменьшается, имеют внутри разряда несколько стадий с сильно отличающимися основными частотами колебаний и степенью нелинейности. Также лимбические разряды обладают не очень хорошей повторяемостью от записи к записи и от животного к животному. Также, по определению клинических фокальных судорог, сторона их возникновения должна быть стабильна для каждого пациента, но у одного пациента она может быть справа, а у другого – слева. Так же всё происходит и у крыс с лимбическими судорогами, вызванными введением пилокарпина. Все эти эффекты необходимо воспроизвести в математической модели лимбических разрядов.

Моделирование инициации, развития, переходов между несколькими типичными фазами и прекращения лимбических разрядов осуществляли с помощью большой иерархически организованной сети нейроосцилляторов. Смоделировали шесть кластеров, состоящих из возбуждающих пирамидных нейронов и тормозных интернейронов. Первый и второй кластеры моделировали динамику гиппокампа, снятую билатерально (справа и слева), третий и четвёртый – динамику энторинальной коры, пятый и шестой – лобной коры. С использованием информации, полученной при анализе экспериментальных данных, информации об анатомической организации проводящих путей мозга и морфофункциональных особенностях разных типов нейронов в численном эксперименте были воспроизведены частотно-временные особенности реальных сигналов, форма их колебаний, было смоделировано изменение амплитуды колебаний при переходе от нормальной к эпилептиформной активности, при переходах между фазами лимбических разрядов.

По определению клинических фокальных судорог (к которым также относятся лимбические разряды), сторона их возникновения должна быть стабильна для каждого пациента, но у одного пациента она может быть справа, а у другого – слева. Поэтому было смоделировано распространение эпилептической активности при лимбической эпилепсии из того полушария, где находился фокус, в другое, для чего в модель были добавлены дополнительные связи между полушариями.

Для моделирования одного нейрона каждого типа – возбуждающих и тормозных – были использованы уравнения Фитц-Хью – Нагумо. Частота генерации лимбического разряда зависит от свойств сети, а не от свойств системы Фитц-Хью – Нагумо. В модели отсутствует динамический шум, что обеспечивает воспроизводимость результатов.

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда 19-72-10030.

### **Литература**

1. *Сысоева М.В., Кузнецова Г.Д., Сысоев И.В.* Моделирование сигналов электроэнцефалограмм крыс при абсансной эпилепсии в приложении к анализу связанности между отделами мозга // *Биофизика*. 2016. Т. 61, № 4. С. 782–792.
2. Modeling spike-wave discharges by a complex network of neuronal oscillators / T.M. Medvedeva, M.V. Sysoeva, G. van Luijtelaar, I.V. Sysoev // *Neural Networks*. 2018. V. 98. P. 271–282.

## АРХИТЕКТУРА СВЯЗЕЙ В МОЗГЕ ПРИ ЛИМБИЧЕСКОЙ ЭПИЛЕПСИИ: РЕКОНСТРУКЦИЯ ПО ВРЕМЕННЫМ РЯДАМ ЛОКАЛЬНЫХ ПОТЕНЦИАЛОВ

*М.В. Сысоева<sup>1,2</sup>, М.В. Корнилов<sup>1,3</sup>, Т.М. Медведева<sup>1,4</sup>, Е.М. Сулейманова<sup>4</sup>,  
Л.В. Виноградова<sup>1,4</sup>, И.В. Сысоев<sup>1,3</sup>*

<sup>1</sup>Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН

<sup>2</sup>Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А.

<sup>3</sup>Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

<sup>4</sup>Институт высшей нервной деятельности и нейрофизиологии РАН, Москва

Изучение мозга, в том числе функциональных связей между его структурами в норме и при различных патологиях – одновременно фундаментальная проблема науки, имеющая самостоятельную ценность, и основополагающий этап при диагностике, лечении и профилактике неврологических заболеваний, самым распространённым из которых является эпилепсия. Сложность и широта постановки задачи требуют междисциплинарных подходов, опирающихся на достижения нескольких областей знаний: физики (методы нелинейной динамики), математики (методы математической статистики), информатики (методы нейроинформатики, анализ больших объёмов данных) и биологии (методы экспериментальной нейрофизиологии). Все эти подходы были объединены в данной работе в приложении к исследованию лимбической эпилептиформной активности, наблюдающейся при височной эпилепсии.

В работе использовались спонтанные лимбические судороги. Изначально в эксперименте участвовали 30 крыс линии Wistar, у которых введением пилокарпина вызывался эпилептический статус. Вскоре после его окончания 60 % животных умерли. Через 1–3 месяца после статуса у 6 животных развились спонтанные эпилептические судороги. Electroды были имплантированы билатерально в кору [AP+2; L–2; H–1] и глубокие структуры мозга [AP+2; L–2; H–1].

Вначале проводился предварительный визуальный и спектральный анализ записей. Изученные судороги на энцефалограмме происходят примерно по одной схеме: в начале приступа виден одиночный пик, а по прошествии нескольких секунд развивается полноценный высокоамплитудный нелинейный по форме и спектру разряд. Все разряды можно разделить на три типа в зависимости от времени между одиночным пиком и началом высокоамплитудной фазы. При I типе разрядов это время занимает 40–80 с, при II типе – 5–20 с, при III типе этот пик полностью отсутствует. Сами разряды во время высокоамплитудной фазы тоже различаются для трёх типов и эволюционируют во времени. Разряды I типа развиваются медленнее всего, поэтому у нас появляется возможность распознать три фазы: 1) низкоамплитудная активность, длится около 20 с; 2) генерализованная высокочастотная активность, длится тоже около 20 с; 3) иногда происходит смена паттерна, на спектрах виден 30 Гц хвост. Для разрядов II типа всё происходит быстрее: 1-я низкоамплитудная фаза короткая, так как уже через 3–10 с после её начала появляется 2-я фаза с более высокоамплитудной активностью; 3-я фаза (смена паттерна), как правило, отсутствует. При III типе разрядов можно наблюдать только высокоамплитудный нелинейный сигнал, сложно делимый на фазы.

Далее проводился анализ связанности записанных структур мозга методом адаптированной переменной во времени попарной причинности по Грейнджеру, подстраиваемым под временные и частотные особенности исследуемых сигналов. Сначала работоспособность адаптированного метода была проверена на большом количестве традиционных тестовых примеров, как это сделано ранее в [1]. Затем был осуществлён подбор параметров математических моделей реальных данных электроэнцефалограмм аналогично [2], и только потом стало возможно применить эти модели для анализа связанности отделов головного мозга. Показано, что между пиком и началом высокоамплитудной фазы усиления взаимодействия между исследованными структурами мозга не наблюдается. Структура связей во вторую, высокоамплитудную фазу для I и II типов разрядов одинаковая. При этом для III типа разрядов детектируется более «бедная» архитектура связей, что может быть обусловлено недостатком данных – малым числом таких разрядов. Для выявления общих закономерностей было решено совместить вместе все разряды и усреднить по ним оценки связанности. Для этого брались 40-секундные интервалы: 10 с до первого пика, 20 с от конца разряда, 10 с после конца разряда. Для усреднённых данных хорошо видно, что правая кора – ведущая структура. Почти все выявленные воздействия усиливаются в момент запуска высокоамплитудного разряда, и только воздействие правой коры на левую усиливается ближе к концу разряда.

На последнем этапе проводилась проверка выявленных связей на их непосредственность методом условной причинности по Грейнджеру. Все связи определились как непосредственные.

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда 19-72-10030.

### Литература

1. *Sysoev I.V., Sysoeva M.V.* Detecting changes in coupling with Granger causality method from time series with fast transient processes // *Physica D: Nonlinear Phenomena*. 2015. V. 309. P. 9–19.
2. *Сысоева М.В., Сысоев И.В.* Математическое моделирование динамики энцефалограммы во время эпилептического припадка // *Письма в ЖТФ*. 2012. Т. 38, № 3. С. 103–110.



# МАТРИЧНЫЙ ПЕРМАНЕНТ В КВАНТОВОЙ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ФИЗИКЕ МНОГОЧАСТИЧНЫХ СИСТЕМ

*С.В. Тарасов*

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

Комбинаторное определение перманента матрицы  $\mathbf{A}$  размером  $n \times n$  похоже на определение детерминанта и отличается лишь тем, что произведения по всевозможным перестановкам элементов  $\sigma$  суммируются, а не складываются и вычитаются в зависимости от четности перестановки:

$$\text{per } \mathbf{A} = \sum_{\forall \sigma} \prod_{j=1}^n A_{j,\sigma_j}, \quad \det \mathbf{A} = \sum_{\forall \sigma} \text{sgn}(\sigma) \prod_{j=1}^n A_{j,\sigma_j}.$$

Эта небольшая разница определений оборачивается весьма существенными различиями в сложности вычисления данных объектов. Так, нахождение детерминанта произвольной матрицы классическим (неквантовым) компьютером осуществимо за полиномиальное (по размеру матрицы  $n$ ) число операций. Аналогичный расчет перманента фактически неосуществим для больших матриц, так как требует экспоненциально большого числа операций: наиболее известный метод Райзера характеризуется сложностью  $O(2^n n^2)$ . Считается, что вычисление перманента является  $\#P$ -полной задачей [1], т. е. относится к максимально сложным задачам, которые за полиномиальное время способен решить уже квантовый компьютер, реализующий недетерминированную машину Тьюринга. Сложность вычисления перманента соотносится с тем, что эти объекты не мультипликативны при перемножении матриц и не являются инвариантами при каких-либо нетривиальных сменах базиса – известные для них аналитические результаты также весьма фрагментарны [2] и для матрицы общего вида часто сводятся лишь к обоснованию верхней и нижней границ, на порядки отличающихся друг от друга.

Поиск физических систем, при описании которых естественным образом возникают матричные перманенты, интересен как с точки зрения анализа сложности моделирования самих этих систем, так и с точки зрения перспективы построения на их основе квантовых вычислителей. В докладе рассматриваются один широко известный и два вновь обнаруженных примера подобных систем, а именно:

- линейные вычислители типа BosonSampler [3] – множественные пересекающиеся волноводы, по которым бозе-частицы распространяются от входов к выходам, перерассеиваясь при этом между каналами; поиск совместного распределения бозонов по выходным каналам такой системы сводится к вычислению перманентов матриц, связанных с матрицей рассеяния;

- неоднородный конденсат взаимодействующего бозе-газа, для которого определяется совместная статистика числа частиц в основной моде и чисел заполнения возбужденных уровней; эта статистика связана с перманентом матрицы, связывающей операторы рождения и уничтожения частиц и квазичастиц и явно зависящей от неоднородности профиля плотности конденсата, описываемого существенно нелинейным уравнением Гросса – Питаевского;

- система упорядоченных в пространстве взаимодействующих спинов, отвечающих модели Изинга произвольной размерности; основные статистические характеристики такой системы (включая среднюю намагниченность отдельного узла) выражаются через перманент возникающей циркулярной корреляционной матрицы и перманенты матриц, родственных ей [4].

Анализируются различные подходы к вычислению асимптотик перманентов больших матриц, связанные либо с определением перестановок, вносящих наибольший вклад в перманент, либо же с построением интегральных представлений (при этом последняя группа методов обнаруживает любопытные связи между поставленной задачей аппроксимации перманента и типичными задачами теории фракталов). Наиболее явные результаты здесь получены для семейства действительных симметричных и циркулярных матриц. Такими могут быть корреляционные матрицы, возникающие при описании модели Изинга с наложенными периодическими граничными условиями. Для последовательностей указанных матриц возрастающего размера вычислены предельные значения перманента в двух противоположных случаях: в случае достаточно быстрого убывания коэффициентов при удалении от главной диагонали (что в некотором смысле приближает матрицу к диагональной с ростом ее размера), а также в случае фиксированной (не зависящей от размера матрицы) вариации матричных элементов, когда выполнимо [5] сведение перманента к детерминанту. Определение этих асимптотик позволяет надеяться на построение микроскопического (а не феноменологического, в том числе ренорм-группового) описания неупорядоченной и упорядоченной фаз в задаче Изинга, в том числе трехмерной. Отсутствие же простой асимптотики в промежуточном случае подчеркивает нетривиальность задачи описания критической области фазового перехода второго рода.

Представляемые научные результаты получены при поддержке Российского научного фонда (проект 18-72-00225).

### Литература

1. *Valiant, L.G.* The complexity of computing the permanent // Theoretical Computer Science. 1979. V. 8, № 2. P. 189–201.
2. *Минк Х.* Перманенты / Х. Минк. – М. : Мир, 1982. – 213 с.
3. *Aaronson, S.* The computational complexity of linear optics / S. Aaronson, A. Arkhipov // Theory of Computing. 2013. V. 9, № 4. P. 143–252.
4. *Kocharovskiy V.V.* Exact general solution to the three-dimensional Ising model and a self-consistency equation for the nearest-neighbors' correlations / V.V. Kocharovskiy, V.I. Kocharovskiy // arXiv.org. 2016. URL: <https://arxiv.org/abs/1510.07327>.
5. *McCullagh P.* An asymptotic approximation for the permanent of a doubly stochastic matrix // Journal of Statistical Computation and Simulation. 2014. V. 84, № 2. P. 404–414.

# ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СОЛИТОНОВ: ВЕРОЯТНОСТНЫЕ АСПЕКТЫ

*Т.В. Тарасова, А.В. Слюняев*

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород  
Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Нижний Новгород

Интерес к солитонному газу (большим ансамблям взаимодействующих солитонов) связан с задачами описания вероятностных характеристик в случайных полях когерентных волн, существенно отличающихся от гауссовых. К таким ситуациям относят, например, специфические состояния морских волн, когда вероятность высоких волн становится аномально большой (эффект аномально высоких волн, или волн-«убийц», rogue waves). Не менее актуально построение теории солитонного газа для приложения в нелинейной оптике, где оптические солитоны (единичные и сложные солитонные комплексы) используются для кодирования информации. Кинетические уравнения для солитонов, выведенные в работах [1, 2], описывают транспорт солитонов, но не дают информации о значениях поля, в том числе экстремальных значениях. Потому вопросы высот волн-«убийц» и вероятности электрического пробоя оптоволоконных линий сегодня могут решаться только прямым численным моделированием. В то же время точные аналитические решения позволяют подробно исследовать парные столкновения, представляющие собой «элементарные акты» «солитонной турбулентности» [3]. При столкновениях солитоны сохраняют свою идентичность, что подсказывает аналогии с задачами взаимодействующих частиц, но приобретают фазовые сдвиги. В численных экспериментах [4] статистика множественных столкновений солитонов с близкими скоростями оказалась подчиненной экспоненциальному закону. Это наблюдение может быть интерпретировано как результат независимого движения частиц с конечным размером. Если вероятность нахождения в заданной точке одной частицы размером  $d$ , движущейся с постоянной скоростью по окружности длиной  $L$ , равна  $p_1 = d/L$ , то вероятность нахождения в этой точке  $n$  подобных частиц ( $n$ -кратное столкновение) может быть оценена как  $P_n = p_1^n = \exp(n \ln p_1)$ , что дает искомую экспоненциальную зависимость. В работе [4] следовала оценка  $\ln p_1 \approx -1,9$ . Развивая механическую аналогию, мы предположили связь  $d = \Delta x$ , где  $\Delta x$  – сдвиг координат, приобретаемый солитонами при взаимодействии. Величины  $\Delta x$  были рассчитаны для параметров солитонов уравнения Гарднера, использованных в [4],

$$u_t + 6uu_x + 6u^2u_x + u_{xxx} = 0, \quad (1)$$

но для двух предельных случаев (1): уравнения Кортевега – де Вриза и модифицированного уравнения Кортевега – де Вриза (когда в уравнении (1) равны нулю второе и первое нелинейное слагаемое соответственно). Все эти перечисленные эволюционные уравнения являются интегрируемыми, и сдвиг фаз солитонов в них записывается универсальным образом:

$$\Delta x_{1,2} = \pm \frac{2}{\sqrt{c_{1,2}}} \ln \frac{\sqrt{c_2} + \sqrt{c_1}}{\sqrt{c_2} - \sqrt{c_1}}, \quad (2)$$

где  $c_1$  и  $c_2$  – скорости взаимодействующих солитонов.

По результатам оценок для параметров, использованных в [4], следует результат  $-5,60 < \ln p_1 < -4,68$  для уравнения Кортевега – де Вриза и  $-6,10 < \ln p_1 < -4,88$  для модифицированного уравнения Кортевега – де Вриза в зависимости от выбора пар взаимодействующих солитонов. Таким образом, пренебрежение различиями между солитонами оказалось разумным допущением (диапазон значений  $\ln p_1$  не велик), но числовая оценка далека от найденной в работе [4]. На наш взгляд, причиной такого существенного количественного расхождения теоретического предсказания и результата численного моделирования является использование величины  $\Delta x$  в качестве оценки характерного размера солитона. Для выбранных параметров этой ширине соответствует уровень менее чем 0,017 от амплитуды солитона. Поскольку в работе [4] выделение многосолитонных столкновений происходило визуально, то эффективный порог должен быть выше.

Для оценки вероятностных свойств полей взаимодействующих солитонов рассмотрен идеализированный случай столкновения двух солитонов уравнения Кортевега – де Вриза. На основе точного двухсолитонного решения строилась функция изменения вероятности превышения заданного значения по отношению к таковой, когда солитоны не взаимодействуют. Далее производилось интегрирование по времени. Полученная функция отражает измерение вероятностных свойств поля из двух солитонов, связанное с их взаимодействием. Она построена для разных соотношений параметров взаимодействующих солитонов, включая ситуации обгонного и обменного взаимодействия.

Разные части работы выполнены при поддержке лаборатории динамических систем и приложений НИУ ВШЭ (грант Министерства науки и высшего образования РФ, соглашение 075-15-2019-1931), а также проекта РНФ 19-12-00253.

#### Литература

1. *Захаров, В.Е.* Кинетическое уравнение для солитонов // ЖЭТФ. 1971. Т. 60, вып. 3. С. 993–1000.
2. *El, G.A.* Kinetic equation for a dense soliton gas / G.A. El, A.M. Kamchatnov // Phys. Rev. Lett. 2005. V. 95. P. 204101.
3. *Pelinovsky, E.N.* Two-soliton interaction as an elementary act of soliton turbulence in integrable systems / E.N. Pelinovsky, E.G. Shurgalina, A.V. Sergeeva, T.G. Talipova, G.A. El, R.H.J. Grimshaw // Phys. Lett. A. 2013. V. 377. P. 272–275.
4. *Didenkulova (Shurgalina), E.G.* Numerical modeling of soliton turbulence within the focusing Gardner equation: rogue wave emergence // Physica D. 2019. V. 399. P. 35–41.

## ВЛИЯНИЕ ТРАВМАТИЧЕСКОГО ОПЫТА НА ПОВЕДЕНИЕ, ЭКСПРЕССИЮ C-FOS И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ СВЯЗИ В СЕТИ СОСТОЯНИЯ ПОКОЯ МОЗГА МЫШИ

*К.А. Торопова<sup>1, 2, 3, 4</sup>, О.И. Ивашкина<sup>1, 2, 3</sup>, А.А. Иванова<sup>3</sup>, Е.В. Коновалова<sup>2</sup>, К.В. Анохин<sup>1, 2</sup>*

<sup>1</sup> Институт перспективных исследований мозга, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва

<sup>2</sup> Научно-исследовательский институт нормальной физиологии им. П.К. Анохина, Москва

<sup>3</sup> Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт», Москва

<sup>4</sup> Институт высшей нервной деятельности и нейрофизиологии РАН, Москва

Известно, что мозг животных и человека активен и в состоянии покоя, без специальной когнитивной нагрузки. В данной работе мы исследовали вопрос о том, как прошлый опыт влияет на характеристики таких сетей покоя в мозге животных. Для этого мышей подвергали однократному травматическому опыту, индуцировавшему у них посттравматическое стрессовое расстройство (ПТСР), и затем методом клеточного Fos-картирования анализировали активность их мозга (42 области мозга, включающие ассоциативные, сенсорные и моторные области неокортекса, гиппокамп, парагиппокампальные области, миндалину, базальные ядра, ядра таламуса, гипоталамуса и среднего мозга) при извлечении травматической памяти и в состоянии покоя по сравнению с нестрессированными животными. Развитие ПТСР приводило к глобальным изменениям активности мозга: количество Fos-активных нейронов было значимо повышено в различных областях мозга при извлечении травматической памяти. Аналогично, в состоянии покоя у животных с ПТСР наблюдалась повышенная активность в 11 областях мозга, для которых ранее было показано участие в сетях страха у человека и животных.

Используя подходы теории графов, мы выявили функциональные связи в сети состояния покоя у мышей с ПТСР и у контрольных животных, а также определили основные кластеры этих сетей. Для этого экспериментально полученные сети сравнивали с модельными сетями: случайными, безмасштабными и сетями малого мира. У обеих групп мышей уровень кластеризации сети покоя был таким же, как у безмасштабной сети, то есть количество кластеров в экспериментальных сетях превосходило случайный уровень. В то же время эти кластеры слабо взаимодействовали друг с другом: глобальная эффективность экспериментальных сетей находилась на уровне случайной сети. При этом сети покоя у контрольных животных и мышей с ПТСР различались: сеть покоя ПТСР была менее кластеризованной и кластеры были связаны между собой более длинными путями. Анализ функциональной связанности показал, что индукция ПТСР привела к глобальным изменениям в структуре сети покоя, затронувшим практически все области мозга. У наивных животных наибольшее количество связей приходилось на корковые области, тогда как у животных с ПТСР большинство связей приходилось на таламус, стриатум и миндалину. Индукция ПТСР разрушала практически все функциональные связи, присутствовавшие у наивных мышей; сохранялся только полносвязный кластер слуховых и зрительных областей коры. Кроме того, если у наивных животных основными хабами сети покоя были цингулярная и ретроспленальная кора, то у животных с ПТСР эти области практически полностью теряли свои функциональные связи, а хабом становилось паравентрикулярное ядро таламуса. Напротив, функциональная связанность миндалины была практически нулевой у наивных животных, тогда как после индукции ПТСР наблюдалось значительное количество связей между миндалиной, ассоциативными областями коры и стриатумом.

Кроме того, нами было показано, что индукция ПТСР изменяет спонтанное поведение животных, вызывая у них проявления тревожности и снижение исследовательской активности в безопасных условиях домашних клеток. Также изменялось и поведение мышей в тестах на обусловленный страх, тревожность и поведенческую сенситизацию, причем эти изменения могли быть нарушены блокадой синтеза белка при получении животными травматического опыта. Также блокада синтеза белка при индукции ПТСР возвращала к норме активность мозга и структуру сетей покоя животных.

Наши данные показывают, что стрессорный опыт может изменять спонтанное поведение, вызванную и спонтанную активность мозга, а также паттерны функциональных связей в нейронных сетях покоя через длительное время после травмирующего эпизода. Мы предполагаем, что эти изменения отражают повторное проигрывание нейрональных ансамблей прошлого субъективного опыта животного. Это предположение было проверено путем нарушения развития ПТСР.

Поддержано грантом РФФИ 16-15-00300 и грантами РФФИ 19-015-00534, 20-015-00427.

## ИНЕРЦИЯ В СИСТЕМЕ АБРАМСА С ВНУТРЕННИМ ШУМОМ

*И.В. Тюлькина<sup>1</sup>, Д.С. Голдобин<sup>1,2</sup>, А. Пиковский<sup>3</sup>*

<sup>1</sup>Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь

<sup>2</sup>Пермский государственный национальный исследовательский университет

<sup>3</sup>Universität Potsdam, Potsdam, Германия

Для ансамблей фазовых осцилляторов, подчиняющихся уравнениям вида

$$\dot{\varphi}_k = \Omega_k + \text{Im}(2h(t)e^{-i\varphi_k}), \quad (1)$$

где  $\varphi_k$  и  $\Omega_k$  – фаза и собственная частота  $k$ -го осциллятора соответственно,  $h(t)$  – произвольная функция времени, развита теория Отта – Антонсена [1]. Бесконечную цепочку уравнений для параметра порядка можно свести к одному дифференциальному уравнению.

Построение теории возмущений для теории Отта – Антонсена (или для теории Ватанабе – Страттца [2]) при слабом нарушении вида (1) оказывается проблематичным в общем случае [3]. В [4] на основе формализма круговых кумулянтов теория возмущений была развита для систем с внутренним шумом.

В данной работе в систему уравнений (1) добавляется не только внутренний шум, но и инерция. На базе полученных уравнений исследуется динамика многогрупповых химер в системе Абрамса [5].

Интерес представляют частные случаи нарушения вида (1). В работе удастся развить теорию для ансамбля осцилляторов следующего вида:

$$\varepsilon\ddot{\varphi} + \dot{\varphi}_k = \Omega_k + \text{Im}(2h(t)e^{-i\varphi_k}) + \sigma\xi_k(t), \quad (2)$$

где  $\sigma$  – амплитуда внутреннего шума,  $\xi_k(t)$  – независимые нормированные белые гауссовы шумы:

$$\langle \xi_k(t) \rangle = 0, \quad \langle \xi_k(t)\xi_m(t') \rangle = 2\delta_{km}\delta(t-t').$$

В терминах параметров порядка система примет вид

$$\dot{Z}_n = in\Omega Z_n + nh_1 Z_{n-1} - nh_1^* Z_{n+1} + nh_2 Z_{n-2} - nh_2^* Z_{n+2} - n^2\sigma^2 Z_n, \quad n = 1, 2, \dots,$$

где  $h_1 = h - \varepsilon(\dot{h} - i\Omega h)$ ,  $h_2 = \varepsilon\dot{h}^2$ ,  $\Omega$  – средняя частота (для частот предполагается распределение Лоренца).

Система Абрамса (иерархически связанные ансамбли Курамото – Сакагучи):

$$\begin{aligned} \varepsilon\ddot{\varphi}_k + \dot{\varphi}_k &= \omega + \frac{\mu}{N} \sum_{j=1}^N \sin(\varphi_j - \varphi_k - \alpha) + \frac{\nu}{N} \sum_{j=1}^N \sin(\psi_j - \varphi_k - \alpha) + \sigma\xi_k(t), \\ \varepsilon\ddot{\psi}_k + \dot{\psi}_k &= \omega + \frac{\mu}{N} \sum_{j=1}^N \sin(\psi_j - \psi_k - \alpha) + \frac{\nu}{N} \sum_{j=1}^N \sin(\varphi_j - \psi_k - \alpha) + \sigma\xi_k(t), \end{aligned}$$

где  $\varphi$  и  $\psi$  – фазы в ансамблях, имеющих размер  $N$ ,  $\mu$  и  $\nu$  – параметры связи внутри ансамбля и с другим ансамблем,  $\alpha$  – фазовый сдвиг связи.

Для этой системы предполагаем, что первый ансамбль является идеально синхронизированным, и он описывается параметром порядка  $Y$ . Второй ансамбль будет находиться в двухгрупповом режиме [6], осцилляторы будут равномерно распределены между двумя группами. Этот ансамбль будет характеризоваться цепочкой параметров порядка  $Z_n$ .

$$\begin{aligned} \dot{Y} &= i\Omega Y_n + h_{11} - h_{11}^* Y^2 + h_{21} Y^* - h_{21}^* Y^3 - \sigma^2 Y, \\ \dot{Z}_n &= in\Omega Z_n + nh_{12} Z_{n-1} - nh_{12}^* Z_{n+1} + nh_{22} Z_{n-2} - nh_{22}^* Z_{n+2} - n^2\sigma^2 Z_n, \end{aligned}$$

где  $h_1 = (\mu Y + \nu Z_1)e^{-i\alpha} / 2$ ,  $h_2 = (\mu Z_1 + Y\kappa)e^{-i\alpha} / 2$ ,  $h_{21} = \varepsilon h_1^2$ ,  $h_{22} = \varepsilon h_2^2$ ,

$$h_{11} = h_1 - \varepsilon(\dot{h}_1 - i\omega h_1), \quad h_{12} = h_2 - \varepsilon(\dot{h}_2 - i\omega h_2).$$

Собственный шум ликвидирует консервативность динамики параметров порядка, и одногрупповое решение становится притягивающим (при  $\sigma = 0$  оно нейтрально устойчиво). Шум оказывает стабилизирующее воздействие на динамику системы [4]. Однако при добавлении инерции в систему возникает конкуренция между двумя эффектами. С увеличением инерции система возвращается к двухгрупповому режиму.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ-ДФГ 19-42-04120.

## Литература

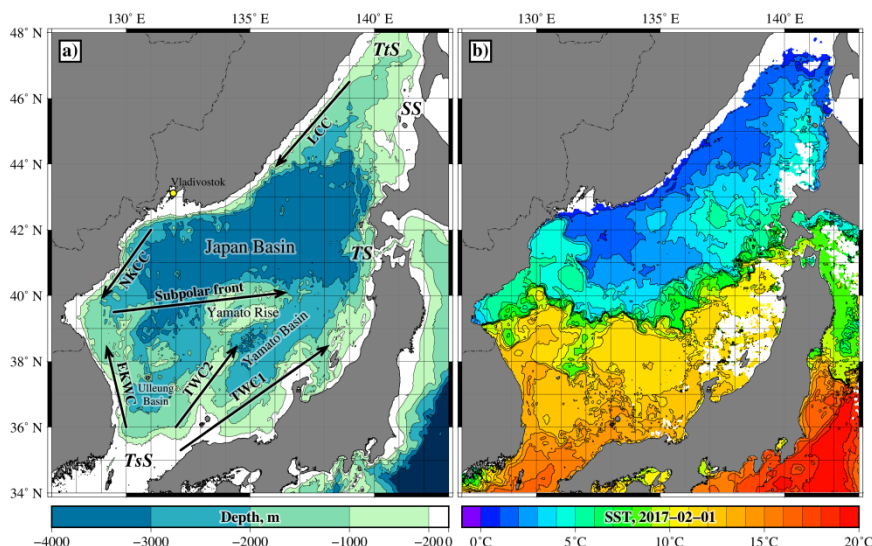
1. Ott E., Antonsen T.M. Low dimensional behavior of large systems of globally coupled oscillators // *Chaos*. 2008. Vol. 18. Art. 037113.
2. Watanabe S., Strogatz S.H. Integrability of a globally coupled oscillator array // *Physical Review Letters*. 1993. Vol. 70. Art. 2391.
3. Vlasov V., Rosenblum M., Pikovsky A. Dynamics of weakly inhomogeneous oscillator populations: perturbation theory on top of Watanabe–Strogatz integrability // *J. Phys. A: Math. Theor.* 2016. Vol. 49. Art. 31LT02.
4. Noisy oscillator populations beyond the Ott-Antonsen ansatz / Tyulkina I.V., Goldobin D.S., Klimenko L.S., Pikovsky A. // *Physical Review Letters*. 2018. Vol. 120. Art. 264101.
5. Solvable model for chimera states of coupled oscillators / Abrams D.M., Mirollo R., Strogatz S.H., Wiley D.A. // *Physical Review Letters*. 2008. Vol. 101. Art. 084103.
6. Двухгрупповые решения для динамики ансамблей фазовых систем типа Отта – Антонсена / Тюлькина И.В., Голдобин Д.С., Клименко Л.С., Пиковский А.С. // *Известия вузов. Радиофизика*. 2018. Т. 61, № 8/9. С. 718–728.

## ЛАГРАНЖЕВ АНАЛИЗ ТРАНСПОРТА СУБАРКТИЧЕСКИХ ВОД ЧЕРЕЗ СУБПОЛЯРНЫЙ ФРОНТ В ЯПОНСКОМ МОРЕ

*М.Ю. Улейский, М.В. Будянский, С.В. Пранц*

Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичёва ДВО РАН, Владивосток

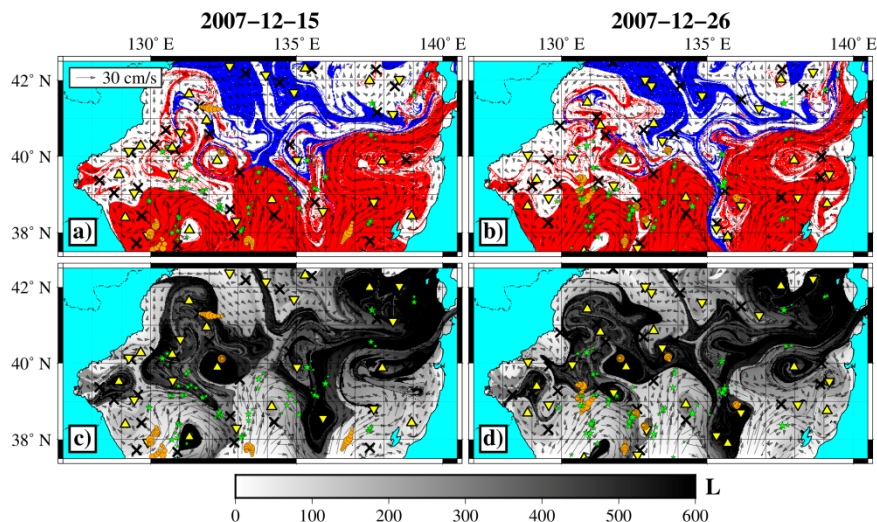
Исследовался приповерхностный транспорт субарктических вод через субполярный фронт в Японском море (рис. 1). На базе альтиметрических данных по скоростям течений с 1 января 1993 г. по 31 декабря 2017 г. вычислялись лагранжевы индикаторы для большого числа адвектируемых частиц. С помощью лагранжевых карт происхождения частиц и длины траектории показано, что в южном направлении кроссфронтальный транспорт происходит в основном в центральной части фронта, где создаётся подходящая конфигурация мезомасштабных вихрей, проталкивающих субарктическую воду на юг. Не обнаружено существенного различия транспорта в тёплый и холодный сезон года.



**Рис. 1.** Карта батиметрии Японского моря с основными течениями и донными объектами (а). TsS – Цусимский пролив, TS – Сангарский пролив, TtS – Татарский пролив, SS – пролив Лаперуза, EKWC – Восточно-Корейское тёплое течение, NKCC – Северно-Корейское холодное течение, TWC1 и TWC2 – первая и вторая ветви Цусимского тёплого течения. Карта усреднённой за неделю температуры поверхности океана по данным спутников MODIS Aqua/Terra (b)

Типичная ситуация, способствующая кроссфронтальному транспорту субарктических вод в центральной части субполярного фронта, наблюдалась в середине декабря 2007 г. (рис. 2). В это время существовал вихревой диполь, состоящий из антициклона с центром на  $134,1^\circ$  в. д.,  $38,9^\circ$  с. ш. и циклоном с центром на  $136^\circ$  в. д.,  $38,5^\circ$  с. ш. Наличие этих вихрей и их полярность подтверждается траекториями буёв Argo. «Синяя» лагранжева интрузия формируется в начале декабря вокруг антициклона, наматываясь на него по часовой стрелке. Её проникновению на юг способствует циклон, в силу обратной полярности. В результате субарктическая вода с  $42,5^\circ$  с. ш. опускается в конце декабря до  $37^\circ$  с. ш.





**Рис. 2.** Лагранжевы карты происхождения (*a, b*) и длины траектории (*c, d*), демонстрирующие крупномасштабную интрузию субарктических вод через субполярный фронт в середине декабря 2007 г. Синие и красные частицы на панелях *a* и *b* пересекают параллели  $42,5^\circ$  с. ш. и  $37,5^\circ$  с. ш. в течение 150 дней перед датой, указанной на рисунке. Белый цвет означает, что соответствующая частица не пересекла ни одну из указанных параллелей за это время. Градации серого цвета на панелях *c* и *d* соответствуют длине траектории в географических минутах за 150 дней. Следы доступных дрейфтеров показаны кружками, наибольший размер кружка соответствует положению дрейфтера в день, указанный на карте, остальные кружки указывают положения дрейфтеров за сутки до и после. Следы буёв Argo отмечены звёздочками, показаны позиции за 12 суток до и после соответствующей даты

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда (проект 19-17-00006).

#### Литература

1. Prants S.V., Uleysky M.Yu., Budynsky M.V. Lagrangian study of transport of subarctic water across the Subpolar Front in the Japan Sea // *Ocean Dynamics*. 2018. V. 68, № 6. P. 701–712.

# МОДЕЛИРОВАНИЕ БИГАРМОНИЧЕСКОГО АВТОГЕНЕРАТОРА В СРЕДЕ MICROCAP

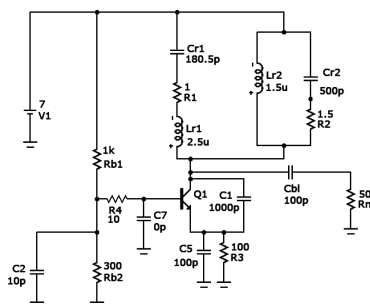
*Д.А. Фролов*

Национальный исследовательский университет «МЭИ», Москва

Описанный в [1] метод снижения фазового шума автогенератора, основанный на явлении взаимной синхронизации колебаний в бигармоническом автогенераторе (БАГ) с кратными частотами [2], исследован в предположении безынерционности активного прибора (АП). Данное допущение становится неверным в диапазоне СВЧ.

Расчёты характеристик типичного СВЧ-транзистора [3] показали возможность упрощённого описания такого АП в виде нелинейного звена и последующей линии задержки, где, в первом приближении, запаздывание выходного тока прямо пропорционально номеру гармоники.

На рис. 1 представлена схема такого автогенератора, где в цепи базы биполярного транзистора линия задержки представлена в виде  $RC$ -цепочки, образованной элементами  $R4$  и  $C7$ .



**Рис. 1.** Схема БАГ

На основе этой модели в предлагаемой работе изучается в среде MicroCap полоса захвата бигармонического автогенератора при вариации параметров схемы.

## Литература

1. *Tsarapkin D.P.* Experimental verification of compensation phenomena in oscillators with two multiple modes / *Tsarapkin D.P., Chichvarin M. I., Isakov I.A.* // Proc. 2000 IEEE/EIA IFCS. Kansas City, 2000. P. 463–470.
2. *Уткин Г.М.* Автоколебательные системы и волновые усилители. М. : Сов. радио, 1978. 272 с.
3. *Фролов Д.А.* К анализу характеристик транзисторного автогенератора с двумя синхронными модами / *Царапкин Д.П., Фролов Д.А.* // Радиоэлектроника, электротехника и энергетика : двадцать четвёртая МНТК студентов и аспирантов : тезисы докладов. М. : Центр полиграфич. услуг «Радуга», 2018. С. 19.

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРАНСПОРТА В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ: ОТ ТЕЧЕНИЯ ЧЕРЕЗ СИСТЕМУ ПРЕПЯТСТВИЙ К МАКРОСКОПИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

*М.Р. Хабин<sup>1</sup>, Б.С. Марышев<sup>1,2</sup>, Л.С. Клименко<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>Пермский национальный исследовательский университет

<sup>2</sup>Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь

Транспорт примеси через массив пористой среды осложнен как взаимодействием частиц примеси с твердым скелетом среды, так и взаимодействием потока насыщающей жидкости со структурой скелета. В результате транспортный процесс замедляется по сравнению с классической моделью адвекции-диффузии [1]. Учет этого взаимодействия наиболее часто производится на макроскопическом уровне в рамках МИМ (mobile/immobile media) модели [2, 3].

В данной работе производится учет только взаимодействия потока жидкости, насыщающей пористую среду, со сложной структурой твердого скелета среды. Последний представляет собой систему препятствий, через которую просачивается жидкость, несущая с собой пассивную примесь. В данном случае замедление происходит из-за вязкого трения жидкости о твердый скелет. В работах [4, 5] показано, что подобные эффекты наблюдаются при течении жидкости через бесконечный периодический массив препятствий, а также разработан метод расчета статистических характеристик подобного течения. Основной целью работы является сопоставление результатов, полученных для протекания жидкости через слабо неперодический массив препятствий с учетом дисперсии размера и формы, с хорошо известными макроскопическими моделями (в частности стандартной МИМ-моделью [2]). Сопоставление производится с помощью решения обратной задачи. При моделировании течения через систему препятствий находится поле концентрации с помощью статистических методов. По полю концентрации определяются макроскопические параметры системы в рамках стандартной МИМ-модели (эффективный коэффициент диффузии, коэффициенты адсорбции и десорбции). Обратная задача решается путем минимизации функционала ошибки с помощью решения задачи для присоединенной функции, оптимизация осуществляется методом BFGS (Алгоритм Бройдена – Флетчера – Гольдфарба – Шанно) [6]. Получены зависимости макроскопических параметров от типа, формы и дисперсии размера и формы препятствий, проанализированы границы применимости стандартной МИМ-модели к транспорту пассивных частиц через систему препятствий.

Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ (МК-22.2019.1).

## Литература

1. *Einstein, A.* Investigations on the theory of the brownian movement. Courier Corporation, 1956. 140 p.
2. *Deans, H.A.* A mathematical model for dispersion in the direction of flow in porous media // Society of Petroleum Engineers Journal. 1963. V. 3, № 01. P. 49–52.
3. *Van Genuchten, M.T., Wierenga, P.J., O'connor, G.A.* Mass transfer studies in sorbing porous media: III. Experimental evaluation with 2, 4, 5-T 1 // Soil Science Society of America Journal. 1977. V. 41, № 2. P. 278–285.
4. *Zaks, M.A., Straube, A.V.* Steady Stokes flow with long-range correlations, fractal Fourier spectrum, and anomalous transport // Physical Review Letters. 2002. V. 89, № 24. P. 244101.
5. *Zaks, M.A., Nepomnyashchy, A.* Subdiffusive and superdiffusive transport in plane steady viscous flows // Proceedings of the National Academy of Sciences. 2018. V. 116, № 37. P. 201717225.
6. *Wright, S., Nocedal, J.* Numerical optimization. Springer Science, 1999. 683 p.

**ВЗАИМНОЕ УСИЛЕНИЕ ГАРМОНИК  
ВЫСОКОГО ПОРЯДКА  
В АКТИВНОЙ СРЕДЕ  
ПЛАЗМЕННОГО РЕНТГЕНОВСКОГО ЛАЗЕРА,  
МОДУЛИРОВАННОЙ ИНТЕНСИВНЫМ  
ОПТИЧЕСКИМ ПОЛЕМ**

*И.Р. Хайруллин<sup>1</sup>, В.А. Антонов<sup>1,2</sup>, О.А. Кочаровская<sup>3</sup>*

<sup>1</sup>Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

<sup>2</sup>Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, Москва

<sup>3</sup>Техасский A&M университет, Колледж Стейшн, США

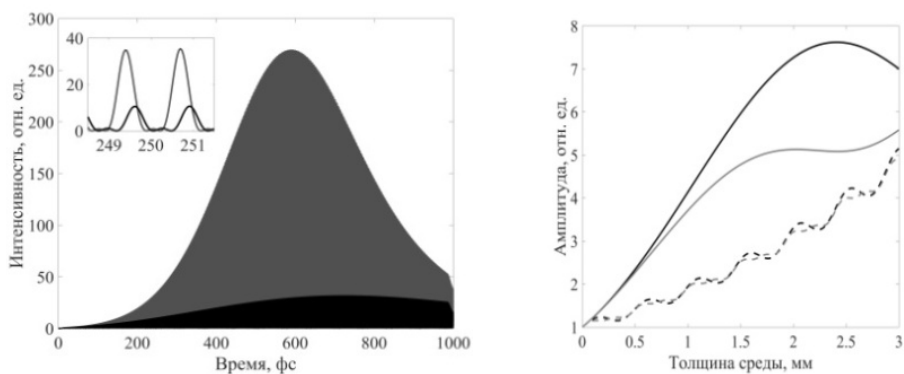
Аттосекундные импульсы рентгеновского излучения открывают широкие возможности для изучения сверхбыстрой временной динамики и пространственной структуры микро- и нанообъектов в химии, биологии, медицине и материаловедении благодаря уникальной комбинации высокого пространственного и временного разрешения.

Основным методом генерации аттосекундных импульсов рентгеновского излучения является подход, основанный на эффекте генерации высоких гармоник оптического лазерного поля в процессе ионизации атомов газа и последующей рекомбинации оторванного и ускоренного лазерным полем электрона с родительским ионом. В то же время указанный метод характеризуется невысокой эффективностью преобразования энергии излучения в высокочастотную область спектра.

В последние годы активно исследовалась возможность усиления поля отдельной резонансной гармоники в активной среде плазменного рентгеновского лазера [1]. Однако узость спектральных линий усиления рентгеновских лазеров не позволяет усиливать аттосекундные рентгеновские импульсы, образованные излучением совокупности гармоник высокого порядка. В недавней работе [2] было показано, что такая возможность появляется в активной среде плазменного рентгеновского лазера, дополнительно облучаемой оптическим полем фундаментальной частоты. Под его воздействием спектр усиления среды обогащается новыми компонентами, отстоящими друг от друга на удвоенную частоту оптического поля. Если концентрация электронов в плазме высокая и, как следствие, фазовая скорость распространения оптического поля существенно отличается от скорости света в вакууме вследствие плазменной дисперсии, то поле каждой гармоники будет усиливаться независимо от остальных гармоник. При правильном выборе интенсивности и длины волны оптического поля коэффициенты усиления гармоник разных порядков оказываются близкими друг к другу, что позволяет усиливать последовательность аттосекундных импульсов без заметных спектральных и временных искажений.

Если же плазма является не слишком плотной и примерно выполняется фазовое согласование оптического и рентгеновского полей, то квазимонохроматическое резонансное излучение затравки может не только усиливаться, но и генерировать ряд синфазных комбинационных спектральных компонент, которые в определённых условиях образуют последовательность аттосекундных импульсов [3].

В настоящей работе мы рассматриваем возможность усиления последовательности аттосекундных рентгеновских импульсов в условиях слабой плазменной дисперсии, когда каждая гармоника не только усиливается в модулированной среде, но и генерирует излучение на частотах соседних гармоник. Мы показали, что при определённых условиях сгенерированное каждой гармоникой поле конструктивно интерферирует с усиливаемым излучением остальных гармоник, что приводит к значительно большему усилению, чем в случае плотной плазмы (рис. 1).



**Рис. 1.** Последовательность субфемтосекундных импульсов, образованных излучением 55, 57 и 59-й гармоник поля с длиной волны  $\sim 780$  нм, усиленная в активной среде ионов  $\text{Li}^{2+}$  с концентрацией  $1,5 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$  и толщиной 2 мм, облучаемой полем фундаментальной частоты с интенсивностью  $4 \cdot 10^{14} \text{ Вт/см}^2$  (а): серая кривая – концентрация электронов  $3 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ , чёрная кривая – концентрация электронов  $30 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ ; и соответствующие пространственные зависимости амплитуд 57-й (чёрные линии) и 55-й, 59-й (серые линии) гармоник (б): сплошные линии – концентрация электронов  $3 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ , пунктирные линии – концентрация электронов  $30 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (РНФ), проект 19-72-00140.

### Литература

1. *Zeitoun, Ph.* A high-intensity highly coherent soft X-ray femtosecond laser seeded by high harmonic beam / Ph. Zeitoun [et al.] // *Nature*. 2004. V. 431. P. 426–429.
2. *Antonov, V.A.* Attosecond pulse amplification in a plasma-based x-ray laser dressed by an infrared laser field / V.A. Antonov, K.C. Han, T.R. Akhmedzhanov, M. Scully, and O. Kocharovskaya // *Phys. Rev. Lett.* 2019. V. 123, № 24. P. 243903.
3. *Akhmedzhanov, T.R.* Formation and amplification of subfemtosecond x-ray pulses in a plasma medium of hydrogenlike ions with a modulated resonant transition / T.R. Akhmedzhanov [et al.] // *Phys. Rev. A*. 2017. V. 96, № 3. P. 033825.

# ВРАЩАТЕЛЬНЫЕ СОСТОЯНИЯ С ПОТЕРЕЙ СИММЕТРИИ В ЦЕПОЧКЕ СВЯЗАННЫХ МАЯТНИКОВ

*Д.С. Хорькин<sup>1</sup>, М.И. Болотов<sup>1</sup>, Л.А. Смирнов<sup>2,1</sup>, Г.В. Осипов<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

<sup>2</sup>Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

Системы связанных маятников представляют собой одну из распространенных и широко используемых моделей в науке и технике. Несмотря на свою простоту данная модель позволяет адекватно описывать не только механические объекты [1], но и различные процессы в полупроводниковых структурах [2], молекулярных цепочках [3] и др.

Нетривиальная динамика в ансамблях идентичных элементов может возникать в силу явления потери симметрии, когда полностью синхронное состояние существует, но при этом в системе реализуется другое решение, в котором состояния некоторых элементов могут отличаться.

В данной работе мы рассматриваем вращательные режимы с потерей симметрии в цепочке связанных маятников со свободными концами. Многие из этих состояний появляются в результате развития неустойчивости синфазного вращательного режима [4, 5]. В случае малой диссипации наш теоретический анализ позволяет находить границы областей неустойчивости синфазного режима и определять тип установившегося несинфазного вращательного движения для цепочек с произвольным количеством маятников. Аналитические результаты подтверждены в рамках прямого численного моделирования цепочки.

Цепочка  $N$  связанных маятников описывается системой уравнений

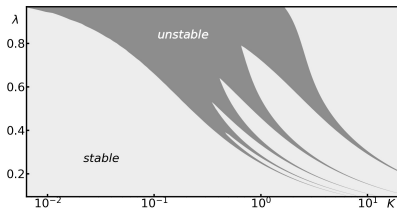
$$\ddot{\varphi}_n + \lambda \dot{\varphi}_n + \sin \varphi_n = \gamma + K[\sin(\varphi_{n+1} - \varphi_n) + \sin(\varphi_{n-1} - \varphi_n)], \quad i = \overline{1, N}. \quad (1)$$

Граничные условия для (1) имеют вид  $\varphi_0 = \varphi_1$ ,  $\varphi_{N+1} = \varphi_N$ . Здесь  $\lambda$  – коэффициент диссипации,  $\gamma$  – постоянный вращательный момент, параметр  $K$  характеризует силу связи между элементами. В системе (1) существует синфазный вращательный режим  $\varphi_1(t) = \varphi_2(t) = \dots = \varphi_N(t) = \phi(t)$ . В результате анализа системы уравнений в вариациях относительно  $\phi(t)$  было определено, что существует  $N - 1$  мод ( $\psi_i$ ,  $i = 1, \dots, N - 1$ ), которые могут приводить к неустойчивости синфазного режима. Данные моды удовлетворяют системе уравнений

$$\ddot{\psi}_i + \lambda \dot{\psi}_i + [\cos \phi(t) - K\mu_i(N)]\psi_i = 0, \quad i = \overline{1, N-1}, \quad (2)$$

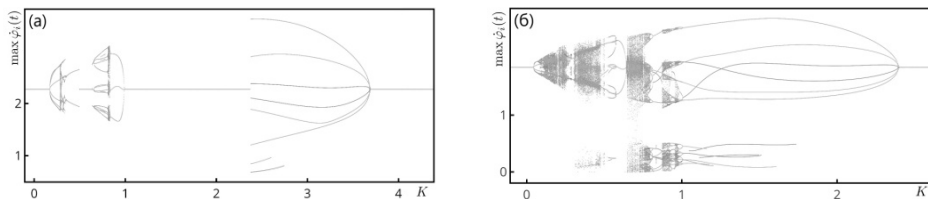
где набор коэффициентов  $\mu_i(N)$  определяется для каждого значения  $N$ . Для системы (2) на основе результатов, представленных в нашей предыдущей работе [5], можно определить набор интервалов  $K_1^{(i)} < K < K_2^{(i)}$  ( $i = 1, \dots, N - 1$ ), где синфазный режим является неустойчивым. Границы интервалов неустойчивости определяются выражениями

$$K_{1,2}^{(i)} = \frac{1}{\mu_i(N)} \left[ \frac{\gamma^2}{\lambda^2} \pm 2\sqrt{1 - \gamma^2} + \frac{1}{2} \frac{\lambda^2}{\gamma^2} \right] + O\left(\frac{\lambda^4}{\gamma^4}\right), \quad i = \overline{1, N-1}. \quad (3)$$



**Рис. 1.** Карта устойчивости синфазного вращательного режима. Параметры:  $N = 6$ ,  $\gamma = 0,97$

При малых значениях параметра диссипации  $\lambda$  в интервалах неустойчивости реализуются регулярные несинфазные вращения разного типа. Данные режимы образуются в результате бифуркации удвоения периода из синфазного решения  $\phi(t)$ . При увеличении параметра диссипации интервалы неустойчивости пересекаются, пока не сливаются в одну область (рис. 1). При больших значениях параметра диссипации в интервалах неустойчивости образуются хаотические вращения (рис. 2). Возникновение хаотических множеств в фазовом пространстве системы (1) происходит через каскад бифуркаций удвоения периода.



**Рис. 2.** Локальные максимумы мгновенных частот  $\dot{\varphi}_n$  маятников в зависимости от параметра  $K$ . Параметры:  $N = 6$ ;  $\gamma = 0,97$ ;  $\lambda = 0,55$  (а);  $\lambda = 0,8$  (б)

Работа выполнена при поддержке РФФ (проект 19-12-00367).

#### Литература

1. *Kecik, K.* Dynamics of an autoparametric pendulum-like system with a nonlinear semiactive suspension / K. Kecik, J. Warminski // *Math. Probl. Eng.* 2011. V. 2011. P. 15.
2. *Barone, A.* Physics and applications of the Josephson effect / A. Barone, A.G. Paterno. John Wiley and Sons Inc., 1982.
3. *Yakushevich, L.V.* Nonlinear physics of DNA / L.V. Yakushevich. 2nd ed. Wiley-VCH, 2004.
4. *Smirnov, L.A.* Bistability of rotational modes in a system of coupled pendulums // L.A. Smirnov, A.K. Kryukov, G.V. Osipov, J. Kurths // *Regul. Chaotic Dyn.* 2016. V. 21, № 7/8. P. 849–861.
5. *Bolotov, M.I.* Variety of rotation modes in a small chain of coupled pendulums / M.I. Bolotov, V.O. Munyaev, A.K. Kryukov, L.A. Smirnov, G.V. Osipov // *Chaos.* 2019. V. 29, № 3. P. 033109.

# НЕЛИНЕЙНЫЙ СПИН-ВОЛНОВОЙ ТРАНСПОРТ В СИСТЕМЕ ОРТОГОНАЛЬНЫХ МАГНОННЫХ СТРУКТУР С ВЕРТИКАЛЬНОЙ СВЯЗЬЮ

В.А. Губанов, И.О. Фильченков, А.Б. Хутиева, С.А. Одинцов, С.Е. Шешукова, А.В. Садовников

Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

В настоящее время исследование линейных и нелинейных режимов распространения магнито-статических волн (МСВ) в магнонных структурах представляет большой интерес [1] ввиду возможности их использования в системах обработки информационного сигнала [2, 3]. В настоящей работе было проведено исследование нелинейного спин-волнового транспорта в системе ортогональных магнонных структур с вертикальной связью. Система ортогональных микроволноводов представляет собой 2 плёнки железо-иттриевого граната (ЖИГ), сформированные на подложке гадолиний-галлиевого граната (ГГГ) методом лазерной абляции. Монокристаллические плёнки ЖИГ на протяжении многих лет являются одним из основных объектов для экспериментального исследования спин-волновых явлений ввиду рекордно низкой величины затухания спиновых волн (СВ). Данные плёнки имеют область соединения в виде слюды с характерными размерами  $500 \times 500$  мкм и толщиной 5 мкм. Данный материал является немагнитным и не является переносчиком СВ, и в дальнейшем мы можем рассматривать его как материал для фиксации волноводных структур. Ширина и толщина волноводов была 500 мкм и 10 мкм соответственно, а длина каждого волновода соответствовала 5 мм. Схематичное представление структуры приведено на рисунке 1.

Методом микромагнитного моделирования, основанного на численном решении уравнения Ландау – Лифшица, а также мандельштам-бриллюэновской спектроскопии (МБС) были исследованы нелинейные режимы распространения спиновых волн в данной структуре. Возбуждение МСВ происходило при помощи подачи СВЧ-сигнала на микрополосковую антенну  $P_1$  шириной 30 мкм, а детектирование проходящего сигнала происходило на выходных портах  $P_2$  (нижний микроволновод),  $P_3$  и  $P_4$  (верхний микроволновод). Статическое магнитное поле  $H_0$  прикладывалось таким образом, чтобы в нижнем микроволноводе существовали условия для эффективного возбуждения поверхностной магнитостатической волны (ПМСВ), а в верхнем – обратно-объёмные магнитостатические волны (ООМСВ). Величина  $H_0$  бралась равной 1200 Э, что соответствует полю, при котором могут существовать СВ в плёнке ЖИГ в диапазоне частот от 5,1 до 5,8 ГГц, что хорошо совпадает с теоретическим расчётом дисперсионной характеристики по формуле Дэймона – Эшбаха. Для исследования линейного и нелинейного режима распространения МСВ было проведено микромагнитное моделирование. При моделировании структуры на концах волновода использовались области с увеличенным параметром затухания на границах структуры для уменьшения влияния отражённого сигнала.

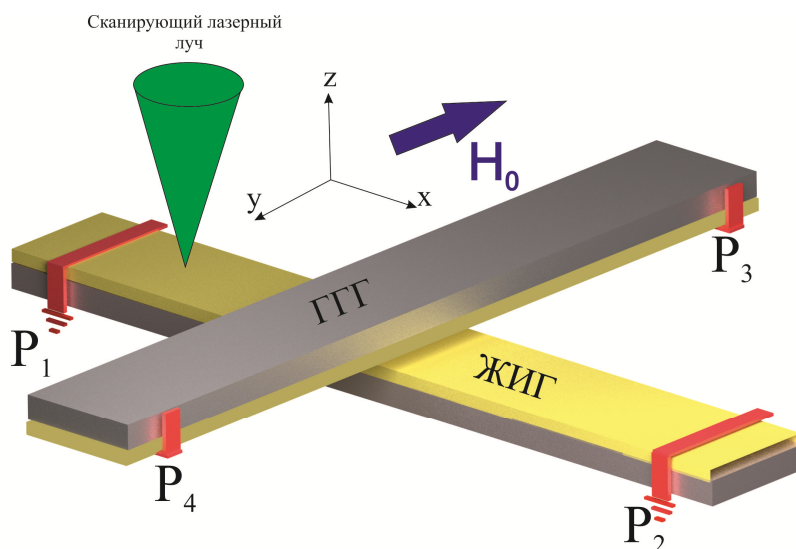


Рис. 1. Схематическое изображение исследуемой структуры

Выполнен расчёт спектров мощности и дисперсионных характеристик волн, распространяющихся в данной структуре. Было выявлено, что передача СВ изменяется в случаях с линейным и нелинейным режимом работы исследуемой структуры и наблюдается фильтрация спин-волнового сигнала в структуре с вертикальной связью.



Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФ 18-79-00198, гранта РФФИ 19-37-90079.

### Литература

1. *Nikitov S.A.* Magnonics: a new research area in spintronics and spin wave electronics / S.A. Nikitov, D.V. Kalyabin, I.V. Lisenkov, A.N. Slavin, Y.N. Barabanenkov, S.A. Osokin, A.V. Sadovnikov, E.N. Beginin, M.A. Morozova, Y.P. Sharaevsky, Y.A. Filimonov, Y.V. Khivintsev, S.L. Vysotsky, V.K. Sakharov and E.S. Pavlov // *Phys. Usp.* 2015. V. 58. P. 1002–1028.
2. *Demidov V.E.* Spin-current nano-oscillator based on nonlocal spin injection / V.E. Demidov, S. Urazhdin, A. Zholud, A.V. Sadovnikov, A.N. Slavin & S.O. Demokritov // *Sci. Rep.* 2015. V. 5. P. 8578.
3. *Balynsky M.* Magnonic interferometric switch for multi-valued logic circuits / M. Balynsky, A. Kozhevnikov, Y. Khivintsev, T. Bhowmick, D. Gutierrez, H. Chiang, G. Dudko, Y. Filimonov, G. Liu, C. Jiang, A.A. Balandin, R. Lake, and A. Khitun // *J. Appl. Phys.* 2017. V. 121. P. 024504.

# СПИНОВЫЙ ТРАНСПОРТ В ДВУМЕРНОЙ РЕШЁТКЕ МАГНИТНЫХ МИКРОВОЛНОВОДОВ

*А.Б. Хутиева, А.В. Садовников, Е.Н. Бегинин*

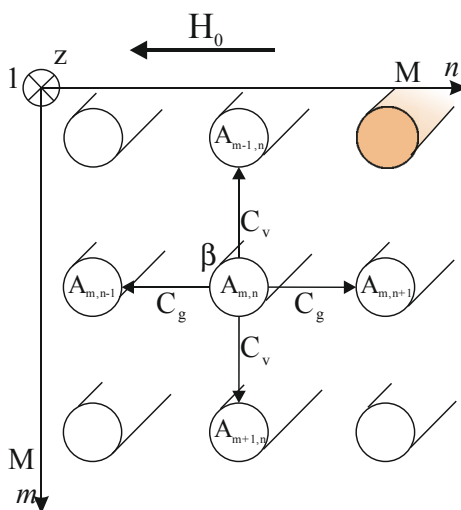
Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

Большой интерес представляет исследование связанных волноведущих планарных структур на основе тонких плёнок железо-иттриевого граната (ЖИГ).

В настоящей работе рассматривается двумерное распространение спиновых волн в волноведущих структурах, представляющих собой решётку микроволноводов размерностью  $M \times M$ . Такая структура может быть использована для реализации магнонных и нейроморфных сетей. Для описания спинового транспорта используется дифференциальное уравнение вида [1]

$$\frac{dA_{ij}}{dz} = i\beta A_{ij} + iC_v (A_{i+1,j} + A_{i-1,j}) + iC_g (A_{i,j+1} + A_{i,j-1}),$$

где  $\beta$  – диагональный,  $C_v$  – вертикальный,  $C_g$  – горизонтальный коэффициенты.



**Рис. 1.** Схема рассматриваемой структуры

Исследованы особенности энергетического обмена и спинового транспорта в таких структурах при коэффициентах связи в широком диапазоне. Полученные результаты могут использоваться в магнонных и нейроморфных сетях.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 19-29-03034), МК-1870.2020.9.

## Литература

1. *Sadovnikov, A.V.* Magnon straintronics: reconfigurable spin-wave routing in strain-controlled bilateral magnetic stripes // *A.V. Sadovnikov, A.A. Grachev, S.E. Sheshukova, Yu.P. Sharaevskii, A.A. Serdobintsev, D.M. Mitin, and S.A. Nikitov // Physical Review Lettets.* 2018. Vol. 120. P. 257203.
2. *Sadovnikov, A.V.* Voltage-controlled spin-wave coupling in adjacent ferromagnetic-ferroelectric heterostructures // *A.V. Sadovnikov, A.A. Grachev, E.N. Beginin, S.E. Sheshukova, Yu.P. Sharaevskii, and S.A. Nikitov // Physical Review Applied.* 2017. Vol. 7. P. 014013.
3. *Sadovnikov, A.V.* Splitting of spin waves in strain reconfigurable magnonic stripe // *A.V. Sadovnikov, A.A. Grachev, E.N. Beginin, S.E. Sheshukova, Yu.P. Sharaevskii, A.A. Serdobintsev, D.M. Mitin, S.A. Nikitov // IEEE Transactions on Magnetics.* 2017. Vol. 53. P. 1–4.
4. Discrete solitons in optics / *Falk Lederer, George I. Stegeman, Demetri N. Christodoulides, Gaetano Assanto, Moti Segev, Yaron Silberberg // Physics Reports.* 2008. Vol. 463, iss. 1/3. P. 1–126.
5. *Kruglyak, V.V.* Magnonics / *V.V. Kruglyak, S.O. Demokritov, and D. Grundler // J. Phys. D: Appl. Phys.* 2010. Vol. 43. P. 264001.

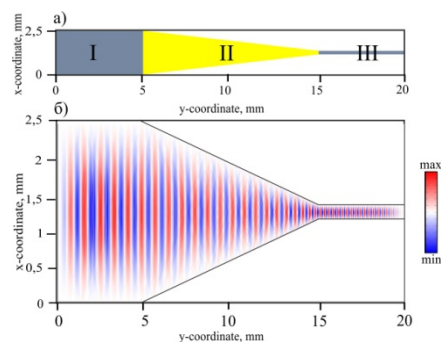
# ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ ЛОКАЛИЗОВАННЫЙ РАСПАД ПОВЕРХНОСТНЫХ МАГНИТОСТАТИЧЕСКИХ ВОЛН В ГРАДИЕНТНОМ ЖИГ-МИКРОВОЛНОВОДЕ С ЛИНЕЙНО ИЗМЕНЯЮЩЕЙСЯ ШИРИНОЙ

*В.А. Губанов, А.Б. Хутиева, Р.М. Шаповал, И.О. Фильченков,  
Е.Н. Бегинин, С.Е. Шешукова, А.В. Садовников*

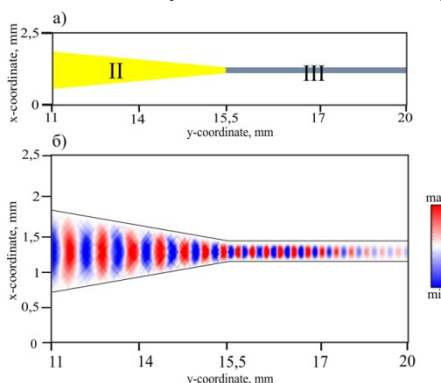
Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

В настоящее время исследование линейных и нелинейных режимов распространения магнито-статических волн (МСВ) в магнотных структурах представляет большой интерес [1, 2] ввиду возможности их использования в функциональных системах обработки информационного сигнала. В настоящей работе было проведено исследование формирования пространственных паттернов динамической намагниченности МСВ в микроволноводе с линейно изменяющейся шириной [3, 4]. Микроволновод сформирован из пленки железо-иттриевого граната (ЖИГ) путем высокоточной лазерной абляции эпитаксиальной пленки ЖИГ на подложке гадолиний-галлиевого граната. Методом микромагнитного моделирования и мандельштам-бриллюэновской спектроскопии (МБС) были исследованы механизмы параметрического локализованного распада МСВ в случае приложенного по касательной магнитного поля.

Рассматриваемая структура представлена на рис. 1, *а* и состоит из сегментов: I – входной волновод с длиной 5 мм и шириной 2,5 мм; II – волновод с плавно изменяющейся шириной от 2,5 до 0,25 мм, с длиной 10 мм; III – выходной волновод длиной 5 мм и шириной 0,25 мм. Толщина пленки ЖИГ соответствовала 10 мкм. Возбуждение МСВ происходило при помощи подачи СВЧ-сигнала на микрополосковую антенну шириной 30 мкм, расположенную в I сегменте волноводной структуры на расстоянии 1500 мкм от начала волновода.



**Рис. 1.** Характерные размеры рассматриваемой структуры (*а*) и карта распределения компоненты намагниченности  $m_z$  на частоте входного сигнала  $f = 2,5$  ГГц в линейном режиме распространения сигнала (*б*)



**Рис. 2.** Характерные размеры сегмента рассматриваемой структуры (*а*) и карта распределения компоненты намагниченности  $m_z$  на частоте  $f = 2,5$  ГГц в нелинейном режиме распространения сигнала (*б*)

Для исследования линейного и нелинейного режима распространения МСВ было проведено микромагнитное моделирование, основанное на решении уравнения Ландау – Лившица – Гильберта методом конечных разностей. При моделировании структуры на концах волновода использовались области с увеличенным параметром затухания на границах структуры для уменьшения влияния отраженного сигнала. На рис. 1 и 2 показаны результаты расчета пространственного распределения на-

магнитичности МСВ в линейном и нелинейном режиме соответственно. При этом в области сужения волновода наблюдается нелинейный процесс трехмагнонного распада МСВ, что подтверждается экспериментально полученными методом МБС картами распределения динамической намагнитичности на частоте, равной половине частоты накачки сигнала.

Работа выполнена при финансовой поддержке грантов РФФИ 18-29-27026, 18-37-00482.

#### Литература

1. *Kruglyak, V.V.* Magnonics / V.V. Kruglyak, S.O. Demokritov, D. Grundler // Journal of Physics D: Applied Physics. 2010. V. 43, № 26. Art. 264001.
2. *Sander, D.* The 2017 magnetism roadmap / S.O. Valenzuela, D. Makarov, C.H. Marrows, E.E. Fullerton, P. Fischer, B. Hillebrands // Journal of Physics D: Applied Physics. 2017. V. 50, № 36. Art. 363001.
3. *Kalyabin, D.V.* Surface spin waves propagation in tapered magnetic stripe / D.V. Kalyabin, A.V. Sadovnikov, E.N. Beginin, S.A. Nikitov // Journal of Applied Physics. 2019. V. 126, № 17. Art. 173907.
4. *Seshadri, S.R.* Magnetic waves guided by a linearly tapered YIG film / S.R. Swshadri, Ming-Chi Tsai // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. 1981. V. 29, № 2. P. 96–101.

# ТЕМПЕРАТУРНЫЕ ВОЛНЫ В КОНВЕКТИВНОМ ФАКЕЛЕ НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА ЖИДКОСТИ И ПОРИСТОЙ СРЕДЫ

*К.Б. Циберкин*

Пермский государственный национальный исследовательский университет

Задача о структуре и устойчивости течений жидкости, смежной с насыщенной пористой средой, имеет обширный спектр приложений. Одним из наиболее актуальных направлений, связанных с этой задачей, является разработка топливных ячеек и проточных аккумуляторов – накопителей энергии, в которых имеет место непрерывная подача к пористым электродам и ионообменной мембране компонентов, участвующих в электрохимической реакции [1, 2]. В электродах топливной ячейки формируется продольный поток вещества, подводимого извне (обычно водорода и окислителя), которое диффундирует в сторону ионообменной мембраны; в противоположном направлении происходит диффузия продуктов реакции. Электрохимическая реакция приводит также к разогреву рабочего тела и материала электродов, что способно привести и к развитию конвективных или адвективных течений внутри ячейки. Таким образом, процессы тепло- и массообмена на границе электрода играют существенную роль в работе этих систем, и ключевым фактором является устойчивость течения, которая напрямую определяет характеристики ионного обмена.

В настоящей работе представлен анализ свойств температурных волн, возбуждаемых при развитии неустойчивости конвективного факела над точечным источником на границе раздела «жидкость – пористая среда», а также проводится вычисление интенсивности тепломассопереноса через границу раздела между средами.

Исследование производится на основе прямого численного моделирования конечно-разностным методом (схема с разностями против потока) в естественных переменных. Вычислительный алгоритм реализован в виде программы на языке FORTRAN-90 с распараллеливанием по технологии OpenMP.

На рисунке 1 представлена серия кадров эволюции поля температуры в конвективном факеле, неустойчивость которого вызвана локализованной модулированной струёй жидкости, расположенной на границе раздела выше источника тепла. В качестве начального состояния для моделирования используется стационарный конвективный факел, сформировавшийся над точечным источником тепла. Рисунок 2 изображает временную динамику теплового потока между пористой средой и однородной жидкостью. Из него возможно определить время формирования устойчивой картины бегущих волн.

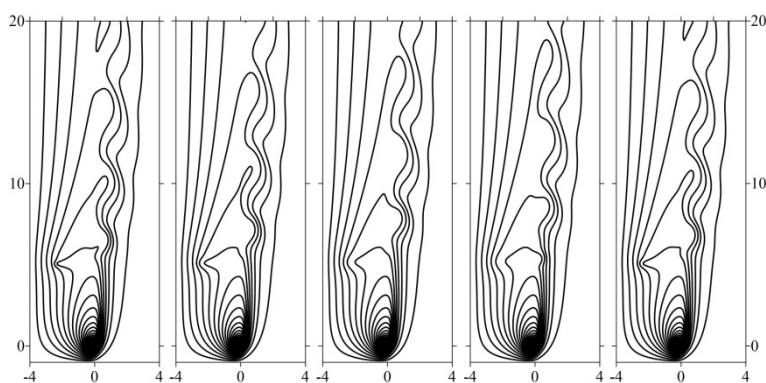


Рис. 1. Изолинии поля температуры в неустойчивом конвективном факеле в режиме бегущих волн

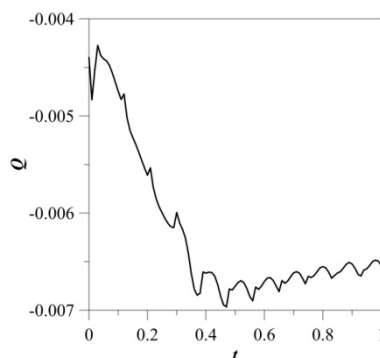


Рис. 2. Динамика безразмерного теплового потока на границе раздела однородной жидкости и пористой среды

Таким образом, в представленной работе получены картины влияния волнового режима течения, ведётся анализ устойчивости стационарного течения и условий возникновения температурных волн. Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант 18-71-00057).

#### Литература

1. *Nield, D.* Convection in porous media / D. Nield, A. Bejan. – Cham : Springer, 2017. – 988 p.
2. *Shaegh, S.A.M.* A review on membraneless laminar flow-based fuel cells / S.A.M. Shaegh, N.-T. Nguenyn, H.C. Siew // International Journal of Hydrogen Energy. 2011. V. 36, № 9. P. 5675–5694.

# АССОЦИАТИВНАЯ ПАМЯТЬ В МОДЕЛИ НЕЙРОН-АСТРОЦИТАРНОЙ СЕТИ

Ю.А. Цыбина<sup>1</sup>, С.Ю. Гордлеева<sup>1</sup>, М.И. Кривоносов<sup>1</sup>, М.В. Иванченко<sup>1</sup>, А.А. Заикин<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

<sup>2</sup>University College London, Великобритания

Недавние экспериментальные и теоретические исследования [1] показали, что астроцит может выступать в качестве временного и пространственного интегратора, определяя уровень пространственно-временной когерентности в активности сопровождающей нейрональной сети. В частности, такая пространственно-временная интеграция, основанная на быстрых и локальных событиях активации небольших компартментов вдоль астроцитарных отростков, приводит к долговременным астроцит-опосредованным изменениям синаптической функциональности нейронной сети. Под активацией астроцита принято понимать повышение внутриклеточной концентрации кальция. Было показано, что кальциевые импульсы в астроцитах вовлечены в биофизические механизмы двунаправленного взаимодействия между нейронами и астроцитами. Кальциевый сигнал приводит к выбросу из астроцита нейроактивных веществ, изменяющих эффективность синаптической передачи. Таким образом, активация астроцита может индуцировать пространственную синхронизацию в нейронных ансамблях, определяемых морфологической территорией астроцита [1]. В данной работе проверяется гипотеза о том, что в нейрон-астроцитарной сети можно реализовать феномен ассоциативной памяти благодаря эффекту астроцитарной модуляции синаптической передачи в нейронной сети.

Разработанная модель нейрон-астроцитарной сети состоит из двух слоев: первый слой нейронов (размерностью  $79 \times 79$ ) и второй слой астроцитов (размерностью  $26 \times 26$ ). Мембранный потенциал каждого нейрона описывается моделью Ижикевича [2]. Нейроны, связанные между собой случайными возбуждающими синаптическими связями, образуют нейронную сеть. Динамика внутриклеточной концентрации кальция в астроците описывается моделью Ли – Ринцеля [3]. Астроциты связаны между собой благодаря диффузии по  $\text{Ca}^{2+}$  и инозитол-1,4,5-трифосфату. Каждый астроцит взаимодействует с 16 нейронами (ансамбль  $4 \times 4$ ) с перекрытием в один ряд.

Пример обучения и классификации зашумленного изображения нейрон-астроцитарной сетью представлен на рисунке 1. Процесс обучения сети состоял из 10 предъявлений изображения с добавлением случайного 10 % шума (а – входной сигнал, b – отклик нейронной сети на входной сигнал). Во время обучения каждый астроцит отслеживал активность связанных с ним 16 нейронов. После обучения, пока концентрация  $\text{Ca}^{2+}$  в астроците превышала порог в 0,15 мкМ (с – концентрация  $\text{Ca}^{2+}$  в астроцитах), была активна обратная связь модуляции синаптической передачи астроцитами, которая приводила к увеличению силы связи между нейронами. Таким образом, нейрон-астроцитарная сеть запоминала обучающий паттерн на промежуток времени, который определяется длительностью  $\text{Ca}^{2+}$ -импульса в астроците. При предъявлении тестового паттерна (изображение «1» с 40 % шумом “salt and pepper noise” – рис. 1, d) нейронная сеть за счет астроцитарного воздействия была способна выделить целевой паттерн (рис. 1, e), очищая его от шума.

Для проверки устойчивости к шуму разработанной нейрон-астроцитарной сети была рассчитана зависимость точности распознавания паттерна от уровня шума в тесте (рис. 2).

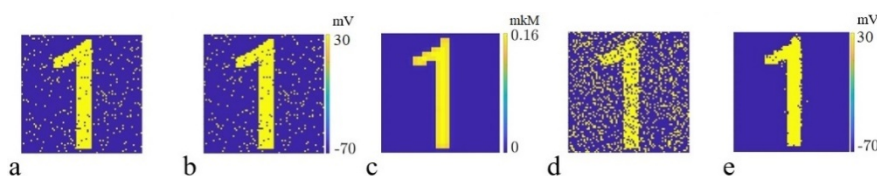


Рис. 1. Пример обучения и распознавания изображения нейрон-астроцитарной сетью

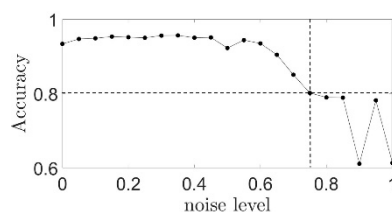


Рис. 2. Зависимость точности распознавания от интенсивности шума.

Пунктирные линии соответствуют порогу точности

Данная работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 20-32-70081, 18-29-10068, 17-02-01103 А) и Министерства науки и высшего образования РФ (проект 075-15-2019-1192 (МК-1940.2019.4)).

#### Литература

1. *Araque A., Carmignoto G., Haydon P.G., Oliet S.H., Robitaille R., Volterra A.* // *Neuron*. 2014. V. 81. P. 728–739. DOI: 10.1016/j.neuron.2014.02.
2. *Izhikevich E.* // *IEEE Transactions on Neural Networks*. 2003. V. 14. P. 1569.
3. *Li Y.X., Rinzel J.* // *Theor. Biol.* 1994. V. 166. P. 461.



# ВЫМЫВАНИЕ ЛЕТУЧИХ АЭРОЗОЛЬНЫХ ЧАСТИЦ ИСПАРЯЮЩИМИСЯ КАПЛЯМИ ПРИ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА И ПЕКЛЕ, МНОГО МЕНЬШЕ ЕДИНИЦЫ

*Д.Н. Чаусов<sup>1</sup>, О.В. Чаусова<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Московский государственный областной университет, Мытищи

<sup>2</sup>Технологический университет, г. Королев

Системы, где наблюдается движение небольших частиц относительно жидкости, в которой они находятся, встречаются в широком круге явлений, представляющих интерес как для ученых, так и для инженеров. Частицы могут перемещаться сквозь жидкость совместно, в общей массе, как это происходит при осаждении. Частицы могут оставаться более или менее неподвижными, как в плотноупакованном слое. Относительные движения частиц и жидкости могут быть более сложными, как в псевдооживленных системах.

Основным приложением движения аэрозольных частиц является борьба с загрязнением атмосферы, в частности очистка воздуха в вентиляционных системах и уменьшение угрозы для здоровья со стороны промышленного производства (например, борьба с ядовитыми дымами химических предприятий). Утилизация ценных отходов, содержащихся в атмосфере сушильных устройств и плавильных печей, представляет собой еще один важный пример такого приложения. Многие технологические процессы связаны с производством порошкообразного продукта, который необходимо отделять от жидкости или газа, в которых он взвешен. Для примера можно назвать аэрозольную сушку молока и мыла, а также производство цинковых белил и сажи.

В задаче рассматривалась сферически симметричная летучая капля радиусом  $R_d$ , которая помещалась в бинарную газовую смесь. При испарении капли ее размер оставался конечным. Первым компонентом (летучим) газовой смеси считались молекулы вещества капли, а для второго (несущего) компонента поверхность частицы непроницаема. Из-за происходящего испарения капли вокруг нее образовывались сферически симметричные распределения температуры и концентрации.

Задача обладала сферической симметрией, поэтому решение проводилось в сферической системе координат с началом в центре капли.

Температурные и концентрационные поля описываются стационарными уравнениями теплопроводности и диффузии [1]:

$$\Delta_r T^{(e)} = 0, \quad \Delta_r C_1^{(e)} = 0.$$

Скорость движения умеренно крупных частиц представляет собой сумму движения среды и термодиффузиофоретических скоростей:

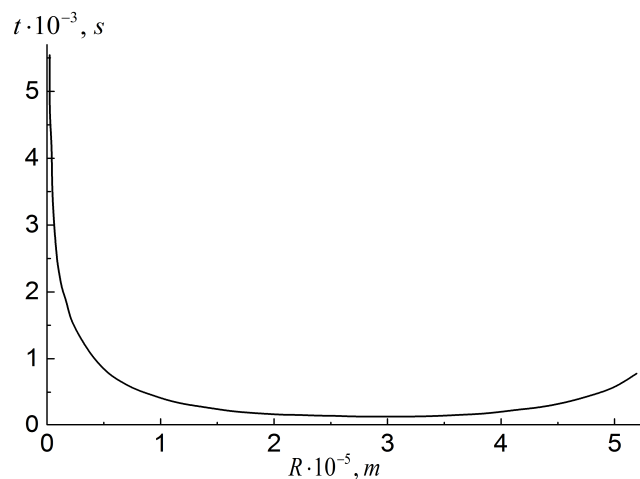
$$U_r = U_r^{(g)} + U_r^{(T)} + U_r^{(D)}.$$

С использованием соотношения

$$t = \int_{R_d}^{R_V} \frac{dr}{U_r} = \frac{R_V^2 (R_V - R_d)}{(\varphi_1 + \varphi_2) R_d}$$

было найдено выражение для времени полной очистки объема  $V$  от аэрозольных частиц, где  $R_V$  – радиус окружающей каплю области,  $\varphi_1 + \varphi_2$  – выражение, найденное из соотношений для скоростей термо- и диффузиофоретического движения.

Для примера была рассмотрена паровоздушная смесь  $N_2 - H_2O$ . С подставлением известных числовых данных [2, 3] была получена зависимость, представленная на рис. 1.



**Рис. 1.** График зависимости времени полной очистки заданного объема от радиуса аэрозоля

График показывает, что при определенном радиусе аэрозольных частиц время очистки минимально.

### Литература

1. Чаусова О.В. К вопросу о вымывании летучих умеренно крупных аэрозольных частиц испаряющимися каплями при числах Рейнольдса и Пекле много меньших единицы // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика – Математика. 2018. № 2. С. 82–93.
2. Варгафтик Н.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей / Н.Б. Варгафтик. – М. : Наука, 1971. – 720 с.
3. Физические величины : справочник / А.П. Бабичев, Н.А. Бабушкина, А.М. Братковский и др. ; под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова. – М. : Энергоатомиздат, 1991. – 1232 с.

## ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПОТОКА ПЛАЗМЫ С МАГНИТНЫМИ ПОЛЯМИ АРОЧНОЙ КОНФИГУРАЦИИ

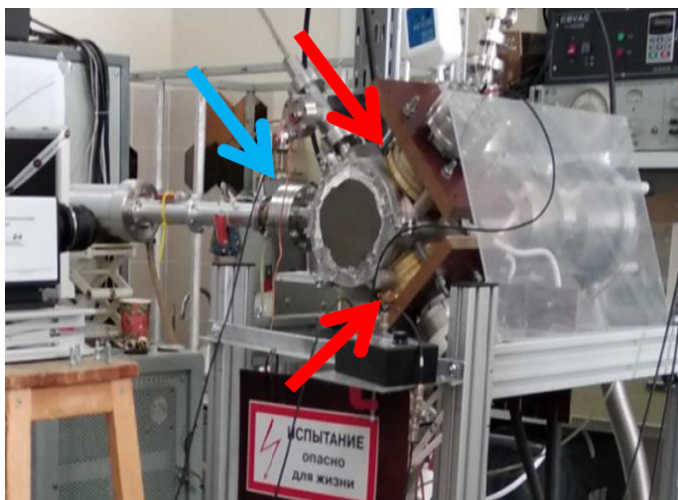
*Н.В. Чекмарев<sup>1,2</sup>, Д.А. Мансфельд<sup>1</sup>, М.Е. Викторов<sup>1,2</sup>,  
А.В. Водопьянов<sup>1,2</sup>, А.Г. Николаев<sup>3</sup>, Г.Ю. Юшков<sup>3</sup>*

<sup>1</sup> Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

<sup>2</sup> Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

<sup>3</sup> Институт сильноточной электроники СО РАН, Томск

Эксперименты по исследованию взаимодействия потоков плазмы, нагреваемой СВЧ-излучением в условиях электронного циклотронного резонанса, с магнитными полями арочной конфигурации проводились в ИПФ РАН. В основе этого экспериментального стенда лежит технологический гиротрон с частотой излучения 24 ГГц и мощностью до 7 кВт, род работы – непрерывный. Магнитное поле арочной конфигурации создавалось при помощи двух импульсных соленоидов, расположенных под углом 90 градусов относительно друг друга. На рисунке 1 соленоиды отмечены красными стрелками.



**Рис. 1.** Фотография экспериментальной установки. Красными стрелками показаны соленоиды, создающие магнитное поле арочной конфигурации. Синяя стрелка показывает порт, через который вводилась СВЧ-энергия

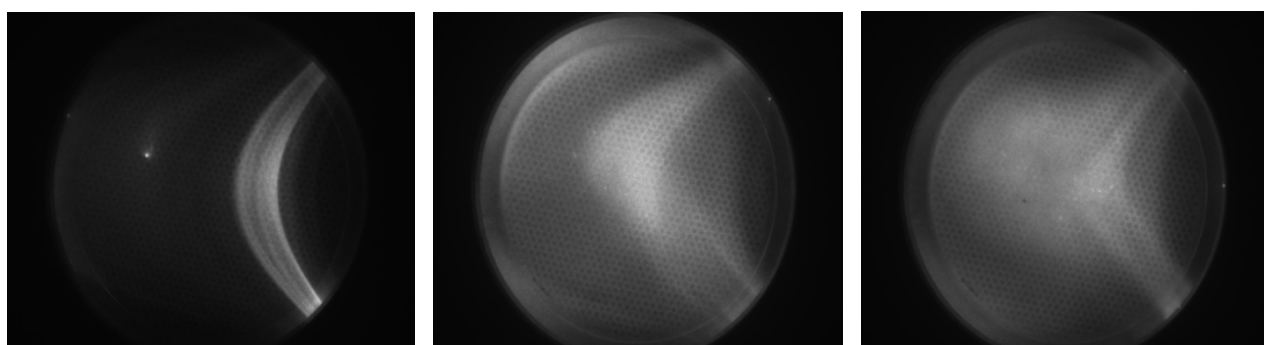
производить скоростную съемку. Приведем в качестве примера несколько характерных фотографий плазмы (рис. 2).

Поток СВЧ-излучения вводился в камеру при помощи круглого волновода с диаметром 32 мм со стороны верхней точки магнитной арки.

Для импульсного питания соленоидов была собрана конденсаторная батарея с суммарной емкостью 1300 мкФ и напряжением зарядки до 5 кВ. Магнитное поле соленоидов достигало 3,1 Тл при напряжении на накопителе 3,5 кВ.

Вакуумный дуговой плазмодулятор устанавливался на оси нижнего соленоида так, чтобы расстояние от катода до максимума магнитного поля было 1 см, т. е. срез анодной апертуры плазмодулятора находился за пробкой магнитной ловушки, но вблизи ее.

Для регистрации оптического излучения плазмы на передней стенке вакуумной камеры было установлено окно, позволяющее

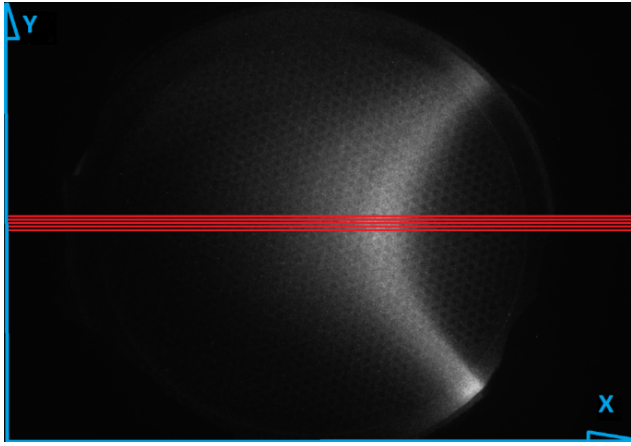


*a*

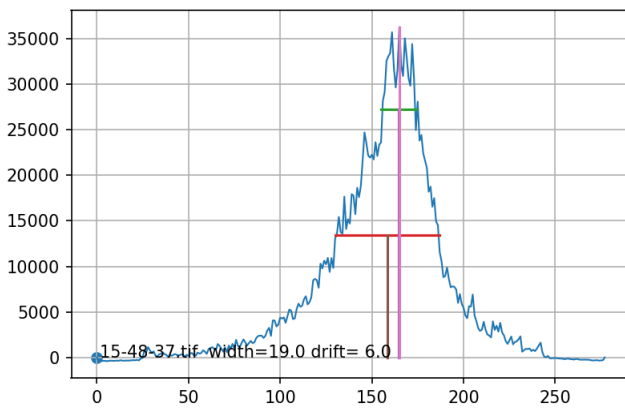
*б*

*в*

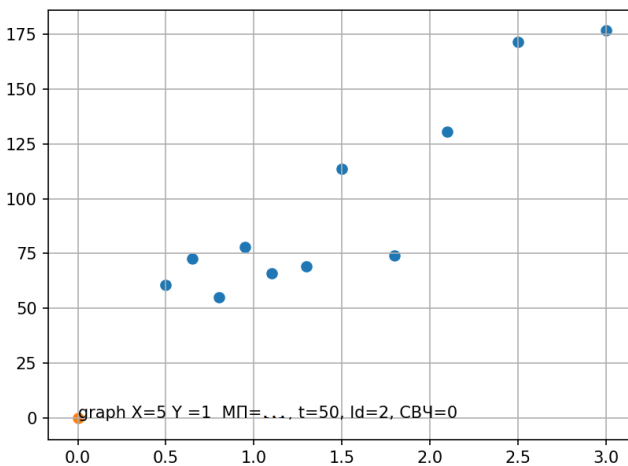
**Рис. 2.** Характерные изображения плазмы: *a* – плазменный поток следует по силовым линиям магнитного поля, магнитные линии практически не деформированы; *б* – магнитные силовые линии значительно деформированы; *в* – магнитные линии деформированы, возможно, имеет место прорыв силовых линий



**Рис. 3.** Изображение плазмы, полученное при помощи скоростной фотосъемки и линии анализа яркости (выделены красным)



**Рис. 4.** Распределение яркости изображения на средней линии фотографии



**Рис. 5.** Зависимость ширины потока от величины магнитного поля

Далее производилась обработка изображений с помощью специально созданной компьютерной программы: определялись значения яркости каждого пикселя, находящегося на прямой с фиксированным значением координаты  $Y$  (при этом использовалось несколько фиксированных значений  $Y$ ); данные о яркости всех «линий» усреднялись, чтобы минимизировать влияние случайных и периодических (например, от экранирующей сетки) помех (рис. 3). На рисунке 4 приведено распределение яркости на одном из изображений вдоль оси  $X$ .

Основной этап обработки изображения состоял в определении следующих характеристик распределения яркости: ширины распределения на уровне 0,75 и 0,37 от максимальной яркости; сдвига по оси  $X$  между серединой распределения на уровне 0,75 и на уровне 0,37; максимального значения яркости; координаты, в которой достигается максимум яркости.

Введение этих параметров позволило систематизировать исследования. Стало возможным качественно и количественно исследовать каждый импульс и сравнивать его характеристики, а также выявлять зависимости. Пример результата обработки массива изображений плазмы приведен на рис. 5. Здесь представлена зависимость ширины распределения на уровне 0,37 от величины магнитного поля.

Разработанная методика измерений позволила детально проанализировать процесс взаимодействия плазмы вакуумного дугового плазмодуогенератора с магнитным полем арочной конфигурации, в том числе при ее нагреве СВЧ-излучением в условиях ЭЦР. Экспериментально продемонстрировано, что при большем токе вакуумной дуги разрушение магнитных силовых линий происходит чаще, а увеличение напряженности магнитного поля ведет к тому, что разрушение магнитных силовых трубок происходит при больших токах.

Влияние дополнительного нагрева плазмы в условиях ЭЦР однозначно приводит к уширению области, занимаемой плазмой. Причем это происходит в широком диапазоне магнитных полей и токов вакуумной дуги.

# ИНДУЦИРОВАНИЕ ВОИДИОНОВ ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ М-КРАУДИОНОВ

*И.А. Шепелев<sup>1</sup>, Е.В. Корзникова<sup>2</sup>, С.В. Дмитриев<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

<sup>2</sup>Институт проблем сверхпластичности металлов РАН, Уфа

Краудионы, локализованные на междоузельных атомах и распространяющиеся в плотноупакованных атомных рядах, играют важную роль в релаксационных процессах, происходящих в металлах и сплавах при сильных внешних воздействиях, а также представляют собой эффективный механизм передачи энергии и массы [1]. Динамика движения квазиодномерных краудионов уже достаточно хорошо изучена как для модельных решеток с треугольной структурой, так и для моделей различных металлов. Динамику движения краудиона можно разделить на две фазы: сверхзвуковую и дозвуковую [2]. При движении со сверхзвуковой скоростью краудион интенсивно излучает энергию в решетку в виде фононов и по своим свойствам аналогичен солитонам. Если же энергии краудиона становится недостаточно для преодоления потенциального барьера, то на дополнительном междоузельном атоме возникает новая колебательная мода, распространяющаяся с дозвуковой скоростью. При этом время жизни этого состояния существенно выше. Это связано с тем, что частота колебаний дозвукового краудиона лежит выше частоты фононного спектра кристалла. Из-за этого локализованная мода практически не излучает энергию в кристалл. При локализации краудиона сразу на нескольких смежных плотноупакованных рядах (М-краудион) дистанция его распространения в сверхзвуковой фазе значительно растет, причем тем выше, чем на большем количестве рядов происходит распространение [3]. Сверхзвуковой М-краудион спустя некоторое время трансформируется в дозвуковой М-краудион, являющийся устойчивой колебательной модой. При этом ее дистанция распространения и время жизни многократно превышают дистанцию сверхзвуковой фазы.

Как правило, при индуцировании краудиона скорость распространения М-краудиона рассматривается одинаковой во всех  $M$  рядах. Однако в реальных условиях скорость может значительно отличаться в разных рядах. Наши исследования показывают, что при таком сценарии при определенных условиях распространение М-краудиона может индуцировать появления так называемых воидионов, которые представляют собой образование атомной вакансии в глубине кристалла. Данный феномен является практически не изученным и представляет собой значительный научный интерес.

В работе рассматриваются особенности формирования воидионов в модельной треугольной решетке с потенциалом межатомного взаимодействия Морзе. Обнаружено, что необходимым условием для индуцирования воидиона является распространение М-краудиона как минимум в трех смежных рядах, а также значительная разница скоростей между внешними и внутренними рядами. Определены несколько различных механизмов образования краудионов, а также предложено объяснение причины их возникновения.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект 19-72-00109).

## Литература

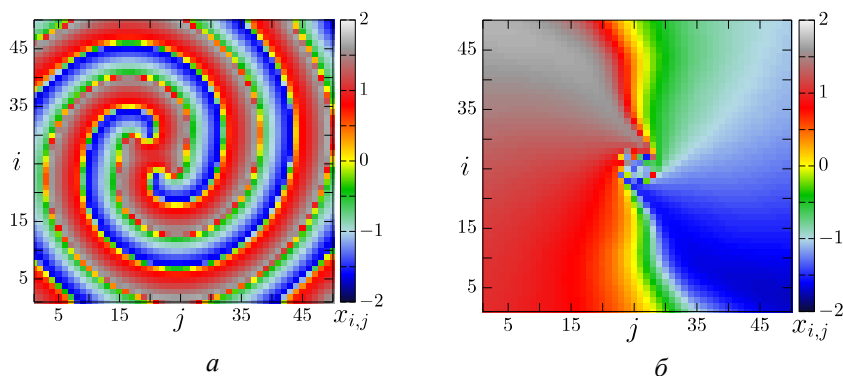
1. Mass transfer in the Frenkel-Kontorova chain initiated by molecule impact / Moradi Marjaneh A., Saadatmand D., Evazzade I., Babicheva R.I., Soboleva E.G., Srikanth N., Zhou K., Korznikova E.A. Dmitriev S.V. // Phys. Rev. E. 2018. V. 98. P. 023003.
2. Breathing subsonic crowdion in Morse lattices / Chetverikov A.P., Shepelev I.A., Korznikova E.A., Kistanov A.A., Dmitriev S.V., Velarde M.G. // Computational Condensed Matter. 2017. V. 13. P. 59–64.
3. Supersonic crowdion clusters in 2D Morse lattice / Shepelev I.A., Korznikova E.A., Bachurin D.V., Semenov A.S., Chetverikov A.P., Dmitriev S.V. // Physics Letters A. 2020. V. 384, № 1. P. 126032.

# МЕХАНИЗМ ФОРМИРОВАНИЯ СПИРАЛЬНО-ВОЛНОВЫХ И ДВУХЪЯМНЫХ ХИМЕР В АНСАМБЛЕ НЕЛОКАЛЬНО-СВЯЗАННЫХ БИСТАБИЛЬНЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ ФИТЦ-ХЬЮ – НАГУМО

*И.А. Шепелев, Т.Е. Вадивасова*

Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

Известно, что в двумерных решетках взаимодействующих осцилляторов наблюдается большое разнообразие пространственно-временных режимов, среди которых наибольший научный интерес вызывают химерные состояния. Они представляют собой сосуществующие в одной системе пространственно-временные структуры с регулярной и асинхронной динамикой. В двумерных ансамблях становятся возможны особые типы химерных состояний, реализация которых невозможна в одномерном случае. Одним из таких состояний является спирально-волновая химера [1], характеризующаяся образованием некогерентного ядра в центре вращения спиральной волны. Однако парциальным элементом таких ансамблей является осциллятор с собственной автоколебательной динамикой. В настоящем исследовании в качестве базового элемента рассматривается осциллятор Фитц-Хью – Нагумо, находящийся в бистабильном режиме и характеризующийся двумя сосуществующими устойчивыми фокусами, т. е. осциллятор является пассивным элементом. При этом ансамбль, состоящий из таких осцилляторов с нелокальным взаимодействием, демонстрирует сложную пространственно-временную динамику. Возникает вопрос, в результате чего система, состоящая из пассивных элементов, демонстрирует колебательную динамику.



**Рис. 1.** Спиральная волна при  $P = 1$  и  $\sigma = 0,85$  (а) и спирально-волновая химера при  $P = 16$  и  $\sigma = 0,85$  (б)

Исследования показали, что это происходит в результате сдвига эффективных значений параметров под действием связи  $\sigma$  между осцилляторами. Так, при увеличении силы связи осциллятор переключается из бистабильного режима в автоколебательный. В результате этого при увеличении силы связи в ансамбле появляются так называемые двухъямные химеры, когда элементы когерентных кластеров остаются в бистабильном режиме без колебательной динамики, в то время как осцилляторы кластера некогерентности переключаются в автоколебательный режим и демонстрируют колебательную динамику [2]. С ростом силы связи все элементы ансамбля переключаются в автоколебательный режим. При этом в решетке наблюдается появление спиральных волн (рис. 1, а).

Известно, что при увеличении радиуса связи  $P$  спиральная волна трансформируется в спиральную химеру [3]. Наши исследования показали, что при малом радиусе связи ядро спиральной волны обладает низкой чувствительностью к внешнему воздействию. Однако с ростом силы связи чувствительность ядра волны резко возрастает. Это также сопровождается резким скачком показателей Ляпунова и переходом системы к гиперхаосу [2]. В результате в ядре спиральной волны начинает формироваться кластер некогерентности, увеличивающийся с ростом радиуса связи. Таким образом формируется спирально-волновая химера, показанная на рис. 1, б.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и DFG в рамках научного проекта 20-52-12004.

## Литература

1. Kuramoto Y., Shima S. Rotating spirals without phase singularity in reaction-diffusion systems // Progress of Theoretical Physics Supplement. 2003. V. 150. P. 115–125.
2. Shepelev I.A., Vadivasova T.E. Variety of spatio-temporal regimes in a 2D lattice of coupled bistable FitzHugh-Nagumo oscillators. Formation mechanisms of spiral and double-well chimeras // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. 2019. V. 79. P. 104925.
3. Chimera patterns in two-dimensional networks of coupled neurons / Schmidt A., Kasimatis T., Hizanidis J., Provata A., Hövel P. // Physical Review E. 2017. V. 95, № 3. P. 032224.

# СТАБИЛИЗИРУЮЩИЙ ЭФФЕКТ ОПТИЧЕСКОЙ ИНЖЕКЦИИ В ШИРОКОАПЕРТУРНЫХ ЛАЗЕРАХ С МОДУЛЯЦИЕЙ НАКАЧКИ

*Е.А. Ярунова<sup>1,2</sup>, А.А. Крентц<sup>1,2</sup>, Н.Е. Молевич<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>Самарский филиал Физического института им. П.Н. Лебедева РАН

<sup>2</sup>Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева

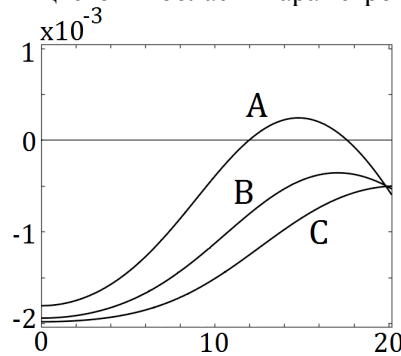
На сегодняшний день актуальна задача стабилизации излучения широкоапертурного лазера с модуляцией параметра накачки. В работе [1] показано, что модуляция параметра накачки приводит к неустойчивости Фарадея, лазер начинает генерировать пространственно-временной хаос.

Математическое моделирование проводилось с помощью системы уравнений Максвелла – Блоха:

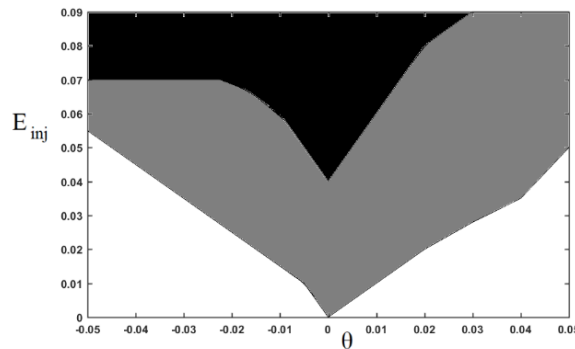
$$\begin{cases} \frac{\partial E}{\partial t} = ia\Delta_{\perp}E + \sigma(P - (1 - i\delta)E + E_{\text{ing}}e^{i\theta t}), & \frac{\partial P}{\partial t} = -(1 + i\delta)P + DE, \\ \frac{\partial D}{\partial t} = -\gamma \left[ D - r(t) + \frac{1}{2}(E^*P + P^*E) \right]. \end{cases} \quad (1)$$

Значение ее составляющих описано в работе [2].

На рисунке 1 видно, что уже при небольших значениях инжектируемого излучения возмущения с любым волновым числом затухают, т. е. режим приосевой пространственно-однородной генерации оказывается устойчив. На рисунке 2 показаны области параметров инжектируемого сигнала, при которых происходит эффективное подавление неустойчивых поперечных мод для разных значений глубины модуляции накачки: черным цветом – область параметров при  $m = 0,5$ , а серым – при  $m = 0$ .



**Рис. 1.** Экспоненты Флоке. А:  $E_{\text{ing}} = 0, m = 0,5$ ; В:  $E_{\text{ing}} = 0,03, m = 0,5$ ;  
С:  $E_{\text{ing}} = 0,05, m = 0,5$



**Рис. 2.** Бифуркационная диаграмма

В результате исследования показано, что внешняя инжекция с отстройкой подавляет как волновую неустойчивость, присущую полупроводниковым и твердотельным лазерам, так и фарадеевскую неустойчивость, возникающую в результате модуляции параметра накачки.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 18-32-00704 мол\_а.

## Литература

1. *Krents, A.A.* Resonant excitation of transverse patterns in broad-area lasers by periodic temporal pump modulation / A.A. Krents, N.E. Molevich, D.A. Anchikov // Journal of the Optical Society of America B. 2017. V. 34. P. 1733–1739.
2. *Jacobsen, P.* Space-time dynamics of wide-gain-section lasers / P. Jacobsen, J. Moloney, A. Newell, R. Indik // Phys. Rev. A. 1992. V. 45. P. 8129–8137.



*Научное издание*

**НЕЛИНЕЙНЫЕ ВОЛНЫ – 2020**

**XIX научная школа**

**Тезисы докладов**

Издание подготовлено редакционно-издательской группой  
ФИЦ Институт прикладной физики РАН.

ФИЦ Институт прикладной физики РАН  
603950, Нижний Новгород, ул. Ульянова, 46